

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

«ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН РАСПАДАЮЩИМИСЯ
ДОМЕННЫМИ СТЕНКАМИ»

Выполнил студент
643 группы
Данковский Иван Дмитриевич

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук, член-корр. РАН, г.н.с. ОТФ ИЯИ РАН
Горбунов Дмитрий Сергеевич

Допущена к защите
Зав. кафедрой _____

МОСКВА

2026

Оглавление

Введение	2
1 Рассматриваемая модель	5
2 Особенности численных симуляций	9
3 Результаты: эволюция системы доменных стенок	12
4 Результаты: гравитационные волны	20
Заключение	29
Список использованных источников	32

ВВЕДЕНИЕ

Доменные стенки – двумерные топологические дефекты, возникающие в различных моделях физики элементарных частиц за пределами Стандартной модели, в которых возможно спонтанное нарушение дискретных симметрий [2]. В частности, возникновение доменных стенок типично для моделей, включающих вещественное скалярное поле с потенциалом, имеющим нетривиальные, (почти) вырожденные минимумы. Для простоты мы рассматриваем случай с Z_2 -симметрией.

Зачастую единственным доступным способом установить факт существования доменных стенок в этом и других сценариях является регистрация излучаемых ими гравитационных волн. Такие гравитационные волны могут обладать достаточной амплитудой для того, чтобы объяснить сигнал, недавно найденный с помощью метода тайминга пульсаров [3–8].

Это связано с тем, что система доменных стенок обладает большой плотностью энергии, растущей относительно плотности энергии релятивистского вещества в расширяющейся Вселенной. Однако такой рост приводит к тому, что система доменных стенок начинает доминировать в эволюции Вселенной. Одним из наиболее распространенных решений этой проблемы является небольшое явное нарушение дискретной симметрии путём смещения одного минимума относительно другого [2, 9, 10], что приводит к разрушению системы доменных стенок (альтернативные решения проблемы доменных стенок рассмотрены в [9, 11–16]). Главной целью данной работы является исследование влияния нарушения симметрии на эволюцию доменных стенок и излучение ими гравитационных волн.

Как правило, считается, что небольшое нарушение симметрии не влияет на большую часть эволюции доменных стенок, и их разрушение происходит почти мгновенно в некоторый момент t_{ann} . Это время можно оценить как момент наступления равенства между плотностью энергии системы доменных стенок во время скейлинг-режима и постоянной разности потенциальных энергий вакуумов V_{bias} ¹. Это приводит к следующей зависимости времени аннигиляции от разности потенциальных энергий вакуумов: $t_{ann} \propto 1/V_{bias}$ [9].

Помимо этого обычно предполагается, что разные глубины вакуумов слабо влияют на форму спектра гравитационных волн: до аннигиляции, во времена $t < t_{ann}$, гравитационные волны излучаются как при точной Z_2 -симметрии, а в более поздние времена $t > t_{ann}$ излучение полностью прекращается, и гравитационные волны эволюционируют лишь из-за расширения Вселенной. Эту несколько упрощённую картину пришлось пересмотреть при появлении возможности проведения симуляций с высоким разрешением [17–22]².

Наши симуляции, проведённые с помощью открытого кода CosmoLattice [25, 26], позволили установить зависимость

$$t_{ann} \propto 1/V_{bias}^{2/3}, \quad (1)$$

в отличие от упомянутой выше $t_{ann} \propto 1/V_{bias}$. Отметим, что значения разности глубин вакуумов V_{bias} часто предполагаются очень малыми, так что данное отклонение от прежних ожиданий может иметь существенное влияние на спектры гравитационных волн. А именно, для одинаковых V_{bias} мы получим более быстрый распад системы доменных стенок по сравнению с теоретическими оценками, и как следствие более слабый сигнал гравитационных волн, так как плотность энергии доменных стенок

¹Случай зависимой от времени разности потенциальных энергий вакуумов рассматривался в работах [17–19], и мы не обсуждаем его здесь.

²В ранней работе на эту тему [23] проблема с ограниченным разрешением была решена с помощью искусственного увеличения толщины стенки со временем. Этот подход, разработанный в [24], позволил существенно увеличить время симуляций, но в данной работе мы его не используем.

вырастет меньше относительно доминирующей, то есть релятивистской, компоненты.

Отметим, что результат (1) был получен для не очень малых V_{bias} , см. главу 3. Это приводит к тому, что время симуляций до аннигиляции доменных стенок становится ограничено, и скейлинг-режим может установиться не до конца. В такой ситуации эволюция системы может быть чувствительна к выбору начальных условий. Мы решаем эту проблему в главе 3 путём рассмотрения различных начальных условий и анализа результатов, полученных в работе [22], в которой симуляции с более высоким разрешением позволили рассмотреть гораздо меньшие V_{bias} по сравнению с нашим случаем.

Формы спектров гравитационных волн, полученные в случаях разрушающихся и обычных стенок (без нарушающего симметрию слагаемого в потенциале) [27–29], похожи, однако присутствуют заметные различия. В обоих случаях виден пик на частоте f_{peak} , определяющейся корреляционной длиной системы доменных стенок, близкой к радиусу Хаббла. Дальняя инфракрасная (ИК) часть спектра в большей мере определяется соображениями причинности, чем особенностями эволюции доменных стенок, с характерным наклоном близким к $\Omega_{gw} \propto f^3$ [30, 31] при $f \ll f_{peak}$. В близкой к пику ультрафиолетовой (УФ) части спектра, при $f \gtrsim f_{peak}$, мы наблюдаем гораздо более мягкое падение спектра по сравнению со случаем обычных стенок. Аналогичный результат был получен в работе [18]. Интересно, что плато в дальней УФ части спектра, видимое в случае обычных стенок [29], также наблюдается и для разрушающихся стенок. Наконец, на частотах, больших чем обратная толщина стенки, наблюдается экспоненциальное падение, что также является универсальной особенностью.

Работа имеет следующую структуру. В главе 1 мы вводим рассматриваемую модель и различные обозначения, и обсуждаем ожидания относительно эволюции доменных стенок и излучения ими гравитационных волн. В главе 2 мы описываем методику проведения численных симуляций. Результаты симуляций для эволюции доменных стенок и гравитационных волн приведены в главах 3 и 4, соответственно.

1 Рассматриваемая модель

Мы рассматриваем следующую простейшую модель с действительным скалярным полем χ , в которой возможно возникновение доменных стенок:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \frac{1}{4} \cdot \lambda (\chi^2 - v^2)^2 - V_{breaking} \right]. \quad (2)$$

Здесь λ – константа квадратичного самодействия, v – вакуумное среднее, ответственное за спонтанное нарушение Z_2 -симметрии. Член $V_{breaking}$ явно нарушает Z_2 -симметрию. Мы выбираем его в виде кубического слагаемого,

$$V_{breaking} = \epsilon \chi^3, \quad (3)$$

где ϵ – константа размерности массы, отвечающая за явное нарушение симметрии. Другие варианты слагаемого $V_{breaking}$, нарушающего симметрию, рассмотрены в главе 3. Итоговая разность потенциальных энергий выглядит как

$$V_{bias} = V_{breaking}(\chi \approx v) - V_{breaking}(\chi \approx -v) \approx 2\epsilon v^3, \quad (4)$$

где мы предполагаем $V_{bias} \ll \lambda v^4$, так что $\epsilon \ll \lambda v$. Нас интересует эволюция поля χ в пространственно-плоской Вселенной, описываемой метрикой FLRW:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) d\mathbf{x}^2, \quad (5)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор. В работе мы рассматриваем эволюцию доменных стенок на радиационно-доминированной стадии с масштабным фактором, растущим как $a(t) \propto \sqrt{t}$. Ниже мы часто используем конформное время τ , определяемое как $\tau \sim \int dt/a(t)$, так что $a(\tau) \propto \tau$.

Кратко рассмотрим эволюцию доменных стенок в пределе $V_{bias} \rightarrow 0$,

при котором восстанавливается точная Z_2 -симметрия. Мы предполагаем, что поле χ изначально находится в нуле и начинает скатываться в минимумы потенциала после того, как параметр Хаббла $H = \dot{a}/a$ падает достаточно для выполнения условия $H \lesssim \sqrt{\lambda}v$, после чего образуется система доменных стенок. Вскоре после формирования система доменных стенок выходит на режим скейлинга [24]. Численные симуляции [29] указывают на то, что скейлинг наступает независимо от начальных условий в момент t_{sc} , когда толщина доменных стенок δ_{wall} , оцениваемая как

$$\delta_{wall} \simeq \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \cdot \frac{1}{v}, \quad (6)$$

становится малой по сравнению с радиусом Хаббла, а именно, $\delta_{wall} \simeq 0.05H_{sc}^{-1}$. В режиме скейлинга динамика доменных стенок на больших масштабах определяется единственным параметром H . Симуляции показывают, что в любой момент в объёме Хаббла находится одна длинная доменная стенка с характерным радиусом кривизны H^{-1} . Замкнутые доменные стенки также присутствуют, но их вклад в эволюцию системы пренебрежимо мал [29]. В результате плотность энергии доменных стенок оценивается как

$$\rho_{wall} \sim \sigma_{wall}H, \quad (7)$$

где σ_{wall} – натяжение (поверхностная плотность энергии) доменных стенок:

$$\sigma_{wall} = \frac{2\sqrt{2\lambda}v^3}{3}. \quad (8)$$

Натяжение доменных стенок определяется как интеграл по профилю доменной стенки (кинка), то есть $\sigma_{wall} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz' T_{00}(z')$, где $T_{00}(z)$ – 00-компонента тензора энергии-импульса поля χ . Как следует из уравнения (7), плотность энергии доменных стенок быстро растёт относительно плотности энергии радиации, $\rho_{wall}/\rho_{rad} \propto a^2$. Это приводит к проблеме доминирования доменных стенок в эволюции Вселенной и оправдывает введение слагаемого, нарушающего симметрию.

В дальнейшем мы рассматриваем случай разрушающихся стенок, если не указано обратное. Традиционно время аннигиляции доменных

стенок $\tilde{\tau}_{ann}$ (смысл обозначения с тильдой станет ясен чуть позже) определяется из равенства плотности энергии доменных стенок и разности глубин вакуумов, то есть $\rho_{wall} \sim V_{bias}$. Также предполагается, что скейлинг продолжается вплоть до времени аннигиляции, так что $\rho_{wall}(\tilde{\tau}_{ann}) \sim \sigma_{wall} H_{ann}$. Это приводит к зависимости $\tilde{\tau}_{ann} \propto 1/\sqrt{\epsilon}$ определённого таким образом времени аннигиляции $\tilde{\tau}_{ann}$ [9]. Однако в главе 3 мы наблюдаем, что отклонения от скейлинга начинаются существенно раньше, что затрудняет физическую интерпретацию $\tilde{\tau}_{ann}$. Вследствие этого мы рассматриваем также альтернативный способ определения времени аннигиляции системы доменных стенок, который окажется более подходящим. Вслед за работами [21, 22] мы вводим долю ложного вакуума:

$$\mathcal{F}_{fv} = \frac{V_{false}}{V}, \quad (9)$$

где V и V_{false} обозначают полный симулируемый объём и объём, в котором поле находится в ложном вакууме, соответственно. Изначально доля ложного вакуума $\mathcal{F}_{fv} = 1/2$ и затем снижается со временем, что отражает распад ложного вакуума. Следуя определению времени жизни элементарной частицы, определим время аннигиляции доменных стенок как момент τ_{ann} , в который доля \mathcal{F}_{fv} снижается в e раз, то есть

$$\mathcal{F}_{fv}(\tau_{ann}) \equiv \frac{1}{2e}. \quad (10)$$

Можно было бы ожидать, что $\tau_{ann} \sim \tilde{\tau}_{ann} \propto 1/\sqrt{\epsilon}$. Однако в главе 3 мы увидим, что данные симуляций указывают на иное поведение. Далее используется определение времени аннигиляции, заданное уравнением (10).

Доменные стенки являются мощным источником стохастических гравитационных волн, которые, как правило, описываются их относительной спектральной плотностью энергии:

$$\Omega_{gw} \equiv \frac{1}{\rho_{tot}} \cdot \frac{d\rho_{gw}}{d \ln f}, \quad (11)$$

где $d\rho_{gw}/d \ln f$ – спектральная плотность энергии гравитационных волн, заданная на логарифм частоты f , $\rho_{tot} = 3H^2 M_P^2$ – полная плотность

энергии Вселенной. Мы используем приведённую массу Планка $M_P \approx 2.44 \cdot 10^{18}$ GeV. В случае обычных стенок пиковая частота гравитационных волн, излученных к моменту конформного времени τ , оценивается как [29] (ср. с работой [27])

$$\frac{k_{peak}}{2\pi a(\tau)} \simeq 0.7H(\tau). \quad (12)$$

Соответствующая пиковая плотность энергии гравитационных волн оценивается как [29]

$$\Omega_{gw,peak}(\tau) \simeq \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma_{wall}^2}{H^2(\tau) \cdot M_P^4}. \quad (13)$$

В случае разрушающихся стенок излучение гравитационных волн прекращается в момент $\tau \sim \tau_{ann}$. Поскольку только последние моменты перед распадом стенок важны для излучения гравитационных волн, можно грубо оценить параметры спектра путём замены $\tau \sim \tau_{ann}$ в уравнениях (12) и (13). Однако на практике особенности аннигиляции доменных стенок могут существенно повлиять на излучение гравитационных волн. Более того, как было упомянуто выше, нарушения скейлинга, предполагаемого в уравнениях (12) и (13), начинаются сильно до момента τ_{ann} , см. главу 3. Всё это ставит под вопрос применимость уравнений (12) и (13) в случае разрушающихся стенок.

2 Особенности численных симуляций

Численные симуляции проведены с использованием открытого кода CosmoLattice [25, 26]. Мы используем решётки с различным разрешением, с числом точек 1024^3 и 2048^3 . Симулируемый куб с координатной длиной ребра L имитирует радиационно-доминированную Вселенную и включает множество причинно-несвязанных областей. Симуляции начинаются в момент, когда параметр Хаббла $H_i = \sqrt{\lambda}v$. Мы переходим к безразмерным переменным и модельным константам:

$$\chi \rightarrow \frac{\chi}{v}, \quad \tau \rightarrow \sqrt{\lambda}v\tau, \quad x_i \rightarrow \sqrt{\lambda}vx_i, \quad \epsilon \rightarrow \frac{\epsilon}{\lambda v}. \quad (14)$$

Полагая начальный масштабный фактор $a_i = 1$, из условия $H_i = \sqrt{\lambda}v$ получим начальное конформное время $\tau_i = 1$. Уравнение движения для поля χ в безразмерных переменных принимает форму:

$$\chi'' + \frac{2}{\tau}\chi' - \partial_i^2\chi + \tau^2\chi(\chi^2 - 1) + 3\epsilon\tau^2\chi^2 = 0. \quad (15)$$

В дальнейшем мы используем начальные условия, заданные как

$$\langle \chi^2(\mathbf{x}) \rangle = \int_{k_{min}}^{k_{cut}} \frac{dk \cdot k}{4\pi^2}, \quad \langle \dot{\chi}^2(\mathbf{x}) \rangle = \int_{k_{min}}^{k_{cut}} \frac{dk \cdot k^3}{4\pi^2}. \quad (16)$$

Здесь k_{cut} и k_{min} – импульсы, на которых производится ИК и УФ обрезание спектров начальных флуктуаций. В то время как k_{min} задаётся размером решётки (а именно, $k_{min} = 2\pi/L$), мы не фиксируем k_{cut} . Это позволит нам проверить, является ли эволюция разрушающихся доменных стенок независимой от начальных условий, – данное свойство было установлено для обычных доменных стенок [29]. Начальные условия, заданные в (16), мы называем вакуумными.

Оптимально к концу симуляций, в момент τ_f , толщина стенки не

должна быть меньше шага решетки, то есть

$$\delta_{wall} = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \cdot \frac{1}{v} = \frac{\kappa L_i}{N} \cdot \frac{a(\tau_f)}{a(\tau_i)}, \quad (17)$$

где $N = 1024$ или 2048 – число точек решетки вдоль одного измерения, $\kappa = \mathcal{O}(1)$ – константа, $L_i = a(\tau_i)L = L$ – начальный размер решетки, так что L_i/N – начальный шаг решетки. Мы учитываем, что шаг решетки линейно растёт с масштабным фактором. Мы также требуем, чтобы конечный объём Хаббла был меньше, чем объём решетки:

$$H^{-1}(\tau_f) = \frac{L_i}{2\kappa'} \cdot \frac{a(\tau_f)}{a(\tau_i)}, \quad (18)$$

где мы ввели другую константу $\kappa' = \mathcal{O}(1)$. Таким образом,

$$H^{-1}(\tau_i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}v} = \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \cdot \frac{L_i}{N} \cdot \frac{a(\tau_f)}{a(\tau_i)}. \quad (19)$$

Далее мы получаем максимальное время симуляций (вспомним, что $a \propto \tau$ и $H \propto \tau^{-2}$):

$$\frac{\tau_f}{\tau_i} = \frac{\sqrt{N}}{2^{1/4}\sqrt{\kappa\kappa'}}. \quad (20)$$

Следовательно,

$$H^{-1}(\tau_i) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}v} = \frac{2^{1/4}\sqrt{\kappa}a(\tau_i)L}{2\sqrt{\kappa'N}}. \quad (21)$$

В дальнейшем мы используем эти соотношения для определения размера решётки и максимального времени симуляций.

Отметим, что для $\kappa \simeq \kappa' \simeq 1$ мы получим

$$\frac{\tau_f}{\tau_i} \simeq 35 \quad (N = 2048), \quad \frac{\tau_f}{\tau_i} \simeq 25 \quad (N = 1024). \quad (22)$$

Ниже мы фиксируем такие времена симуляций, но варьируем κ' и κ . Для определённости мы рассматриваем три возможных выбора κ' и κ :

$$\kappa' = \pi\kappa \text{ (ИК)}, \quad \kappa' = \frac{\pi\kappa}{2} \text{ (средняя часть спектра)}, \quad \kappa' = \frac{\pi\kappa}{6} \text{ (УФ)}. \quad (23)$$

Поводом рассматривать $\kappa'/\kappa > 1$ является то, что динамика доменных

стенок и излучение гравитационных волн определяется масштабами, близкими к радиусу Хаббла. Так что в наших интересах, чтобы объём симулируемого куба был существенно больше, чем радиус Хаббла в последние моменты, то есть отношение κ'/κ было бы больше единицы. Однако с таким выбором параметров мы рискуем сделать доменные стенки слишком тонкими по сравнению с шагом решётки к концу симуляций. Как было отмечено в [29], это не ломает симуляции полностью, но приводит к появлению искусственных особенностей в УФ части спектра, со временем затрагивающих также и ИК часть спектра. Эта проблема решается выбором $\kappa'/\kappa < 1$ в (23).

В дальнейшем мы в основном рассматриваем $\kappa' = \pi\kappa/2$, но для получения полного спектра нам нужно рассмотреть все три варианта в уравнении (23). Таким образом мы можем получить точные результаты для ИК, средней и УФ частей спектра, а затем объединить их. Применимость такого подхода была обоснована в работе [29], в которой изучались обычные доменные стенки, путём сравнения результатов, полученных на решётках с различным разрешением.

3 Результаты: эволюция системы доменных стенок

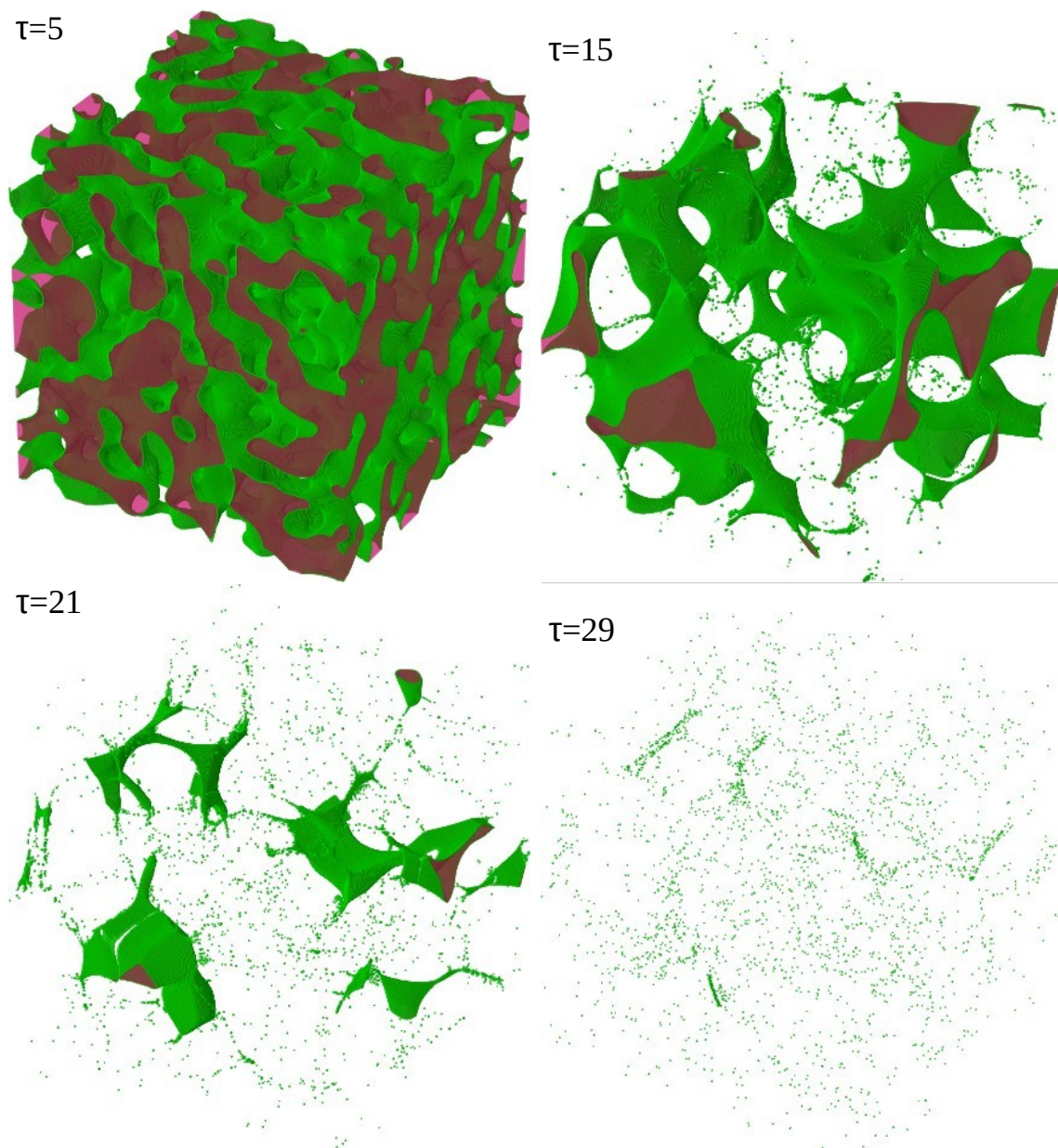


Рисунок 1: Конфигурации системы доменных стенок, полученные при $\epsilon = 0.01$ (в безразмерных величинах). Стенки обозначены зелёным цветом, области с истинным и ложным вакуумом обозначены белым и красным соответственно.

Система доменных стенок с нарушающим симметрию слагаемым

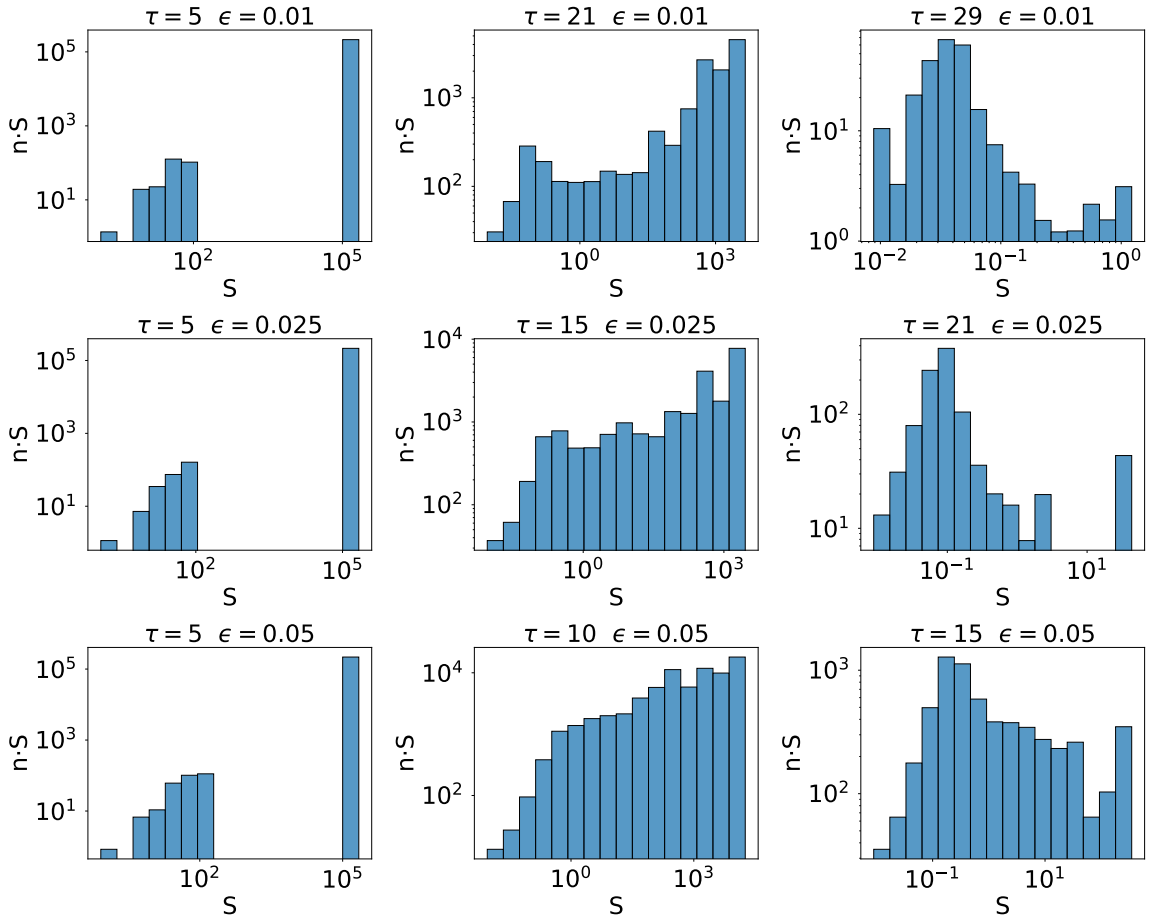


Рисунок 2: Гистограммы, показывающие распределение доменных стенок по площадям S для трёх различных значений параметра ϵ . Симуляции были проведены на решётке с числом точек $N^3 = 2048^3$.

в потенциале стремительно распадается. Конфигурации системы стенок, полученные в случае $\epsilon = 0.01$, показаны на рисунке 1. На начальных стадиях эволюции объём равным образом распределён между ложным и истинным вакуумами, которые разделены доменными стенками. После этого большие стенки распадаются на мелкие, которые в дальнейшем также распадаются и излучают скалярные частицы. Это иллюстрируется распределением доменных стенок по площадям S , изображённом на рисунке 2. Можно выделить следующие стадии эволюции системы. Вблизи момента $\tau \sim 5$ существует одна большая стенка, отделённая от маленьких разрывом в распределении площадей. Аналогичная картина наблюдается и в случае обычных стенок [29]. Однако в случае распадающихся стенок разрыв в распределении площадей сокращается со временем, и стенки становятся непрерывно распределёнными по площадям. В дальнейшем это

распределение принимает форму колокола. Полная площадь доменных стенок стремительно падает из-за их распада на частицы поля χ .

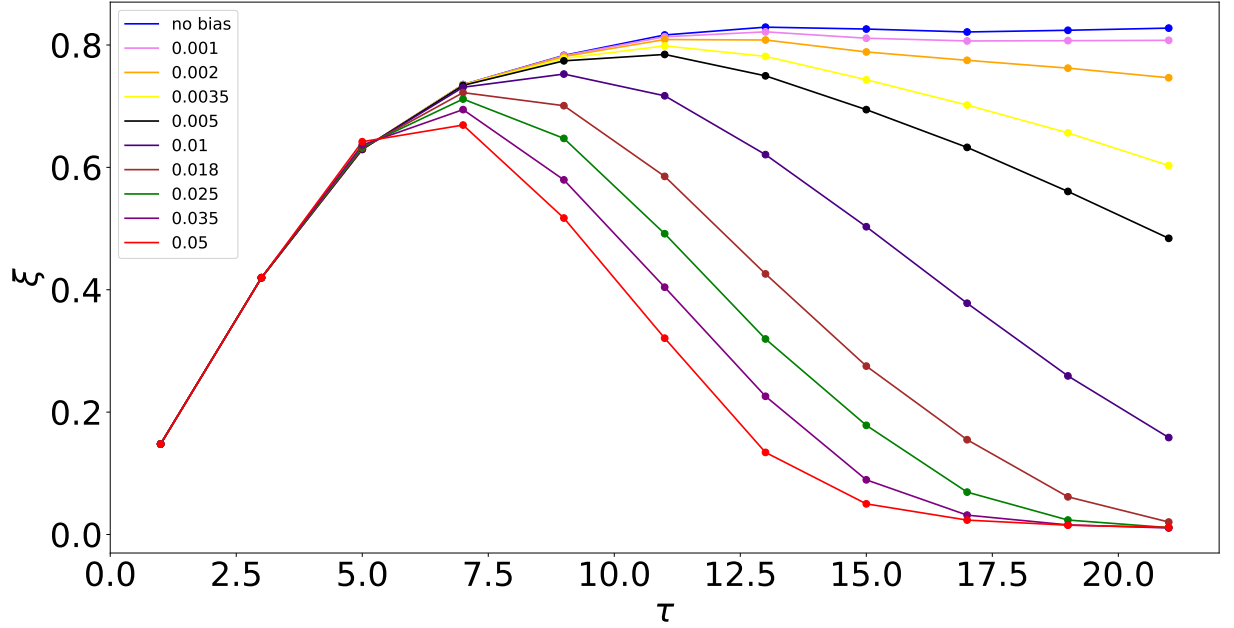


Рисунок 3: Эволюция скейлинг-параметра ξ , определённого в уравнении (24), при различных значениях параметра ϵ . Симуляции были проведены на решётке размера 1024^3 .

На рисунке 3 показана эволюция доменных стенок в терминах скейлинг-параметра ξ , определённого как

$$\xi \equiv \frac{St}{a(t)V}, \quad (24)$$

где S – координатная площадь стенок, заключённых в объёме V . Численное вычисление площади доменных стенок S производится с помощью алгоритма, предложенного в работе [24]. Отметим, что в случае обычных стенок параметр ξ служит для определения момента выхода системы на скейлинг-режим. А именно, скейлинг достигается, когда ξ принимает постоянное значение. В случае $\epsilon \neq 0$ эволюция системы доменных стенок остается незатронутой нарушением симметрии до момента $\tau \sim 5$, что подтверждается приведёнными гистограммами. Около момента $\tau \sim 5$ различные кривые $\xi(\tau)$ начинают отклоняться от случая $\epsilon = 0$. В целом, кривые $\xi(\tau)$ принимают форму колокола (в случае вакуумных начальных

условий), и это более выражено для больших ϵ . Ширина колокола растёт с уменьшением параметра ϵ .

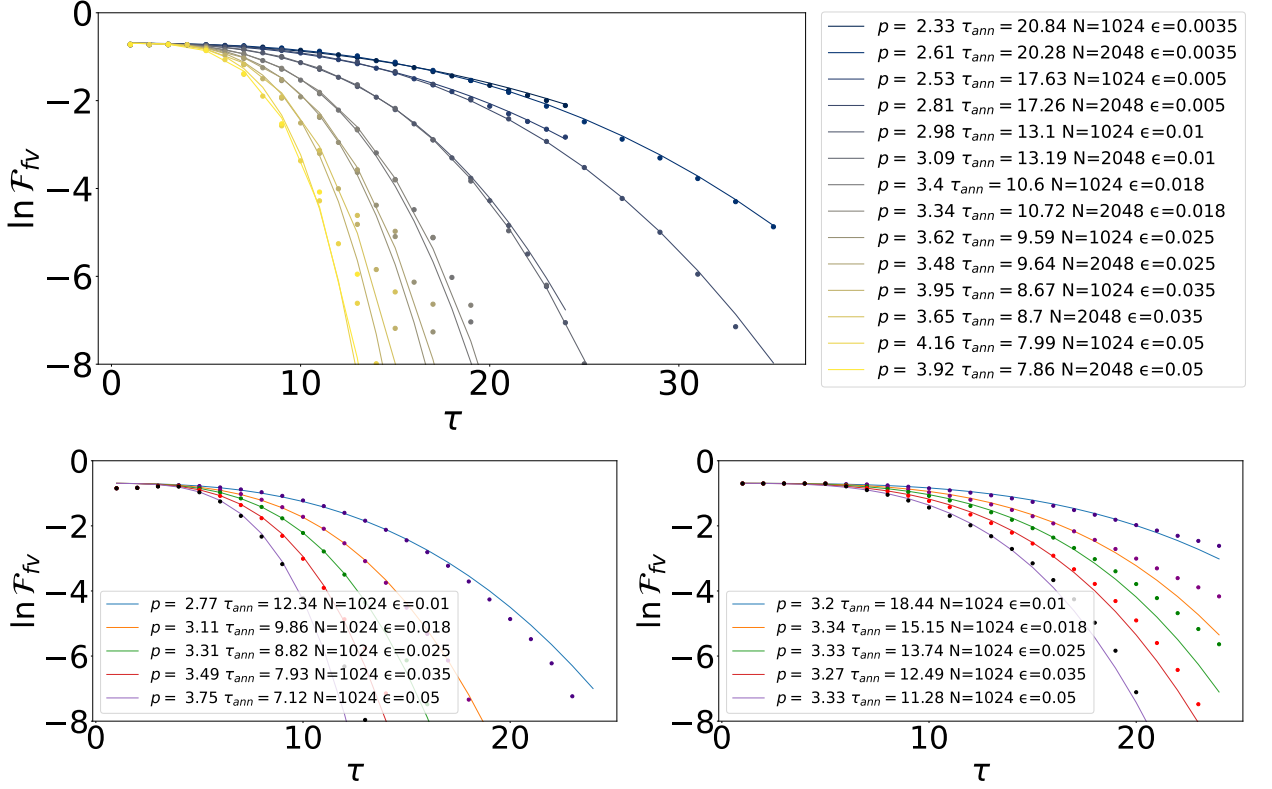


Рисунок 4: Эволюция доли ложного вакуума \mathcal{F}_{fv} при различных значениях безразмерного параметра ϵ . Результаты были получены с помощью решёток с числом точек 1024^3 и 2048^3 , при вакуумных начальных условиях с обрезанием спектра на $k_{cut} = 1$ (сверху), $k_{cut} = 5$ (снизу слева) и $k_{cut} = 0.3$ (снизу справа). Мы использовали уравнение (25) для численных фитов.

Эволюция доли ложного вакуума, приведённая на рисунке 4, особенно показательна. Мы параметризуем долю ложного вакуума аналогично работам [21, 22]:

$$\mathcal{F}_{fv} = \frac{1}{2} \cdot \exp \left[- \left(\frac{\tau}{\tau_{ann}} \right)^p \right], \quad (25)$$

где p предполагается постоянным. См. также работы [32–34], в которых рассмотрены аналитические подходы к задаче разрушения доменных стенок. Отметим, что параметр τ_{ann} из уравнения (25) совпадает с определением времени аннигиляции доменных стенок, введённым в уравнении (10). В отличие от работы [22], мы наблюдаем, что степень p может зависеть от величины ϵ и от начальных условий. Такая зависимость

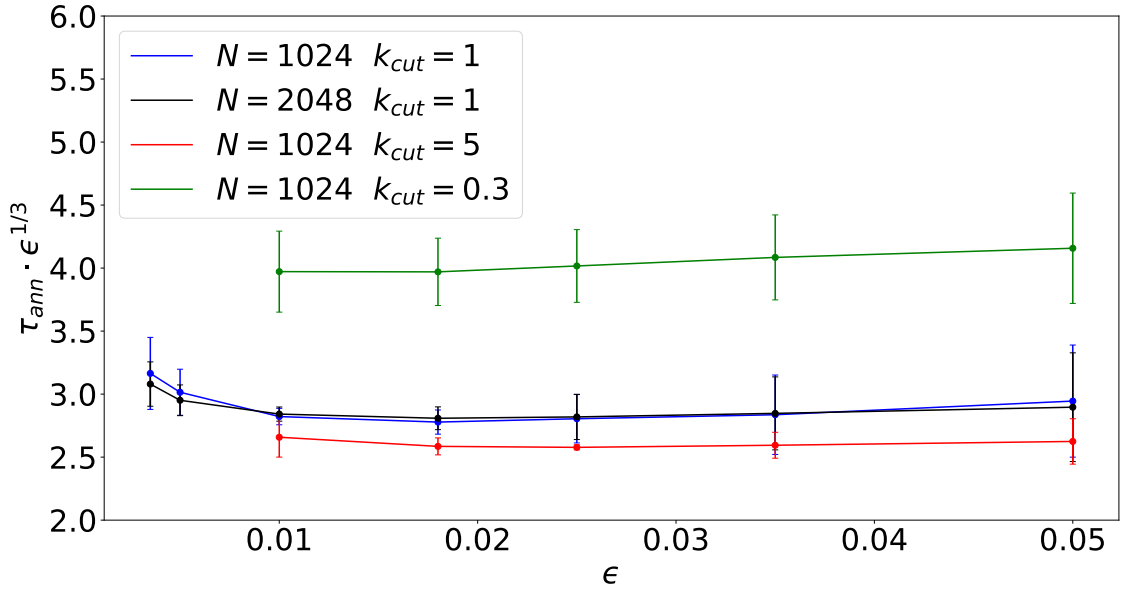


Рисунок 5: Зависимость времени аннигиляции τ_{ann} от параметра ϵ для различных значений масштаба обрезания спектра начальных флуктуаций k_{cut} при вакуумных начальных условиях.

сильна для $k_{cut} = 1$ и $k_{cut} = 5$, в то время как при $k_{cut} = 0.3$ параметр p заключён в узкий интервал возле $p = 3.3$. В этом случае значения p находятся в хорошем согласии с работой [22].

Существенно, что мы наблюдаем отклонения от обычно предполагаемого соотношения $\tau_{ann} \propto 1/\sqrt{\epsilon}$. Из рисунков 4 и 5 получаем

$$\tau_{ann} \approx 3\tau_i \cdot C(k_{cut}) \cdot \left(\frac{\lambda v}{\epsilon}\right)^{1/3}, \quad (26)$$

где $C(k_{cut})$ – коэффициент, независимый от ϵ , но слегка изменяющийся при изменении k_{cut} . В частности, $C(1) \approx 1$, $C(0.3) \approx 1.4$ и $C(5) \approx 0.9$. Вспомнив, что начальное время τ_i выбрано таким образом, что $H_i = 1/(a_i\tau_i) = \sqrt{\lambda v}$, можно переписать уравнение (26) в терминах параметра Хаббла во время радиационно-доминированной стадии

$$\frac{H_{ann}}{\sqrt{\lambda v}} \approx \frac{0.1}{C^2(k_{cut})} \cdot \left(\frac{\epsilon}{\lambda v}\right)^{2/3}. \quad (27)$$

Заметим, что зависимость $\tau_{ann}(\epsilon)$, приведённая в уравнении (26), согласуется со стандартной оценкой $\rho_{wall} \sim V_{bias}$ при условии, что плотность энергии разрушающихся доменных стенок падает как

$\rho_{wall} \propto 1/a^3$ вместо $\rho_{wall} \propto 1/a^2$. Другими словами, чтобы удовлетворить оценке $\rho_{wall} \sim V_{bias}$, плотность энергии разрушающихся доменных стенок должна падать быстрее, чем в случае обычных стенок. Это соотносится с поведением скейлинг-параметра на рисунке 3, показывающим, что явно нарушенная симметрия рано начинает влиять на эволюцию стенок. Такое сходство поведения распадающихся стенок с поведением не взаимодействующей пыли не обязательно является совпадением (например, это может быть обусловлено растущим количеством замкнутых стенок, ведущих себя как пыль внутри объема Хаббла) и заслуживает дальнейших исследований. Отметим, что наблюдаемое поведение $\tau_{ann}(\epsilon)$ во многом независимо от начальных условий. А именно, в отличие от параметра p и коэффициента $C(k_{cut})$, соотношение $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/3}$ не зависит от изменений масштаба обрезания k_{cut} . Другими словами, мы установили, что время аннигиляции доменных стенок параметрически меньше (относительно ϵ), чем ожидалось. Как мы увидим в следующем разделе, это приводит к существенному уменьшению амплитуды гравитационных волн по сравнению с общепринятыми оценками.

ϵ	N^3	Сим.	k_{cut}	$\chi^2, \alpha = 1/2$	$\chi^2, \alpha = 1/3$	α , фит
[0.01, 0.05]	1024^3	1	0.3	2.2	0.05	0.3
[0.01, 0.05]	1024^3	4	1	23.1	0.29	0.34
[0.01, 0.05]	1024^3	1	5	4.3	0.7	0.34
[0.0035, 0.05]	1024^3	4	1	8.6	1.1	0.38
[0.0035, 0.05]	2048^3	1	1	42.2	1.9	0.37
[0.0009, 0.0016]	3240^3	4	—	5.0	0.05	0.32
[0.0008, 0.0016]	3240^3	4	—	3.0	1.1	0.42

Таблица 1: Результаты анализа степенного закона $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^\alpha$ с помощью χ^2 для случаев $\alpha = 1/2$ и $\alpha = 1/3$. Результаты приведены для набора решёток с разными разрешениями/с разными начальными условиями для поля χ /для разного числа реализаций начальной конфигурации скалярного поля. Также приведен фит для параметра α . Числа в последних двух строках были взяты из работы [22]. Масштаб обрезания вакуумных начальных условий в данной работе не указан.

Для вывода соотношения (26) мы проанализировали диапазоны $\epsilon = [0.0035, 0.05]$ и $\epsilon = [0.01, 0.05]$ с использованием решёток размера

2048³ и 1024³, соответственно. Мы произвели χ^2 -анализ для сравнения гипотез $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/3}$ и $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/2}$. Результаты в таблице 1 явно указывают на правильность первой гипотезы. Изменение поведения $\tau_{ann}(\epsilon)$ при рассмотрении очень малых ϵ , вероятно, связано с тем фактом, что в этом случае распад системы происходит при достаточно поздних временах, при которых эффекты, связанные с конечным разрешением/размером решётки, становятся существенными. С другой стороны, в этом пределе результат менее зависим от возможного влияния начальных условий, таким образом изменение поведения τ_{ann} может указывать на то, что общепринятый закон $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/2}$ может восстанавливаться при очень малых ϵ .

Для лучшего понимания этого вопроса мы проанализировали результаты численных симуляций для распада ложного вакуума из работы [22], в которой диапазон $\epsilon = [0.0008, 0.0016]$ был исследован с большим разрешением решётки. Соответствующие значения χ^2 также приведены в таблице 1. Мы снова наблюдаем, что поведение τ_{ann} лучше описывается зависимостью $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/3}$, чем $\tau_{ann} \propto 1/\epsilon^{1/2}$. Симуляции из работы [22] также указывают на изменение поведения $\tau_{ann}(\epsilon)$ при рассмотрении больших времён симуляций, как и в нашем случае. Поскольку рассмотренные диапазоны ϵ в нашей работе и в работе [22] не пересекаются, эта особенность может быть численным артефактом. Тем не менее, это является дополнительной мотивацией дальнейших исследований поведения $\tau_{ann}(\epsilon)$ с помощью симуляций с большим разрешением и для большего набора начальных условий.

Рассмотрим другие варианты нарушающих симметрию слагаемых: линейный член $V_{breaking} = \epsilon\chi^2$, а также неперенормируемый член вида $V_{breaking} = \epsilon\chi^5/v^2 + \epsilon'\chi^6/v^3$. В последнем случае член $\epsilon'\chi^6/v^3$ с некоторой положительной константой ϵ' был добавлен для ограничения всего потенциала снизу. Как видно из рисунка 6, влияние членов высшего порядка на эволюцию доменных стенок почти неотличимо от кубического члена. С другой стороны, влияние линейного члена существенно отличается. Вероятной причиной этого является то, что линейный член изменяет поведение потенциала $V(\chi)$ возле минимума $\chi = 0$, приводя к

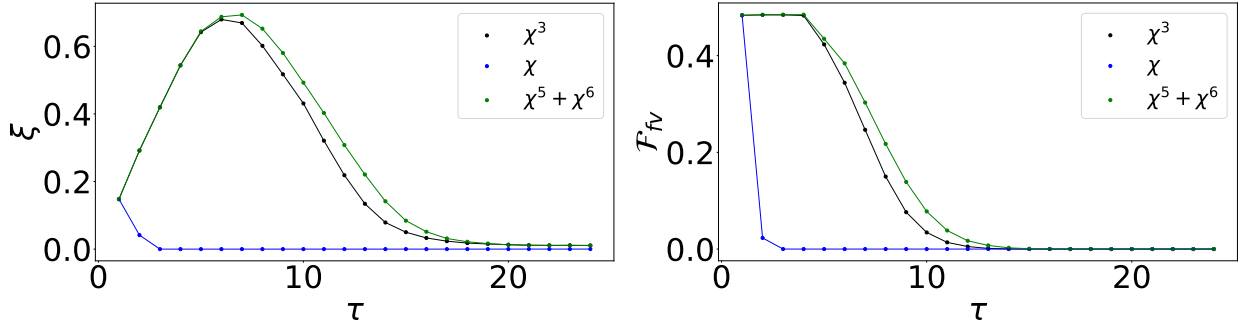


Рисунок 6: Сравнение влияния нарушения симметрии, вызванного членами вида $V_{breaking} = \epsilon\chi^3$, $\epsilon\chi v^2$ и $\epsilon(\chi^5/v^2 + \chi^6/v^3)$, на формирование и эволюцию доменных стенок. Параметр $\epsilon = 0.05$ (в единицах λv). Приведены скейлинг-параметр ξ (слева) и доля ложного вакуума \mathcal{F}_{fv} (справа). Симуляции были проведены на решетке размера 1024^3 . Доменные стенки не формируются в случае рассмотрения линейного слагаемого, нарушающего симметрию (при таком выборе ϵ).

ненулевой производной $\partial V/\partial\chi$ при $\chi = 0$. В результате поле скатывается в один из минимумов чаще, чем в другой. Это может объяснять, почему система доменных стенок не формируется в этом случае (ср. с работой [35]). В этой работе мы изучаем эффекты, связанные только с нарушением симметрии, и далее не рассматриваем случай $V_{breaking} \propto \chi$.

4 Результаты: гравитационные волны

Результаты численных симуляций излучения гравитационных волн разрушающимися доменными стенками приведены на рисунках 7, 8 и 9. Симуляции были проведены для вакуумных начальных условий. Мы рассматриваем лишь относительно большие значения $\epsilon = 0.018, 0.025, 0.035, 0.05$, потому что иначе разрушение системы доменных стенок и стабилизация спектра гравитационных волн требуют много времени. Остальные параметры модели выбраны как $\lambda = 0.03$, $v = 6 \cdot 10^{16}$ GeV и число релятивистских степеней свободы $g_*(T) = 100$ (мы считаем его постоянным во время симуляций). Результаты можно обобщить на произвольные значения параметров, как мы покажем ниже. На рисунках 7 и 9 показаны спектры, полученные с помощью одной симуляции на решётке размера 2048^3 , в то время как рисунок 8 получен путём усреднения 10 симуляций, проведённых при различных реализациях начальных условий на решётке размера 1024^3 .

Таким образом, мы можем оценить ошибки, связанные со статистической природой начальных условий поля χ . Спектр гравитационных волн на рисунке 7 получен с помощью процедуры, описанной в главе 2 (ср. с работой [29]). Мы варьируем отношение κ'/κ в соответствии с уравнением (23), при этом параметры κ' и κ отвечают за ИК и УФ части спектра, соответственно. Это позволяет нам более детально изучить ИК, УФ и часть спектра возле пика. После этого мы объединяем различные части для получения полного спектра. Эта процедура используется для того, чтобы избавиться от/уменьшить влияние нефизических факторов. На рисунках 8 и 9, полученных при фиксированном отношении $\kappa'/\kappa = \pi/2$, виден выраженный УФ пик. Как было показано в работе [29], это является численным артефактом, так как положение пика изменяется при изменении разрешения решётки.

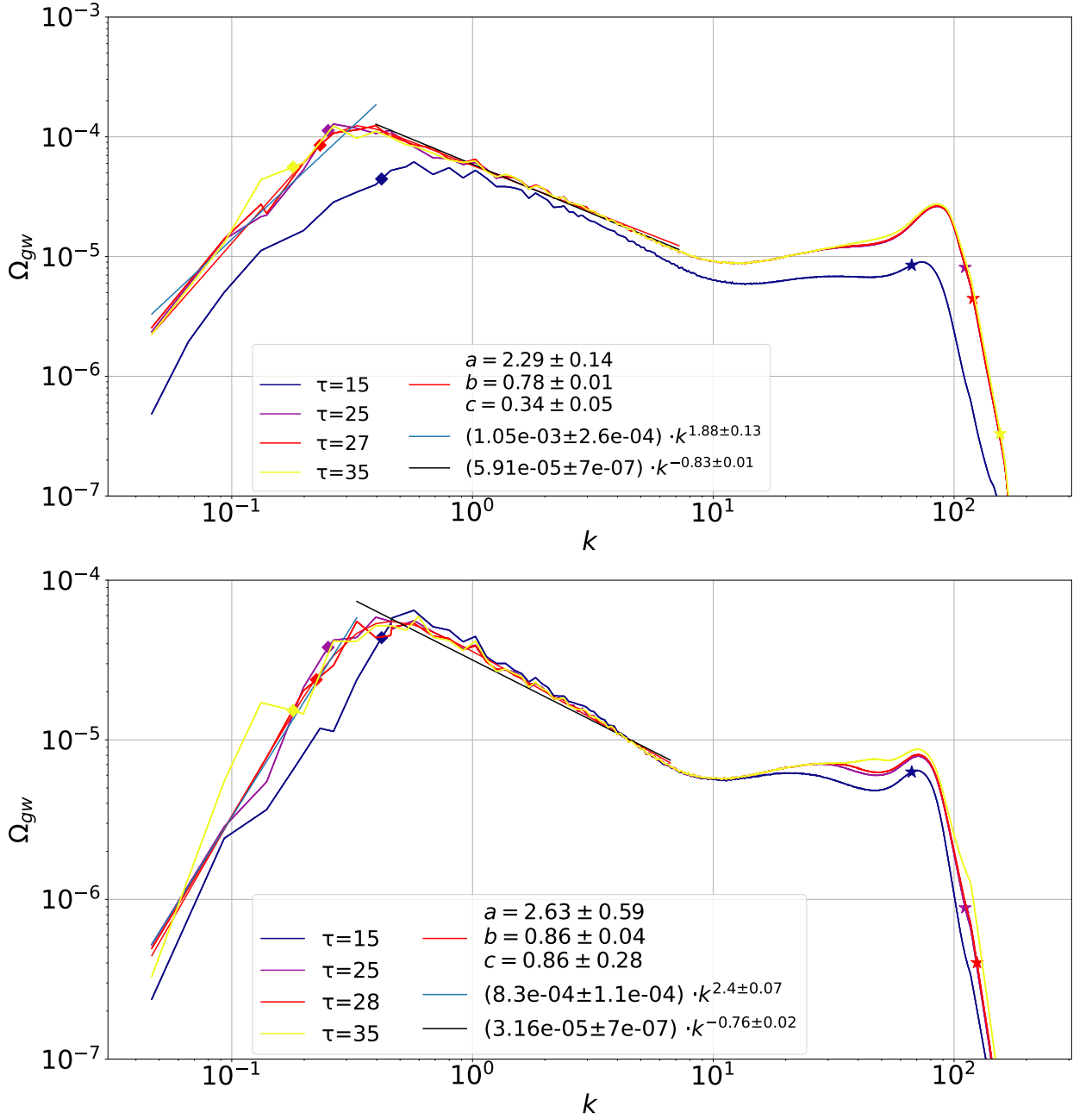


Рисунок 7: Спектры гравитационных волн, полученные на решётке размера 2048^3 при $\epsilon = 0.025$ (сверху) и $\epsilon = 0.05$ (снизу) для вакуумных начальных условий и масштаба обрезания $k_{cut} = 1$. Также показаны фиты степенным законом и фит, заданный уравнением (33).

Обсудим характеристики гравитационных волн в области пика. Пиковая частота задаётся как

$$\frac{k_{peak}}{2\pi a_{ann}} \simeq 0.6 H_{ann}, \quad (28)$$

что хорошо согласуется с результатом, полученным для обычных

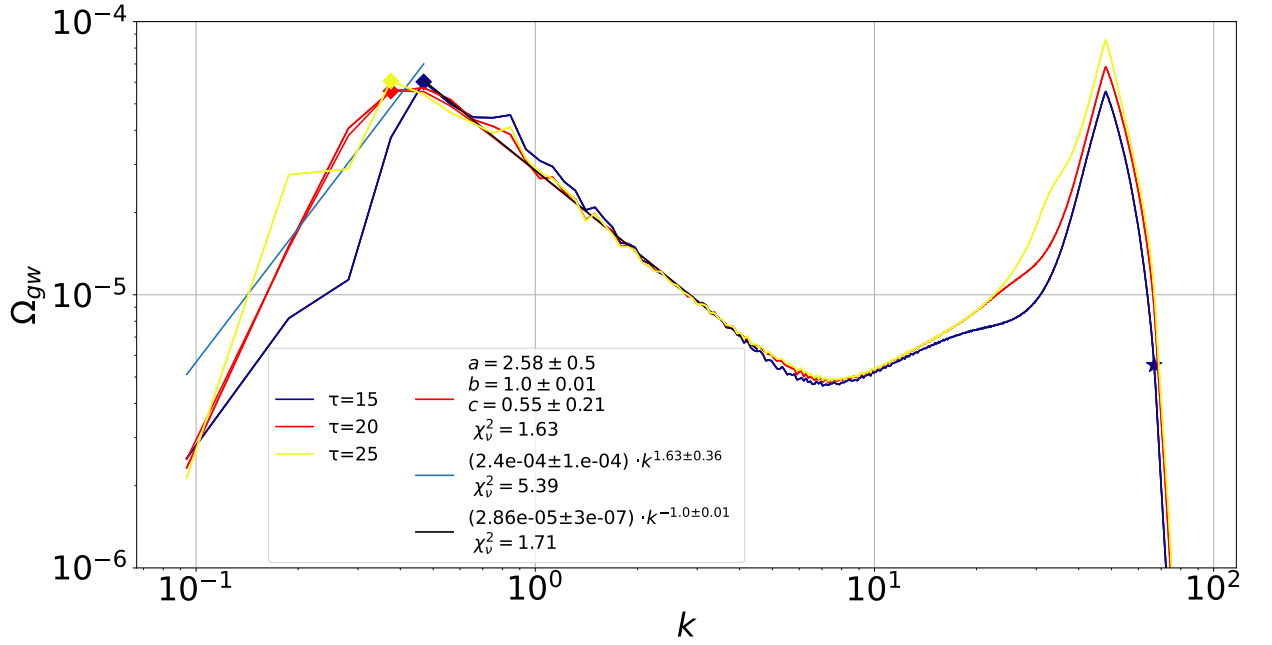


Рисунок 8: Спектры гравитационных волн при $\epsilon = 0.05$, полученные с помощью усреднения 10 симуляций с разными реализациями вакуумных начальных условий с масштабом обрезания $k_{cut} = 1$. Симуляции были проведены на решётке размера 1024^3 при фиксированном отношении $\kappa'/\kappa = \pi/2$ (см. описание в конце главы 2). Это объясняет появление искусственного УФ пика, отсутствующего на рисунке 7. Также показаны фиты степенным законом и фит, заданный уравнением (33). Качество фита в ИК части невелико из-за малого числа точек.

стенки [29]. Спектральная плотность энергии в максимуме, полученная из рисунков 7 и 9, задается как

$$\Omega_{gw,peak} \simeq 1.3 \cdot 10^{-8} \left(\frac{H_i}{H_{ann}} \right)^2 \cdot \left(\frac{v}{6 \cdot 10^{16} \text{ GeV}} \right)^4. \quad (29)$$

Отметим, что зависимость от вакуумного среднего v и константы связи λ , входящих в $H_i = \sqrt{\lambda}v$, следует из соотношения $\rho_{gw} \propto \sigma_{wall}^2/M_P^2$. Множитель $\sim H_{ann}^2$ в делителе приходит из уравнения Фридмана $\rho_{tot} = 3H_{ann}^2 M_P^2$, которое соотносит полную плотность энергии в Ω_{gw} с параметром Хаббла.

Пиковая плотность энергии гравитационных волн примерно на порядок превосходит теоретические ожидания, при которых τ_{ann} считается последним моментом излучения гравитационных волн (ср. с уравнением (58) в работе [29]). Это расхождение можно объяснить тем, что излучение гравитационных волн продолжается некоторое время после разрушения

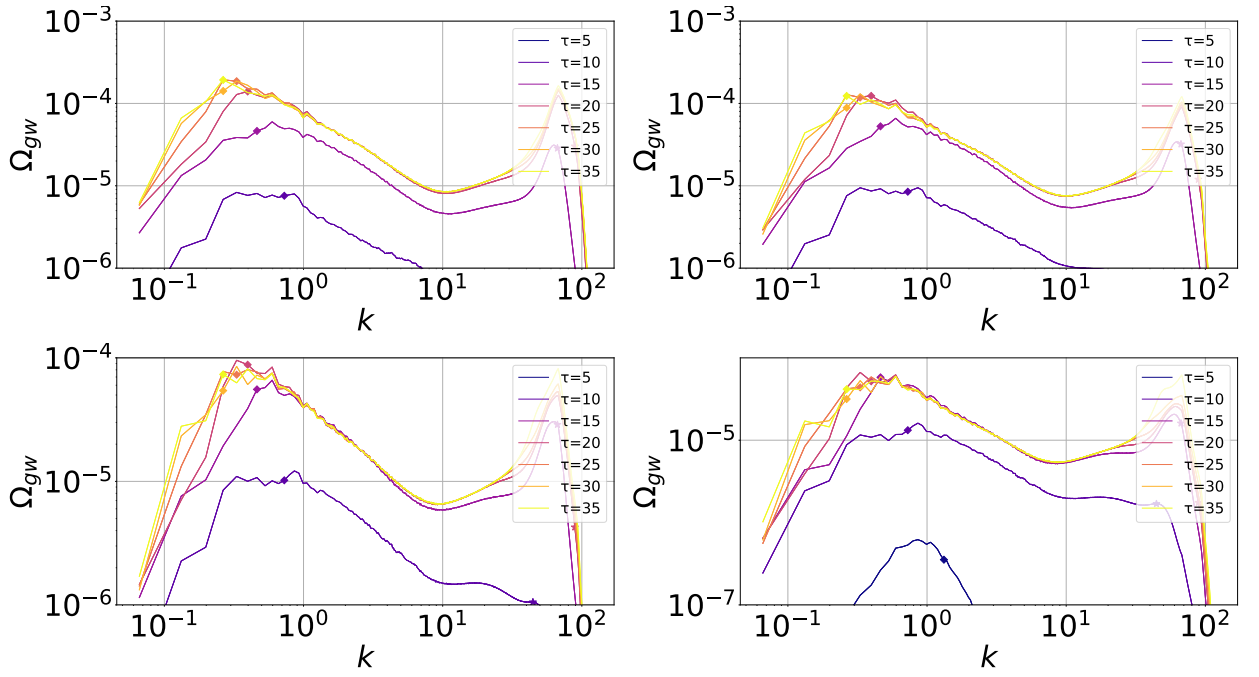


Рисунок 9: Спектры гравитационных волн, полученные на решётке размера 2048^3 для вакуумных начальных условий и масштаба обрезания $k_{cut} = 1$. Параметр нарушения симметрии $\epsilon = 0.018$ (сверху слева), $\epsilon = 0.025$ (сверху справа), $\epsilon = 0.035$ (снизу слева) и $\epsilon = 0.05$ (снизу справа). Симуляции проведены при фиксированном отношении $\kappa'/\kappa = \pi/2$ (см. описание в конце главы 2). Это объясняет появление искусственного УФ пика, отсутствующего на рисунке 7.

доменных стенок. А именно, справедливо соотношение

$$\tau_{gw} \sim 2\tau_{ann} , \quad (30)$$

где τ_{gw} – момент, в который происходит насыщение спектра, ср. с работами [17, 22]. Из рисунков 7 и 9 видно, что рост плотности энергии гравитационных волн продолжается и после момента τ_{ann} . Возможной физической причиной этого является то, что неоднородно распределенные частицы после распада доменных стенок продолжают излучать гравитационные волны. После того, как распределение становится однородным, излучение прекращается. Если частицы релятивистские, это занимает примерно одно Хаббловское время. После этого момента источник гравитационных волн исчезает, и рост их энергии прекращается.

Необходимо сделать важный комментарий. При выводе

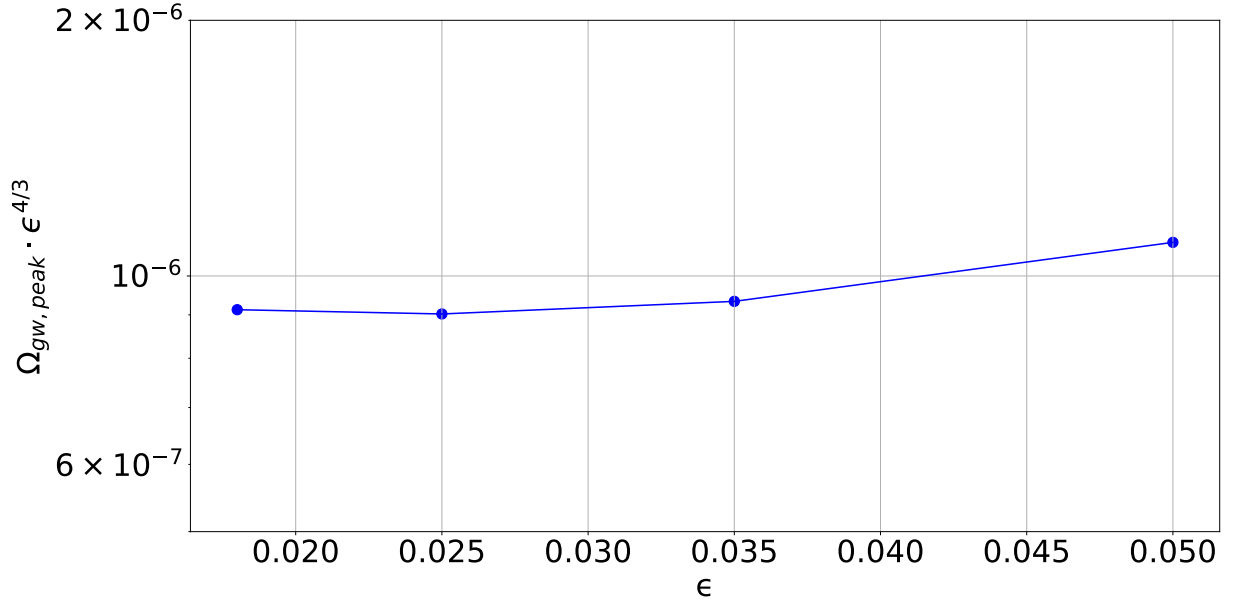


Рисунок 10: Зависимость $\Omega_{gw, peak}$ от параметра нарушения симметрии ϵ , полученная из рисунка 9. Использованы вакуумные начальные условия с масштабом обрезания $k_{cut} = 1$.

уравнения (29) мы использовали соотношение $\rho_{gw} \propto \sigma_{wall}^2/M_P^2$, которое предполагает, что доменные стенки находятся в режиме скейлинга. Однако отметим, что закон скейлинга не соблюдается при введении слагаемого, нарушающего симметрию, и отклонение от скейлинга особенно выражено при приближении к моменту аннигиляции доменных стенок. Такое отклонение может привести к дополнительной зависимости от параметра ϵ , хотя эта зависимость должна быть довольно слабой, как видно из рисунка 11.

Подставляя уравнение (27) в (28) и (29), мы можем выразить пиковую частоту и спектральную плотность энергии гравитационных волн в терминах параметров модели. Мы также учитываем расширение Вселенной, чтобы получить современные значения величин:

$$f_{peak} \simeq 8 \text{ nHz } \lambda^{1/4} \cdot \left(\frac{\epsilon}{10^{-36} \cdot \lambda v} \right)^{1/3} \cdot \sqrt{\frac{v}{100 \text{ TeV}}} \cdot \left(\frac{100}{g_*(T_{ann})} \right)^{1/12}, \quad (31)$$

и

$$\Omega_{gw, peak} h_0^2 \simeq 1 \cdot 10^{-10} \cdot \left(\frac{v}{100 \text{ TeV}} \right)^4 \cdot \left(\frac{10^{-36} \cdot \lambda v}{\epsilon} \right)^{4/3} \cdot \left(\frac{100}{g_*(T_{ann})} \right)^{1/3}. \quad (32)$$

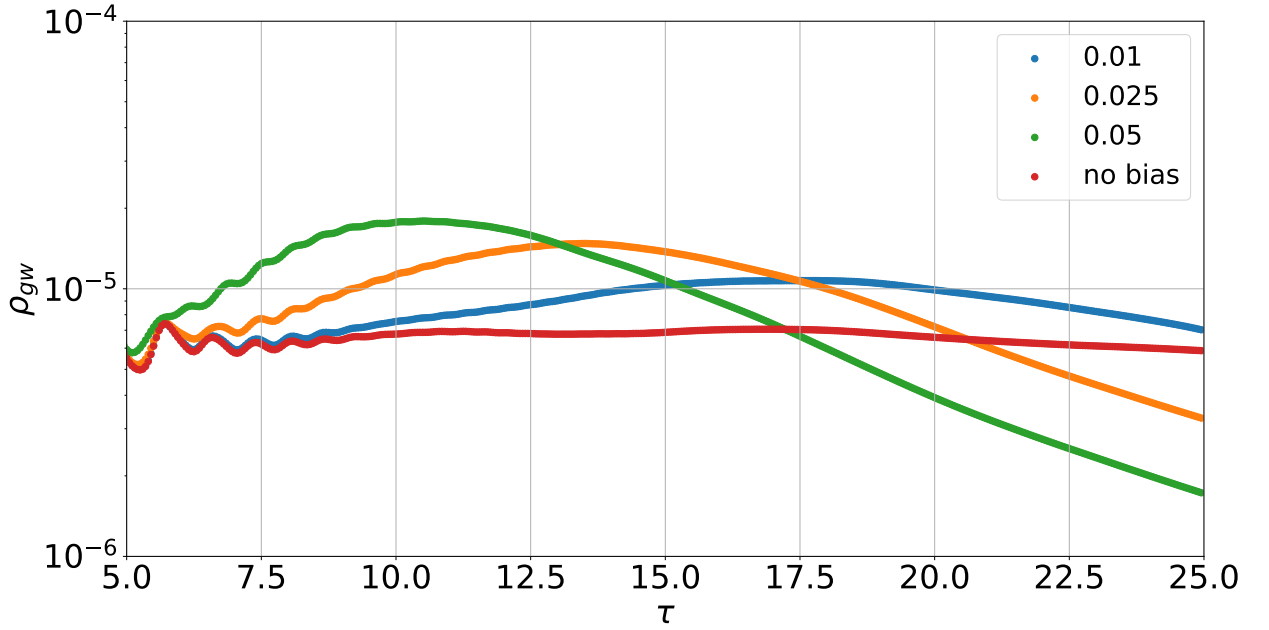


Рисунок 11: Плотность энергии гравитационных волн, полученная для множества параметров ϵ , при вакуумных начальных условиях с масштабом обрезания $k_{cut} = 1$. Симуляции проведены на решетке размера 1024^3 .

Мы полагаем $C(k_{cut}) \approx 1$ в уравнении (27), так как используются вакуумные начальные условия с масштабом обрезания $k_{cut} = 1$. Уравнения (31) и (32) записаны в такой форме для удобства сравнения с недавними результатами, полученными с помощью тайминга пульсаров [3–8]. Как следует из уравнения (29), см. также рисунок 10, зависимость $\Omega_{gw,peak}$ от ϵ значительно слабее общепринятой $\Omega_{gw,peak} \propto 1/\epsilon^2$. Это вызвано более ранним временем аннигиляции, выявленным в наших симуляциях, по сравнению с общепринятыми оценками. Следовательно, сигнал гравитационных волн получается более слабым при том же значении ϵ , учитывая, что ϵ предполагается очень малым, как подчёркнуто в уравнении (32). Этот результат нашей работы отличается от полученных в работах [18, 19, 22].

Рассмотрим форму спектра гравитационных волн. Спектральные индексы на рисунках 7 и 8 были получены с помощью следующей процедуры. Предполагая степенной закон, так что $\ln \Omega_{gw} = \ln \alpha + \beta \ln k$, где α и β – константы, мы получаем значения α и β и их ошибки с использованием метода наименьших квадратов. Для оценки спектрального индекса в ИК части спектра мы берем все точки от

$k_{min} = 2\pi/L$ до k_{peak} . В УФ части спектра мы берем все точки от k_{peak} до импульса k , который в 1.5 раза меньше, чем ИК край плато. Все фиты были сделаны с использованием функции `curve_fit` из библиотеки `SciPy` языка Python. Выбор конформных времен, для которых сделаны фиты, обусловлен следующими соображениями: спектр должен быть стабилизирован в эти времена, и осцилляции не должны быть выраженными. Отметим, что осцилляции должны быть в любом случае усреднены при вычислении плотности энергии гравитационных волн. Такое усреднение может быть легко реализовано, если длина волны мала по сравнению с радиусом Хаббла. Однако из-за ограниченности времени наших симуляций, некоторые интересующие нас моды имеют длину волны, близкую к радиусу горизонта к концу симуляций, и могут возникнуть трудности с избавлением от осцилляций в ИК части спектра. В этой ситуации от осцилляций можно избавиться, выбрав момент, когда связанные с ними эффекты малы.

Спектр гравитационных волн может быть разделен на четыре области:

i) ИК часть спектра, для которой $\Omega_{gw} \propto f^3$ при $f \rightarrow 0$ из соображений причинности. Отклонения от этого поведения на рисунках 7, 8 и 9 связаны с ограниченной областью значений импульсов, доступных нам: $k \geq 2\pi/L$.

ii) Близкая к максимуму УФ часть спектра имеет форму, приближённо описываемую как $\Omega_{gw} \propto f^{-1}$, что согласуется с результатами, полученными в работе [18], но отличается от результатов работы [19]. Здесь наблюдается сильное отклонение от случая обычных стенок, при котором форма спектра задаётся как $\Omega_{gw} \propto f^{-1.5}$ [29]. Мы объясняем эту особенность образованием большого количества маленьких замкнутых доменных стенок при введении нарушающего симметрию слагаемого. Действительно, в работах [29, 37] было замечено, что динамика системы обычных доменных стенок определяется одной большой стенкой, в то время как влияние маленьких замкнутых стенок пренебрежимо мало.

iii) Дальняя УФ часть спектра, где спектр выходит на плато. Такая особенность была видна и в случае обычных стенок, но здесь она выражена более ярко. ИК начало плато удивительно стабильно: оно не зависит

от времени симуляций и параметра ϵ . Так как мы можем сопоставить начало плато с масштабом $k/a \sim 4\pi\sqrt{H/\delta_{wall}}$, это плато, вероятно, имеет физическую природу. В частности, оно становится более выраженным при уменьшении влияния УФ артефакта. Более того, в работе [29] было показано, что плато остается незатронутым при переходе от решётки размера 2048^3 к решётке размера 1024^3 . Таким образом, маловероятно, что плато является артефактом ограниченного разрешения решётки.

iv) Экспоненциальный спад в спектре наблюдается на масштабах, меньших, чем толщина решётки, соответствующая импульсу $k/a \gtrsim 2\pi/\delta_{wall}$. Эта особенность независима от нарушения симметрии, она также наблюдается и для случая обычных доменных стенок.

ϵ	Решетка	Сим.	a	b	c
0	2048^3	1	2.36 ± 0.37	1.45 ± 0.07	0.74 ± 0.02
0.018	2048^3	1	2.60 ± 0.29	0.97 ± 0.01	0.82 ± 0.13
0.025	2048^3	1	2.29 ± 0.14	0.78 ± 0.01	0.34 ± 0.05
0.035	2048^3	1	2.60 ± 0.33	0.92 ± 0.02	0.66 ± 0.12
0.05	2048^3	1	2.63 ± 0.59	0.86 ± 0.04	0.86 ± 0.28
0.05	1024^3	10	2.58 ± 0.50	1.00 ± 0.01	0.55 ± 0.21

Таблица 2: Параметры a, b, c фита из уравнения (33) приведены для различных значений параметра ϵ , значение $\epsilon = 0$ соответствует случаю обычных доменных стенок.

В области возле пика мы также можем рассмотреть следующую формулу для фита [4]:

$$\Omega_{gw} = \Omega_{gw,peak} \cdot \frac{(a+b)^c}{(bx^{-a/c} + ax^{b/c})^c}, \quad (33)$$

где $x \equiv f/f_{peak}$, a, b, c – параметры фита. Фит снова был проведён с помощью функции `curve_fit` из библиотеки `SciPy`. Процедура была применена к спектру гравитационных волн с подавленными осцилляциями, как и в случае степенных фитов, описанных выше. Результаты приведены в таблице 2, где мы также сравниваем случаи $\epsilon \neq 0$ со случаем $\epsilon = 0$. Фит, применённый к усреднённым результатам 10 симуляций, даёт $\chi^2_\nu = 1.63$. Спектр для случая обычных стенок мы взяли из рисунка 1 работы [29]. Мы обнаружили, что введение нарушающего симметрию слагаемого приводит

к уменьшению энергии в ИК части спектра и увеличению энергии в УФ части.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Небольшое нарушение Z_2 -симметрии часто рассматривается для решения проблемы доминирования доменных стенок. В данной работе мы численно изучили влияние слагаемого V_{bias} , нарушающего симметрию, на эволюцию доменных стенок и излучение ими гравитационных волн в радиационно-доминированной Вселенной. По-видимому, общепринятый способ вычисления времени аннигиляции доменных стенок с помощью оценки $\sigma_{wall} H_{ann} \sim V_{bias} \sim \epsilon v^3$ может быть ошибочным. Более точная оценка, которая приведена в уравнении (27), соответствует зависимости времени аннигиляции (1). Эта на первый взгляд несущественная разница может привести к заметным изменениям в пределе малых ϵ . В частности, из-за более ранней аннигиляции доменных стенок по сравнению с теоретическими ожиданиями, сигнал гравитационных волн получится более слабым для того же значения параметра ϵ . Таким образом, для того, чтобы получить наблюдаемый сигнал гравитационных волн, необходимо рассматривать значительно меньшие значения $V_{bias} \propto \epsilon$, чем предполагалось ранее. Отметим при этом, что зависимость времени аннигиляции от ϵ была получена при рассмотрении довольно узкого диапазона значений ϵ . В будущем, при большей доступности решёток с увеличенным разрешением, можно будет рассмотреть очень маленькие значения ϵ и более подробно исследовать зависимость $t_{ann}(\epsilon)$.

Стоит подчеркнуть, что наши результаты для времени аннигиляции доменных стенок, хотя и противоречат теоретическим ожиданиям, согласуются с численными результатами, полученными в литературе. В главе 3 мы обнаружили, что наши результаты хорошо согласуются с результатами численных симуляций работы [22]. В работе [22] рассматриваются небольшие значения ϵ , при которых система достигает

скейлинга с хорошей точностью, так что мы можем пренебречь возможным влиянием начальных условий. Однако в работе [22] предполагалось стандартное поведение $t_{ann} \propto 1/\epsilon$. Это оправдано при рассмотрении достаточно узкого диапазона ϵ , но отклонение от закона $t_{ann} \propto 1/\epsilon^{2/3}$ становится значительным при обобщении на малые ϵ .

С точки зрения наблюдений самая интересная информация сокрыта в форме спектра гравитационных волн. Форма спектра в рассматриваемом случае разрушающихся стенок похожа на случай обычных стенок, однако существуют важные различия, особенно в УФ части, где наблюдается большая мощность по сравнению со случаем обычных стенок. Этот результат согласуется с работой [18], в которой используется другой компьютерный код, но противоречит работе [19], в которой используется модифицированный код CosmoLattice. Это противоречие заслуживает дальнейшего изучения. Отметим, что плато в спектре, наблюдаемое в работах [28, 29], в которых рассматривались обычные стенки, также присутствует в случае с нарушенной симметрией, ср. с работой [17]. Интересно, что конформный импульс, соответствующий ИК краю плато, стабилен, то есть постоянен как функция времени и параметра ϵ , и его можно соотнести с масштабом $k/a \sim 4\pi\sqrt{H/\delta_{wall}}$. Пока нет единого мнения по поводу природы плато, однако симуляции в данной работе и в работе [29] действительно указывают на то, что плато имеет физическую природу.

В будущем было бы интересно сравнить разрушающиеся доменные стенки с другими источниками гравитационных волн. В частности, существует другой тип доменных стенок – так называемые "тающие" доменные стенки, способные производить наблюдаемый сигнал гравитационных волн [15, 16]. Такие доменные стенки описываются падающим со временем натяжением, и они не создают проблемы перекрытия Вселенной даже в случае точной Z_2 -симметрии. Формы спектров гравитационных волн, производимых стенками с постоянным натяжением (разрушающимися или обычными) и тающими доменными стенками, существенно отличаются, особенно в близкой к пику ИК области¹, в которой форма спектра описывается как $\Omega_{gw} \propto f^{1.6}$ в случае

¹В то же время в близкой к пику УФ области спектральные формы тающих стенок и стенок

тающих стенок [38]. Текущие данные, полученные с помощью пульсарного тайминга, лучше соотносятся с тающими стенками [39], но погрешности в данных слишком велики, чтобы уверенно различить эти источники. Мы надеемся, что будущие публикации данных позволят это сделать.

с нарушенной симметрией очень похожи. Как и в главе 4, мы объясняем это сходство тем, что эта часть спектра чувствительна к замкнутым стенкам. Действительно, в работе [38] было продемонстрировано, что замкнутые стенки составляют существенную долю в случае тающих стенок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Hampton D. et al. Optical spectral characteristics of sprites // Geophysical Research Letters. 1996. vol. 23, number 1. p. 89-92.
2. Y. B. Zeldovich, I. Y. Kobzarev and L. B. Okun, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 67 (1974), 3-11 SLAC-TRANS-0165.
3. G. Agazie et al. [NANOGrav], *Astrophys. J. Lett.* 951 (2023) no.1, L8; [arXiv:2306.16213 [astro-ph.HE]].
4. A. Afzal et al. [NANOGrav], *Astrophys. J. Lett.* 951 (2023) no.1, L11 [erratum: *Astrophys. J. Lett.* 971 (2024) no.1, L27; erratum: *Astrophys. J.* 971 (2024) no.1, L27]; [arXiv:2306.16219 [astro-ph.HE]].
5. J. Antoniadis et al. [EPTA and InPTA:], *Astron. Astrophys.* 678 (2023), A50; [arXiv:2306.16214 [astro-ph.HE]].
6. J. Antoniadis et al. [EPTA and InPTA], *Astron. Astrophys.* 685 (2024), A94; [arXiv:2306.16227 [astro-ph.CO]].
7. H. Xu, S. Chen, Y. Guo, J. Jiang, B. Wang, J. Xu, Z. Xue, R. N. Caballero, J. Yuan and Y. Xu, et al. *Res. Astron. Astrophys.* 23 (2023) no.7, 075024; [arXiv:2306.16216 [astro-ph.HE]].
8. D. J. Reardon, A. Zic, R. M. Shannon, G. B. Hobbs, M. Bailes, V. Di Marco, A. Kapur, A. F. Rogers, E. Thrane and J. Askew, et al. *Astrophys. J. Lett.* 951 (2023) no.1, L6; [arXiv:2306.16215 [astro-ph.HE]].
9. A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* 23 (1981), 852-857.
10. G. B. Gelmini, M. Gleiser and E. W. Kolb, *Phys. Rev. D* 39 (1989), 1558.
11. G. Lazarides and Q. Shafi, *Phys. Lett. B* 115 (1982), 21-25.

12. G. R. Dvali and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. 74 (1995), 5178-5181; [arXiv:hep-ph/9501387 [hep-ph]].
13. D. Coulson, Z. Lalak and B. A. Ovrut, Phys. Rev. D 53 (1996), 4237-4246.
14. S. Blasi and A. Mariotti, Phys. Rev. Lett. 129 (2022) no.26, 261303; [arXiv:2203.16450 [hep-ph]].
15. S. Ramazanov, E. Babichev, D. Gorbunov and A. Vikman, Phys. Rev. D 105 (2022) no.6, 063530; [arXiv:2104.13722 [hep-ph]].
16. E. Babichev, D. Gorbunov, S. Ramazanov and A. Vikman, JCAP 04 (2022) no.04, 028. [arXiv:2112.12608 [hep-ph]].
17. N. Kitajima, J. Lee, K. Murai, F. Takahashi and W. Yin, Phys. Lett. B 851 (2024), 138586; [arXiv:2306.17146 [hep-ph]].
18. B. Cyr, S. Cotterill and R. Battye, [arXiv:2504.02076 [astro-ph.CO]].
19. A. Notari, F. Rompineve and F. Torrenti, [arXiv:2504.03636 [astro-ph.CO]].
20. M. Kawasaki, K. Saikawa and T. Sekiguchi, Phys. Rev. D 91 (2015) no.6, 065014; [arXiv:1412.0789 [hep-ph]].
21. N. Kitajima, J. Lee, F. Takahashi and W. Yin, [arXiv:2311.14590 [hep-ph]].
22. R. Z. Ferreira, A. Notari, O. Pujolàs and F. Rompineve, JCAP 06 (2024), 020; [arXiv:2401.14331 [astro-ph.CO]].
23. S. E. Larsson, S. Sarkar and P. L. White, Phys. Rev. D 55 (1997), 5129-5135; [arXiv:hep-ph/9608319 [hep-ph]].
24. W. H. Press, B. S. Ryden and D. N. Spergel, Astrophys. J. 347 (1989), 590-604.
25. D. G. Figueroa, A. Florio, F. Torrenti and W. Valkenburg, JCAP 04 (2021), 035; [arXiv:2006.15122 [astro-ph.CO]].
26. D. G. Figueroa, A. Florio, F. Torrenti and W. Valkenburg, Comput. Phys. Commun. 283 (2023), 108586; [arXiv:2102.01031 [astro-ph.CO]].

27. T. Hiramatsu, M. Kawasaki and K. Saikawa, JCAP 02 (2014), 031; [arXiv:1309.5001 [astro-ph.CO]].
28. R. Z. Ferreira, S. Gasparotto, T. Hiramatsu, I. Obata and O. Pujolas, JCAP 05 (2024), 066; [arXiv:2312.14104 [hep-ph]].
29. I. Dankovsky, E. Babichev, D. Gorbunov, S. Ramazanov and A. Vikman, JCAP 09 (2024), 047; [arXiv:2406.17053 [astro-ph.CO]].
30. C. Caprini, R. Durrer, T. Konstandin and G. Servant, Phys. Rev. D 79 (2009), 083519; [arXiv:0901.1661 [astro-ph.CO]].
31. R. G. Cai, S. Pi and M. Sasaki, Phys. Rev. D 102 (2020) no.8, 083528; [arXiv:1909.13728 [astro-ph.CO]].
32. M. Hindmarsh, Phys. Rev. Lett. 77 (1996), 4495-4498; [arXiv:hep-ph/9605332 [hep-ph]].
33. J. R. C. C. Correia, I. S. C. R. Leite and C. J. A. P. Martins, Phys. Rev. D 97 (2018) no.8, 083521; [arXiv:1804.10761 [astro-ph.CO]].
34. O. Pujolas and G. Zahariade, Phys. Rev. D 107 (2023) no.12, 123527; [arXiv:2212.11204 [hep-th]].
35. T. Krajewski, J. H. Kwapisz, Z. Lalak and M. Lewicki, Phys. Rev. D 104 (2021) no.12, 123522; [arXiv:2103.03225 [astro-ph.CO]].
36. S. J. Huber and T. Konstandin, JCAP 09 (2008), 022; [arXiv:0806.1828 [hep-ph]].
37. T. Garagounis and M. Hindmarsh, Phys. Rev. D 68 (2003), 103506; [arXiv:hep-ph/0212359 [hep-ph]].
38. I. Dankovsky, S. Ramazanov, E. Babichev, D. Gorbunov and A. Vikman, JCAP 02 (2025), 064 doi:10.1088/1475-7516/2025/02/064 [arXiv:2410.21971 [hep-ph]].
39. E. Babichev, D. Gorbunov, S. Ramazanov, R. Samanta and A. Vikman, Phys. Rev. D 108 (2023) no.12, 123529 [arXiv:2307.04582 [hep-ph]].