Космологические модели с произвольной пространственной кривизной в теории гравитации с неминимальной кинетической связью

Выполнил студент 2 курса 212 группы
Козлов Егор Геннадьевич
Научный руководитель: член-корр. РАН доктор физ. - мат. наук
Горбунов Дмитрий Сергеевич

Необходимо объяснить

- Высокую однородность Вселенной
- Изотропность Вселенной
- Формирование структуры Вселенной
- Ускоренное расширение Вселенной в наши дни

Действие

$$S = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}[\frac{1}{8\pi}(R - 2\Lambda) - (g^{\mu\nu} + \eta G^{\mu\nu})\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi] + S^{(m)}$$

$g^{\mu\nu}$-метрический тензор

g-определитель метрики

$R^{\mu\nu}$-тензор Риччи

$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R$ -тензор Эйнштейна

η -параметр связи

$S^{(m)}$-действие материи

ϕ -скалярное поле

R -скалярная кривизна

Итоговое уравнение

$$h^2 = \Omega_0 - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4} + \frac{\Omega_6\left(1 - 3\xi\left(3h^2 + \frac{\Omega_2}{a^2}\right)\right)}{a^6\left(1 - 3\xi\left(h^2 + \frac{\Omega_2}{a^2}\right)\right)^2}$$

$$\Omega_6 = \frac{(1 - 3\xi(1 + \Omega_2))^2}{(1 - 3\xi(3 + \Omega_2))}(1 - \Omega_0 - \Omega_3 - \Omega_4 + \Omega_2)$$

Необходимые условия

Модель должна предполагать:

- Объяснение однородности Вселенной (инфляция/циклическая Вселенная)
- При наличии инфляции выполнение условия 60 e-folds.
- Эпоха доминирования материи
- Ускоренное расширение Вселенной в наши дни
- Значения параметров: $\Omega0 \approx 0.7$, $|\Omega2| \leq 0.01$, $\Omega3 \approx 0.3$, $\Omega4 \approx 10^{-4}$ –10^{-5}, $\Omega0 + \Omega3 + \Omega4 = 1$

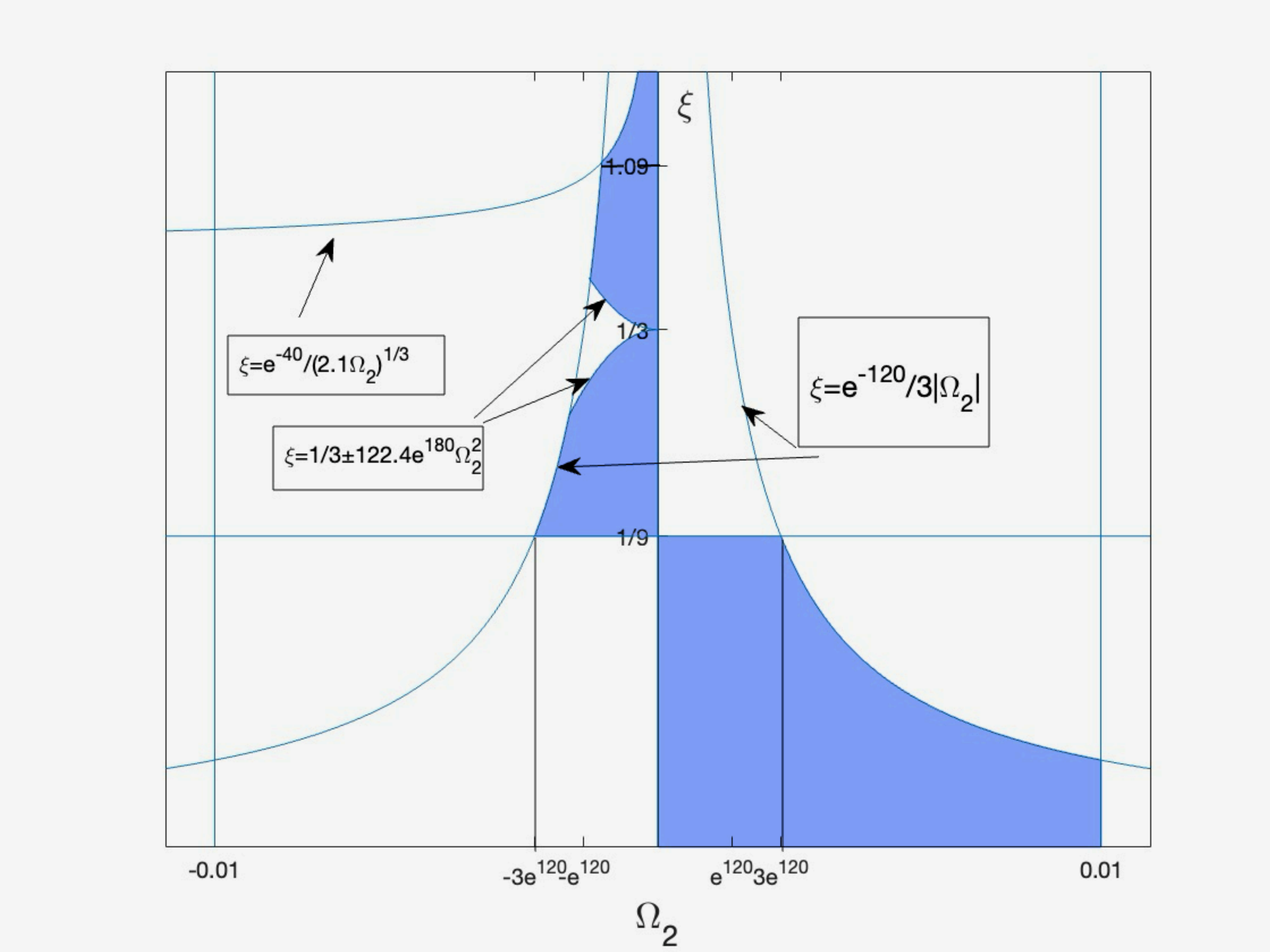
Инфляционный подход

Проблемы:

- Так как влияние материи при малых размерах слишком велико (слагаемые $\sim a^{-3}$, $\sim a^{-4}$ много больше константы), то необходимо «выключить» материю до окончания инфляции. Это значит, что нам необходимо описать процесс образования материи из используемого в работе скалярного поля.

- Необходимо подбирать параметры кривизны и связи так, чтобы выполнялось условие 60 e-folds.

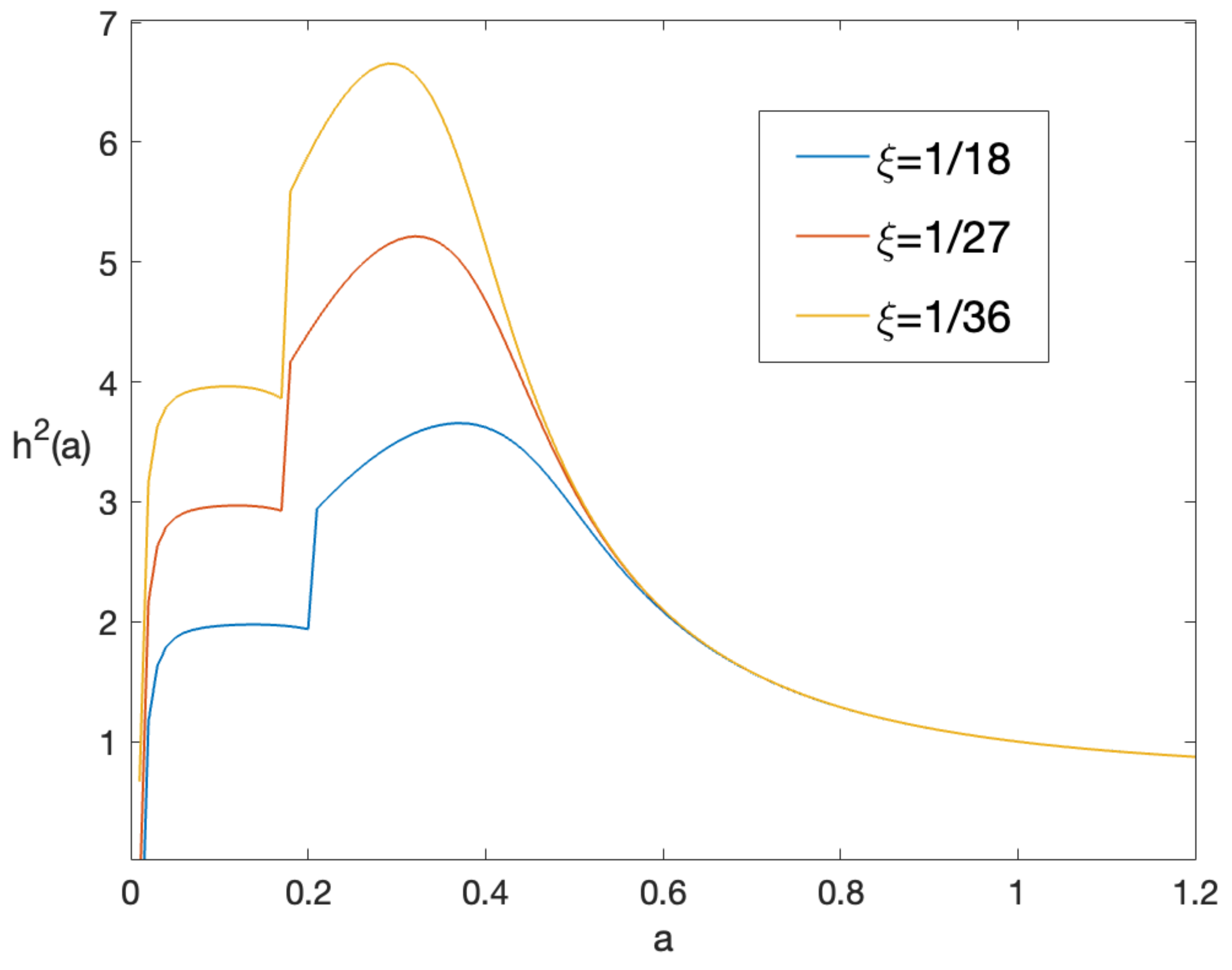
60 e-folds

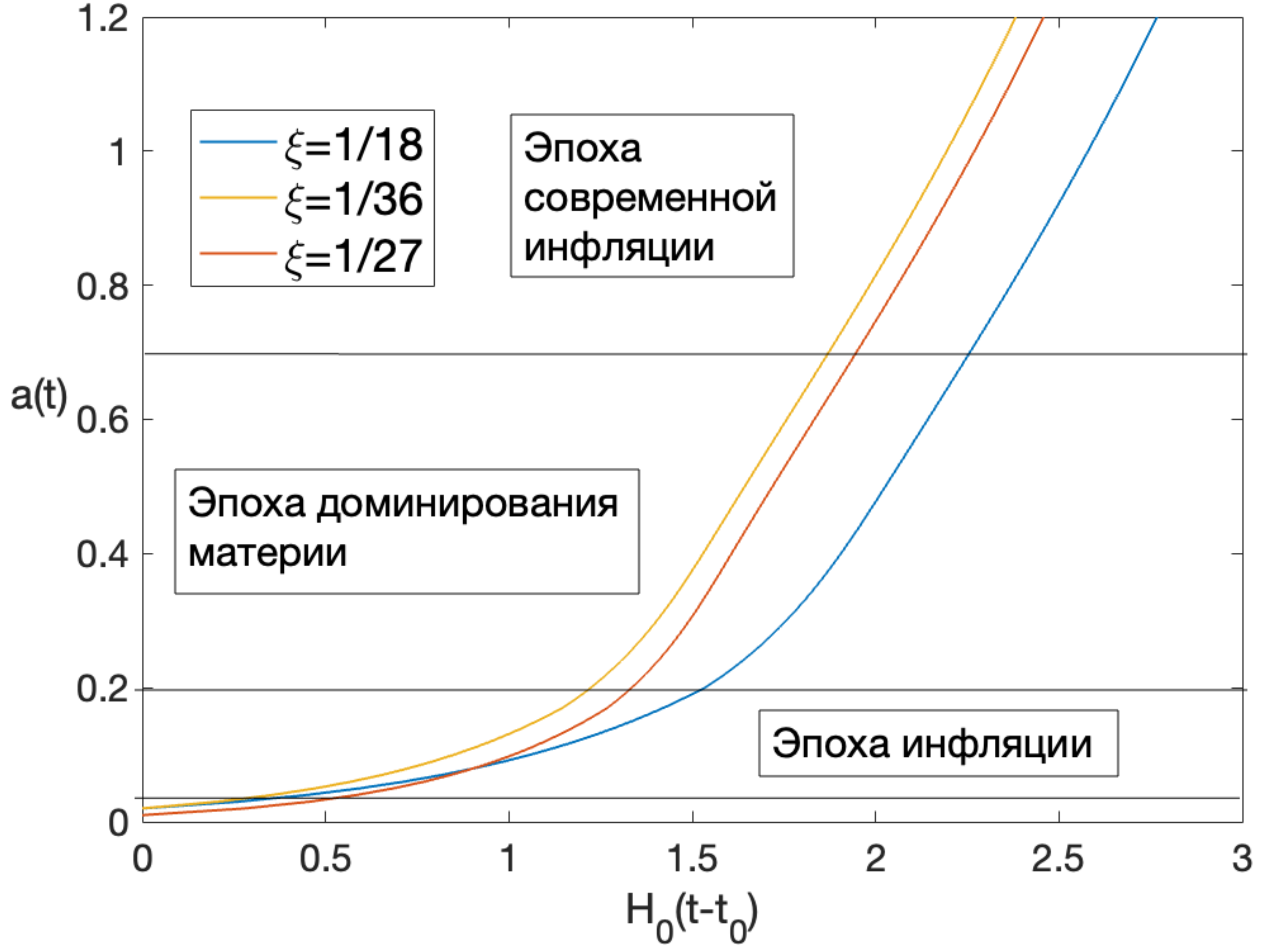


ξ
1.09
1/3
1/9
ξ=e^-40/(2.1Ω_2)^1/3
ξ=1/3±122.4e^180Ω_2^2
ξ=e^-120/3|Ω_2|
-0.01
-3e^120
-e^120
e^120
3e^120
0.01
Ω_2

Инфляционный подход

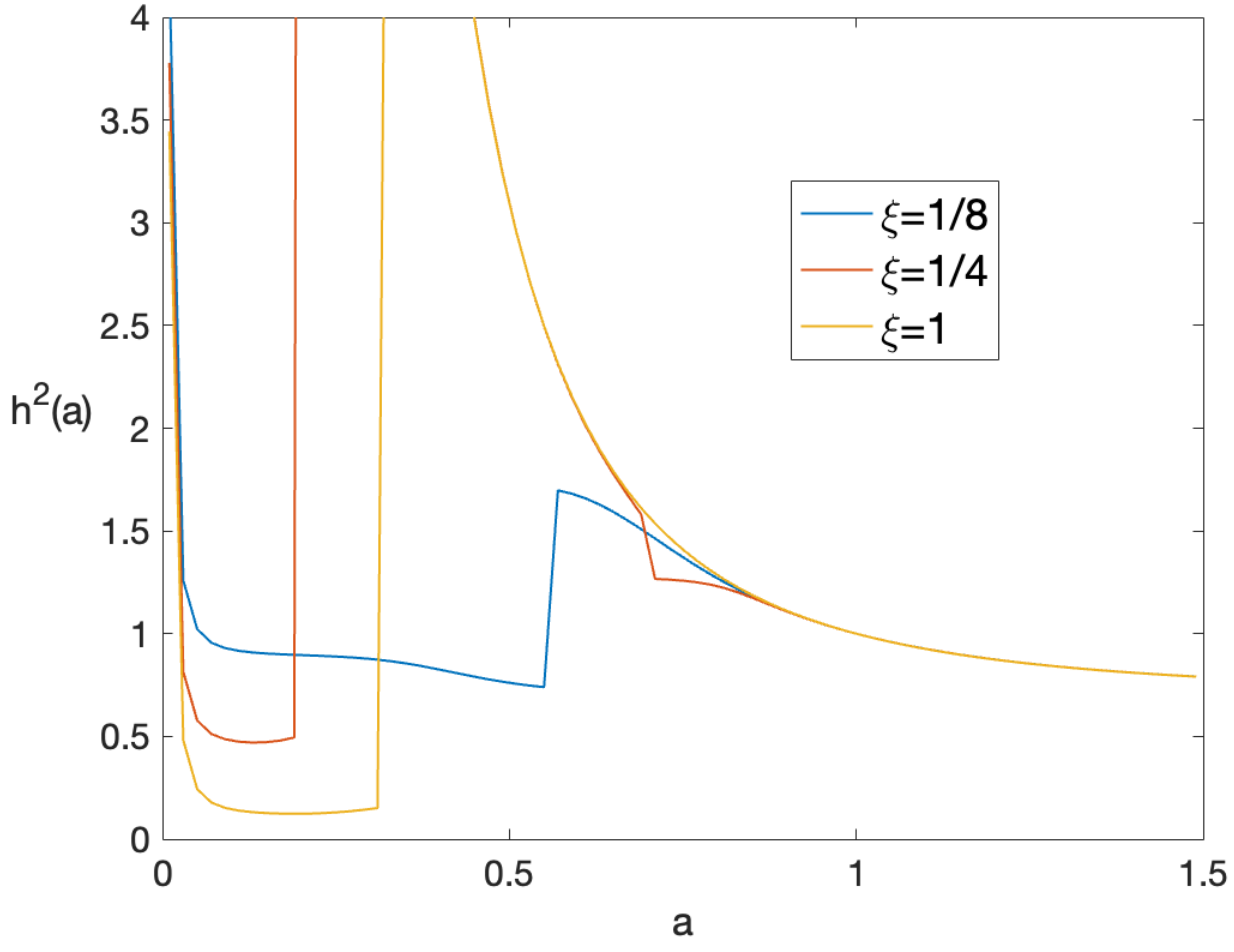
Положительная кривизна

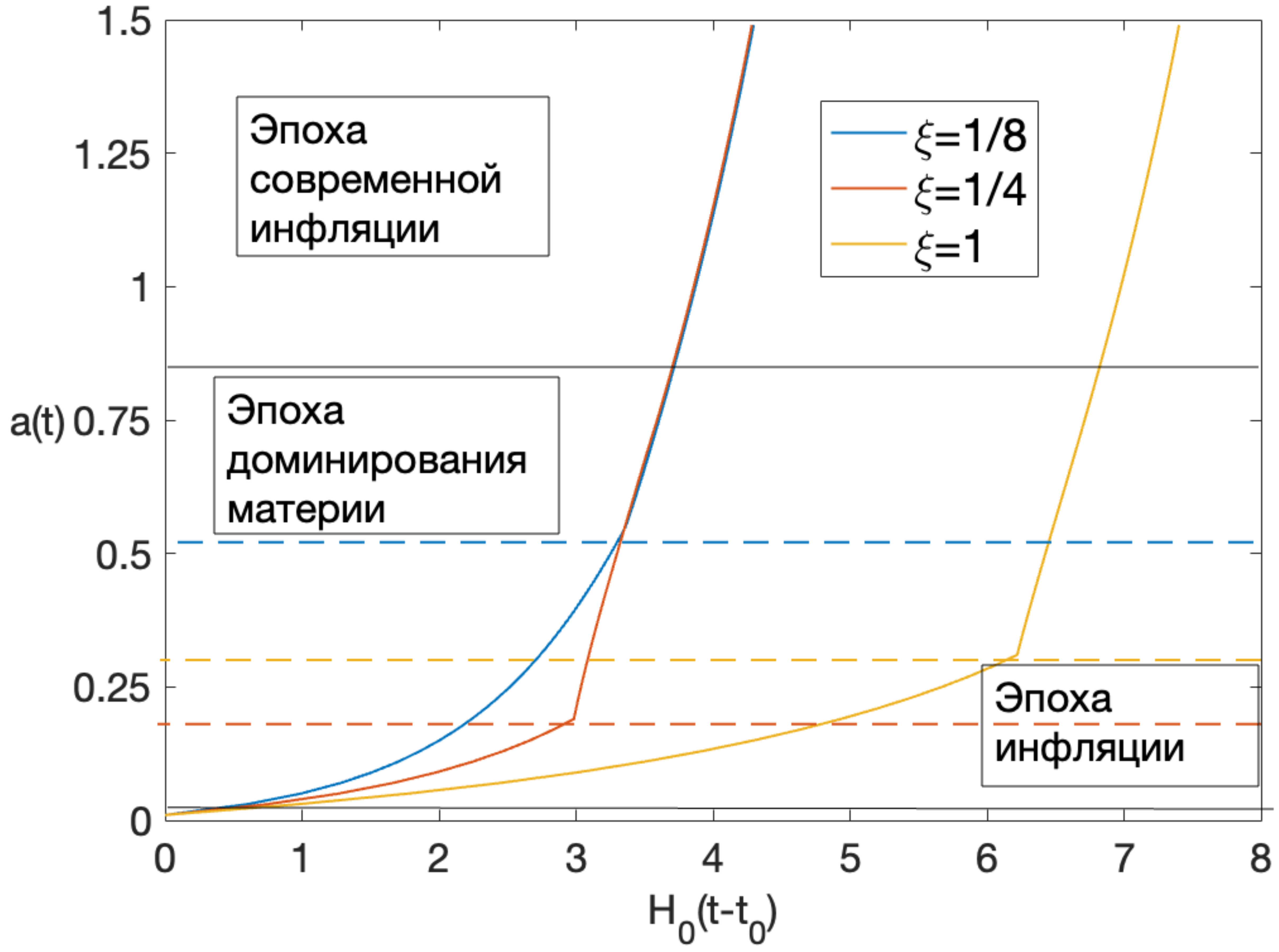




Инфляционный подход

Отрицательная кривизна





Циклическая Вселенная

Проблема:

При выбранных параметрах Вселенная не будет испытывать повторного отскока

$a \to \infty \quad h^2 \approx \Omega_0 = 0.7$ причем нигде не равняется нулю, кроме разве что

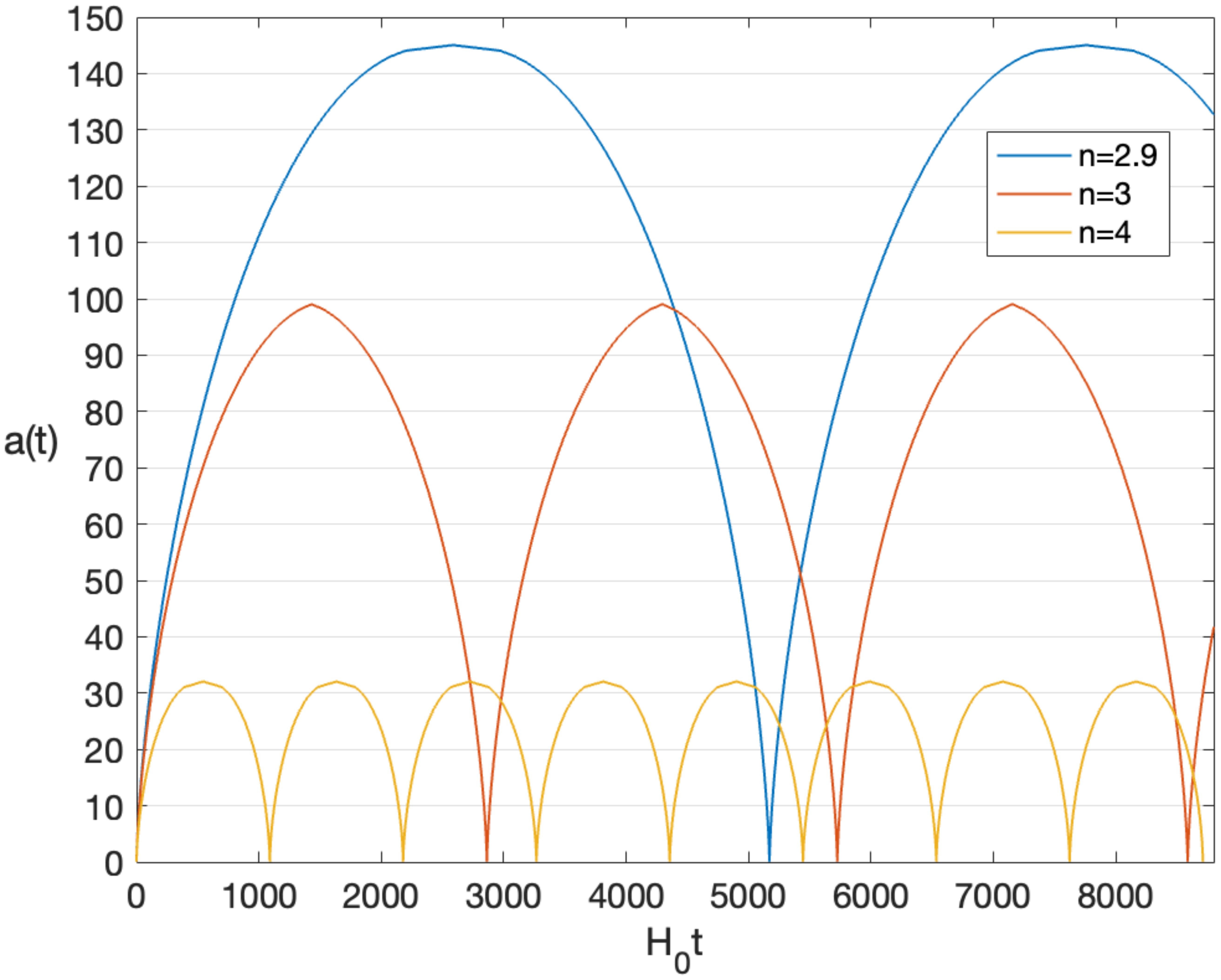
$a_{min} = 3\xi\Omega_2$

Решение: $\Lambda = \Lambda(a)$

Рассмотрим $\Lambda \sim \frac{1}{a^n}$, n- положительное число, $\Omega_0 = \frac{\Lambda(1)}{3H_0^2}$

При больших a $h^2 \approx \frac{\Omega_0}{a^n} - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4}$

Циклическая Вселенная



Заключение

Мы обнаружили ряд интересных явлений:

- Инфляция
- Отскоки
- Циклические Вселенные

Нашли 2 способа применения модели для описания эволюции Вселенной:

- Инфляционный подход
- Циклические Вселенные

Заключение

Для инфляционного подхода необходимы:

- Ненулевая кривизна
- Параметры кривизны и связи удовлетворяли найденным условиям
- Процесс образования материи после/в конце эпохи инфляции.

Для циклической Вселенной:

- Положительная кривизна
- В уравнении для h^2 влияние темной энергии должно убывать быстрее чем a^{-2}

Заключение

Для проверки достоверности теории или ее усовершенствования требуется:

- Развить теорию, описывающие формирование материи из скалярного поля в данной модели. Она сможет оправдать сделанное нами допущение.

- Изучить вопрос о зависимости влияния темной энергии на эволюцию Вселенной от масштабного фактора. Это позволит сделать вывод о возможности реализации сценария циклической Вселенной.

- Уточнить значение кривизны Вселенной. Положительная кривизна делает применимыми оба подхода, отрицательная- только инфляционный, нулевая делают теорию неспособной описать развитие нашей Вселенной.

Литература

- Sergey V. Sushkov, Rafkat Galeev, Cosmological models with arbitrary spatial curvature in the theory of gravity with nonminimal derivative coupling, Phys.Rev.D 108 (2023) 4, 044028
- A. A. Starobinsky, S. V. Sushkov, and M. S. Volkov, The screening Horndeski cosmologies, JCAP 1606 (2016), no. 06 007
- S.V. Sushkov, R.G. Galeev , A `singular' bounce in the theory of gravity with non-minimal derivative coupling
- Sergey V. Sushkov, Exact cosmological solutions with nonminimal derivative coupling, Phys.Rev.D 80 (2009) 103505

Спасибо за внимание!

Уравнения движения

$$G_{\mu\nu} = -\, g_{\mu\nu}\Lambda + 8\pi[T^{(m)}_{\mu\nu} + T^{(\phi)}_{\mu\nu} + \eta\Theta_{\mu\nu}]$$

$$[g^{\mu\nu} + \eta G^{\mu\nu}]\,\nabla_\mu\nabla_\nu\phi = 0$$

Где:

$T^{(m)}_{\mu\nu}$ -тензор энергии-импульса материи

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\nabla\phi)^2$$

$$\Theta_{\mu\nu} = -\,\frac{1}{2}\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi R + 2\nabla_\alpha\phi\,\nabla_{(\mu}\phi R^{\alpha}_{\nu)} + \nabla^\alpha\phi\,\nabla^\beta\phi R_{\mu\alpha\nu\beta} + \nabla_\mu\nabla^\alpha\phi\,\nabla_\nu\nabla_\alpha\phi - \nabla_\mu\nabla_\nu\phi\,\Box\,\phi -$$

$$-\frac{1}{2}G_{\mu\nu}(\nabla\phi)^2 + g_{\mu\nu}[-\frac{1}{2}\nabla^\alpha\nabla^\beta\nabla_\alpha\nabla_\beta\phi + \frac{1}{2}(\Box\phi)^2 - \nabla_\alpha\phi\,\nabla_\beta\phi R^{\alpha\beta}]$$

Метрика Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера

$$ds^2 = -\,dt^2 + a^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2)]$$

k = 0, ±1- коэффициент, характеризующий кривизну Вселенной

$a(t)$ -масштабный фактор

Обозначения

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$ -параметр Хаббла

$$H_0(t_0) = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)}$$ -постоянная Хаббла

Вселенную считаем однородной и изотропной

$$\phi = \phi(t)$$

$$T_{\mu\nu}^{(m)} = u_\mu u_\nu(\rho + p) + p g_{\mu\nu}$$

$$u = [1,0,0,0]$$

$\rho = \rho(t)$ -плотность энергии материи

$p = p(t)$-давление материи

tt-компонента и второе уравнение

$$3\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)=\Lambda+8\pi\rho+4\pi\psi^2\left(1-9\eta\left(H^2+\frac{k}{3a^2}\right)\right)$$

$$\psi\left(1-3\eta\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)\right)=\frac{Q}{a^3}$$

Здесь:

$$\psi(t)=\dot{\phi}(t)$$

Q=const- произвольная константа интегрирования

Новые обозначения

$$\rho = \rho_{m0}\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \rho_{r0}\left(\frac{a_0}{a}\right)^4$$

ρ_{m0} – давление барионной материи в данный момент

ρ_{r0} – давление релятивистской материи в данный момент

$h = \dfrac{H}{H_0}$ -удельный параметр Хаббла

$\xi = \eta H_0^2$ -безразмерный параметр связи

$$\Omega_0 = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$$

$$\Omega_2 = \frac{k^2}{a_0^2 H_0^2}$$

$$\Omega_3 = \frac{\rho_{m0}}{\rho_{crit}}$$

$$\Omega_4 = \frac{\rho_{r0}}{\rho_{crit}}$$

$$\Omega_6 = \frac{4\pi Q^2}{3a_0^6 H_0^2}$$

Инфляция

$$\Omega_3 = \Omega_4 = 0 \qquad \xi = 0$$

$$h^2 = \Omega_0 - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_6}{a^6}$$

$$a \to 0 \;\; h^2 \approx \frac{\Omega_6}{a^6} => a(t) \sim t^{1/3}$$

Инфляции нет

Инфляция

$$\Omega_3 = \Omega_4 = 0 \qquad \xi \neq 0$$

При $a \to 0$

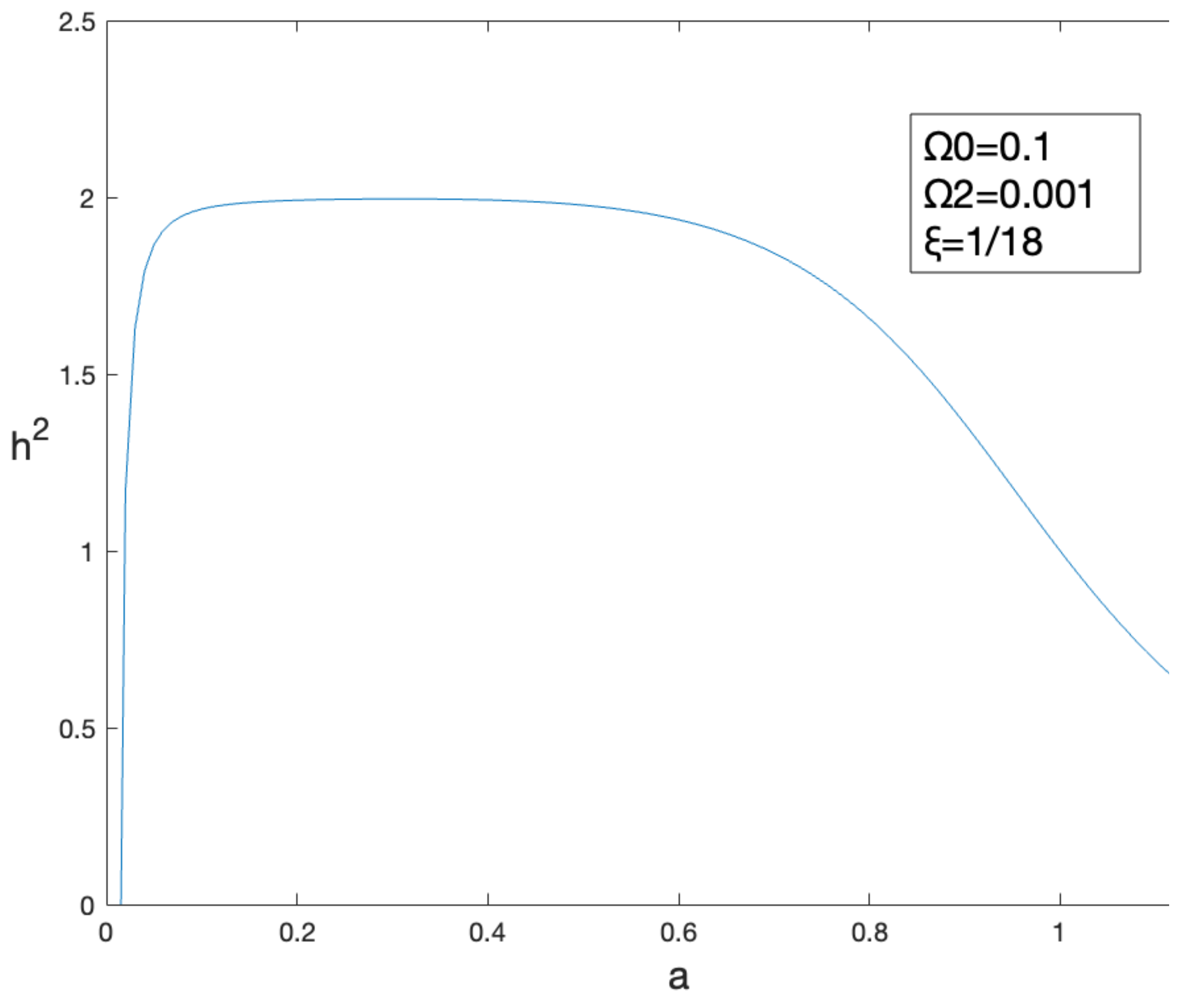
$$h^2 = -\frac{\Omega_2}{3a^2} + \left(\frac{1}{9\xi} - \frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6}\right) + \frac{4\Omega_2^2(3\Omega_6 + 8\xi^2\Omega_2^3 + 9\xi\Omega_0\Omega_6)}{81\Omega_6^2}a^2 + O(a^3)$$

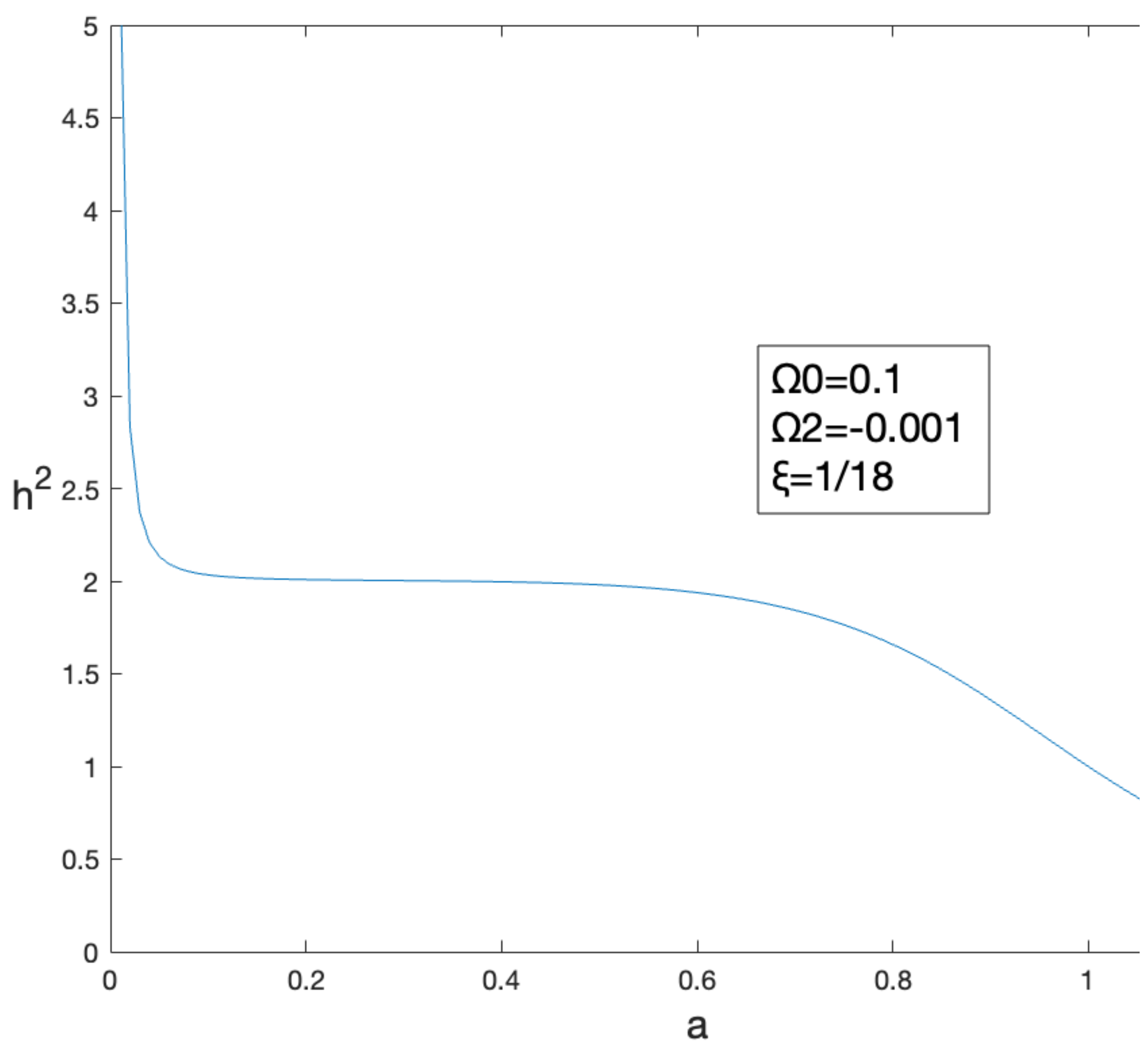
Когда

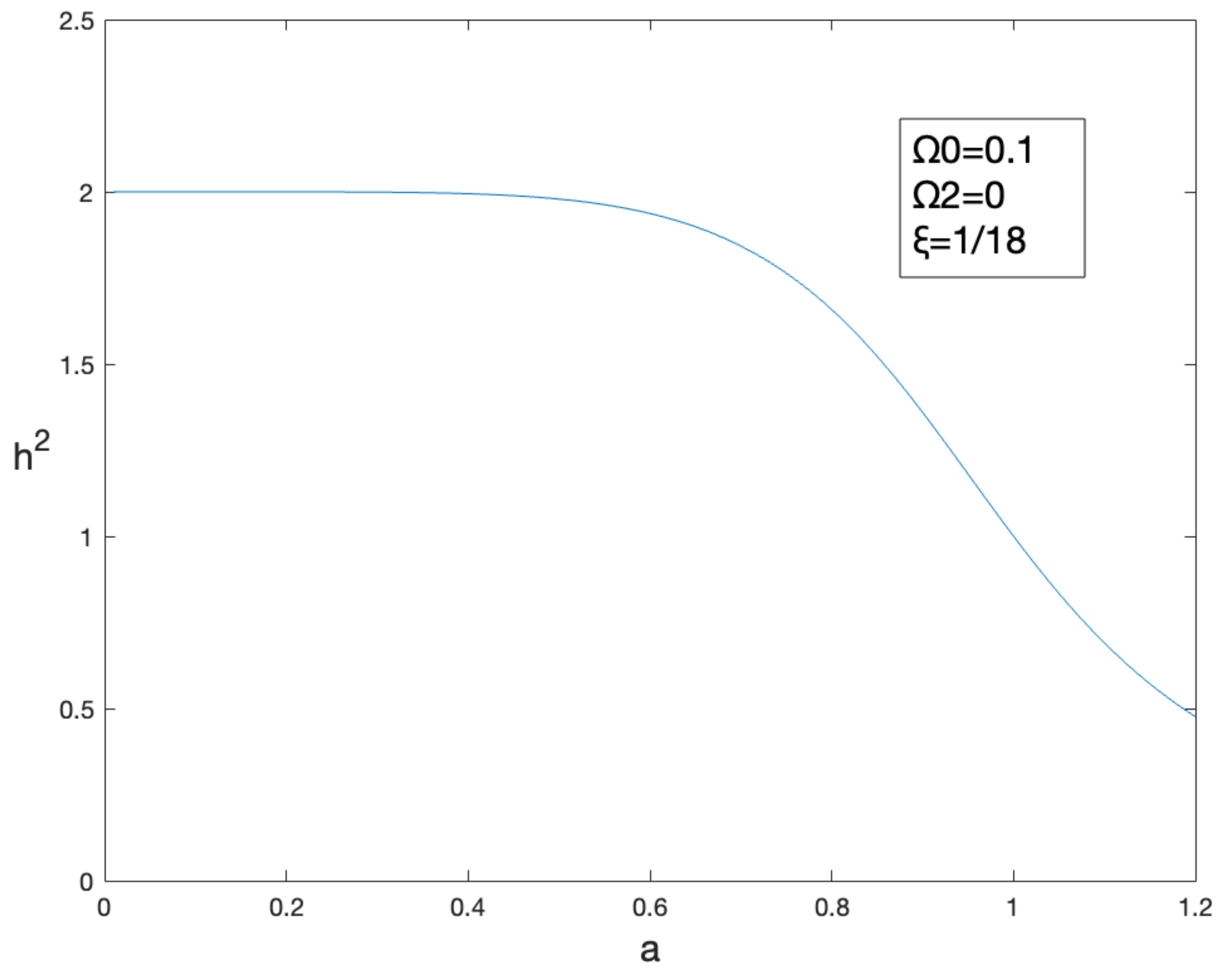
$$-\frac{\Omega_2}{3a^2} << \left(\frac{1}{9\xi} - \frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6}\right), \quad \left(\frac{1}{9\xi} - \frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6}\right) >> \frac{4\Omega_2^2(3\Omega_6 + 8\xi^2\Omega_2^3 + 9\xi\Omega_0\Omega_6)}{81\Omega_6^2}a^2 \quad , \quad p = \sqrt{\frac{1}{9\xi} - \frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6}}$$

$$a(t) \sim e^{pt}$$

Зависимость h^2 от a







Отскоки

$$y^3 + c_2 y^2 + c_1 y + c_0 = 0$$

$$y = h^2$$

$$c_2 = -\Omega_0 + \frac{3\Omega_2}{a^2} - \frac{\Omega_3}{a^3} - \frac{\Omega_4}{a^4} - \frac{2}{3\xi}$$

$$c_1 = -\frac{2\Omega_2}{a^2}\left(\Omega_0 - \frac{3\Omega_2}{2a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4}\right) + \frac{1}{3\xi}\left(2\Omega_0 - \frac{4\Omega_2}{a^2} + \frac{2\Omega_3}{a^3} + \frac{2\Omega_4}{a^4} + \frac{3\Omega_6}{a^6}\right) + \frac{1}{9\xi^2}$$

$$c_0 = -\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right)^2\left(\Omega_0 - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4}\right) - \frac{\Omega_6}{a^6}\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right)$$

Отскоки

$$h = 0$$

$$c_0 = 0$$

$$\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right)\left(\Omega_0 - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4}\right) + \frac{\Omega_6}{a^6} = 0$$

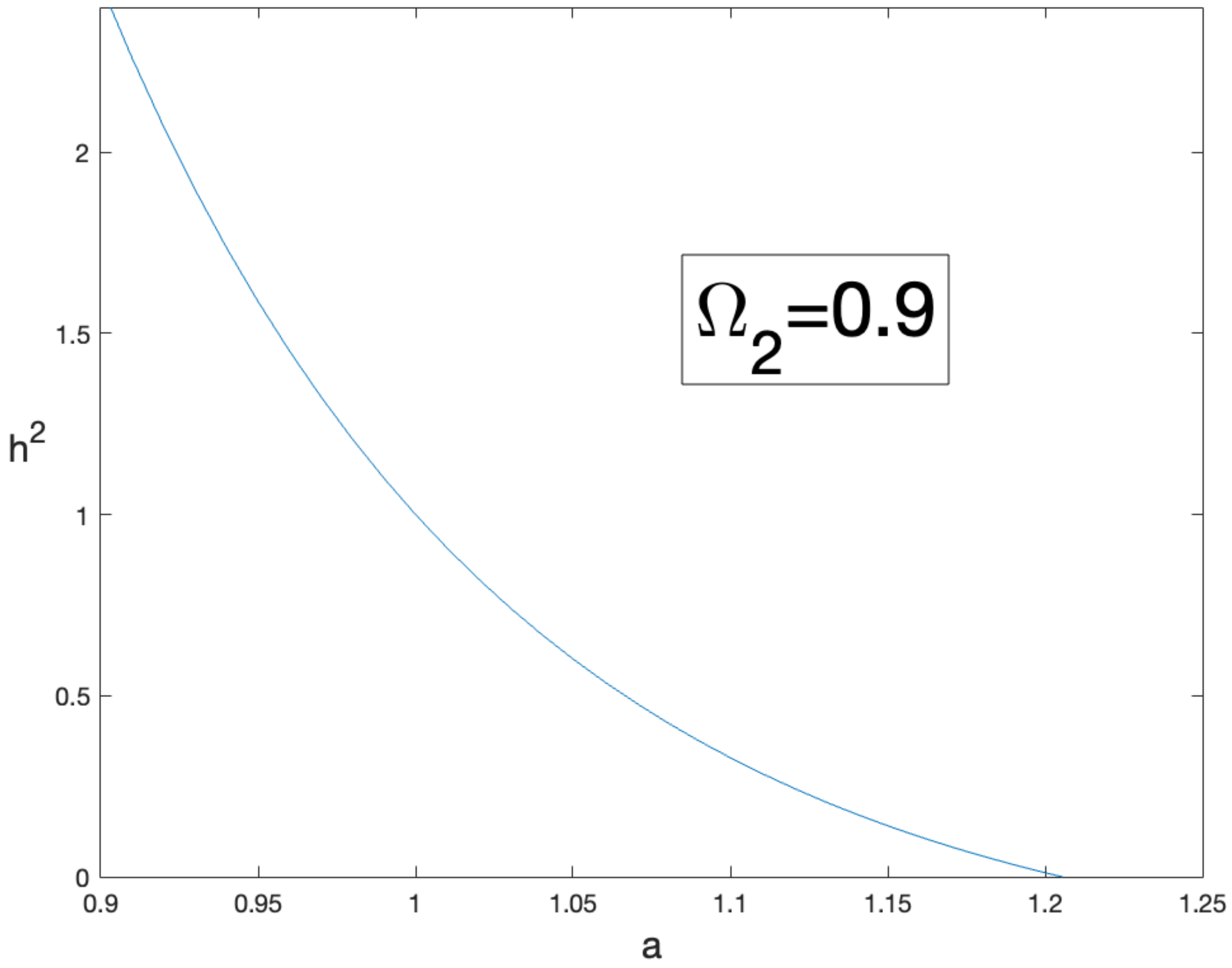
$$\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right) = 0$$

Отскоки

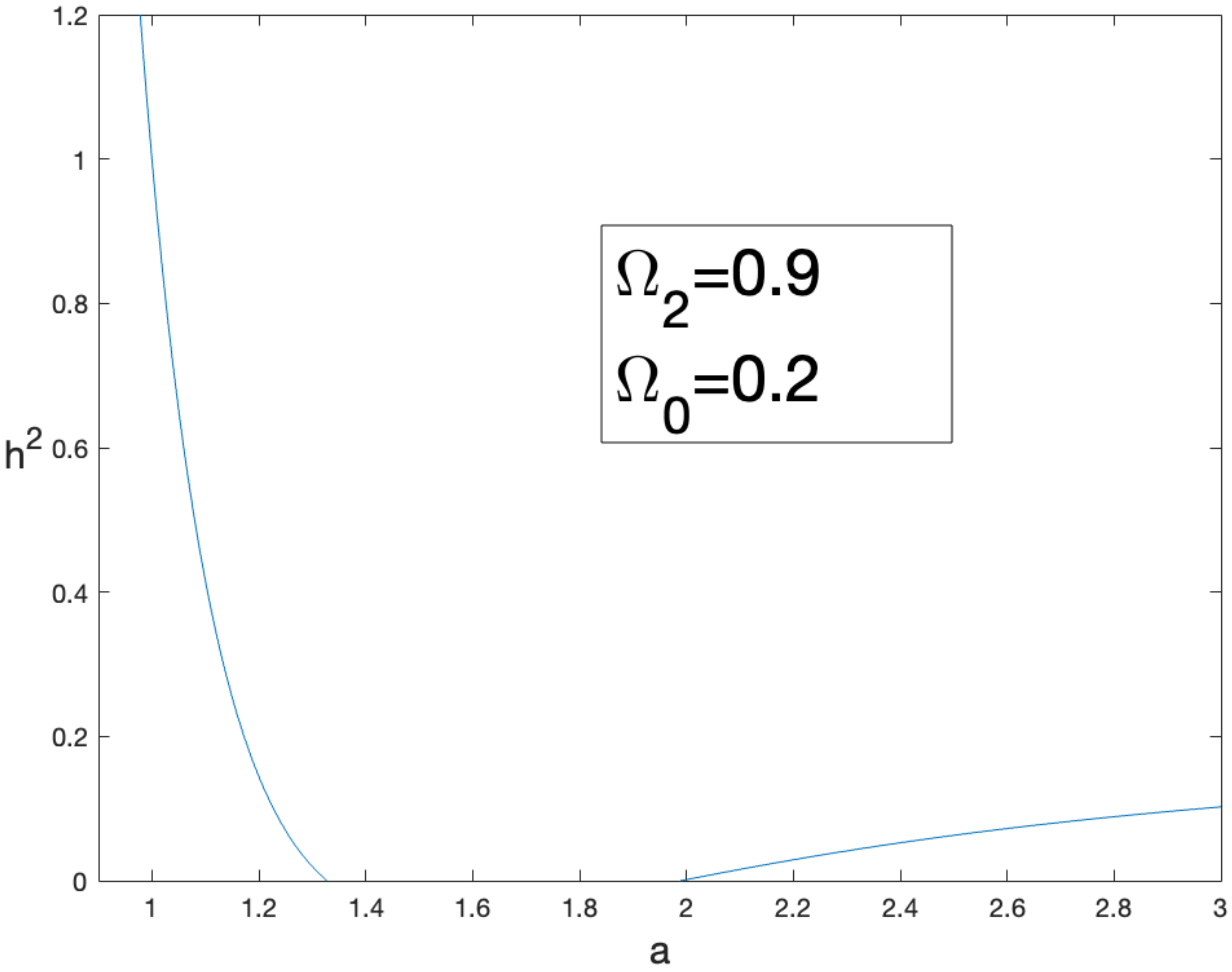
$$\Omega_2 > 0,\ \Omega_3 = 0,\ \Omega_4 = 0,$$

$$\xi = 0, \Omega_0 = 0$$

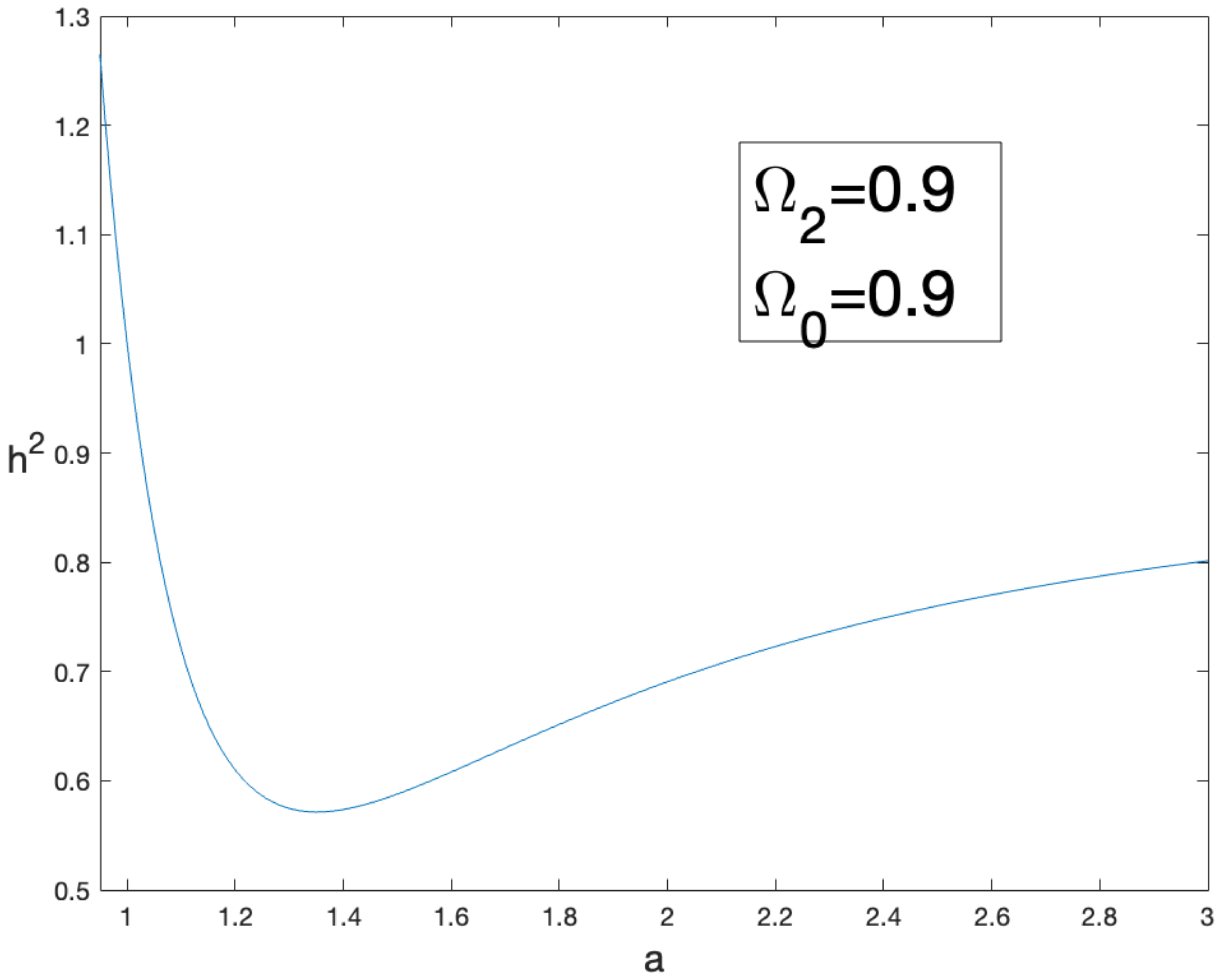
$$a^2_{max} = \sqrt{\frac{\Omega_6}{\Omega_2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{\Omega_2}}$$



Случаи достаточно малой и большой космологической константы



Космологическая
константа достаточно мала



Космологическая константа велика

Отскоки

Теперь $\xi > 0$

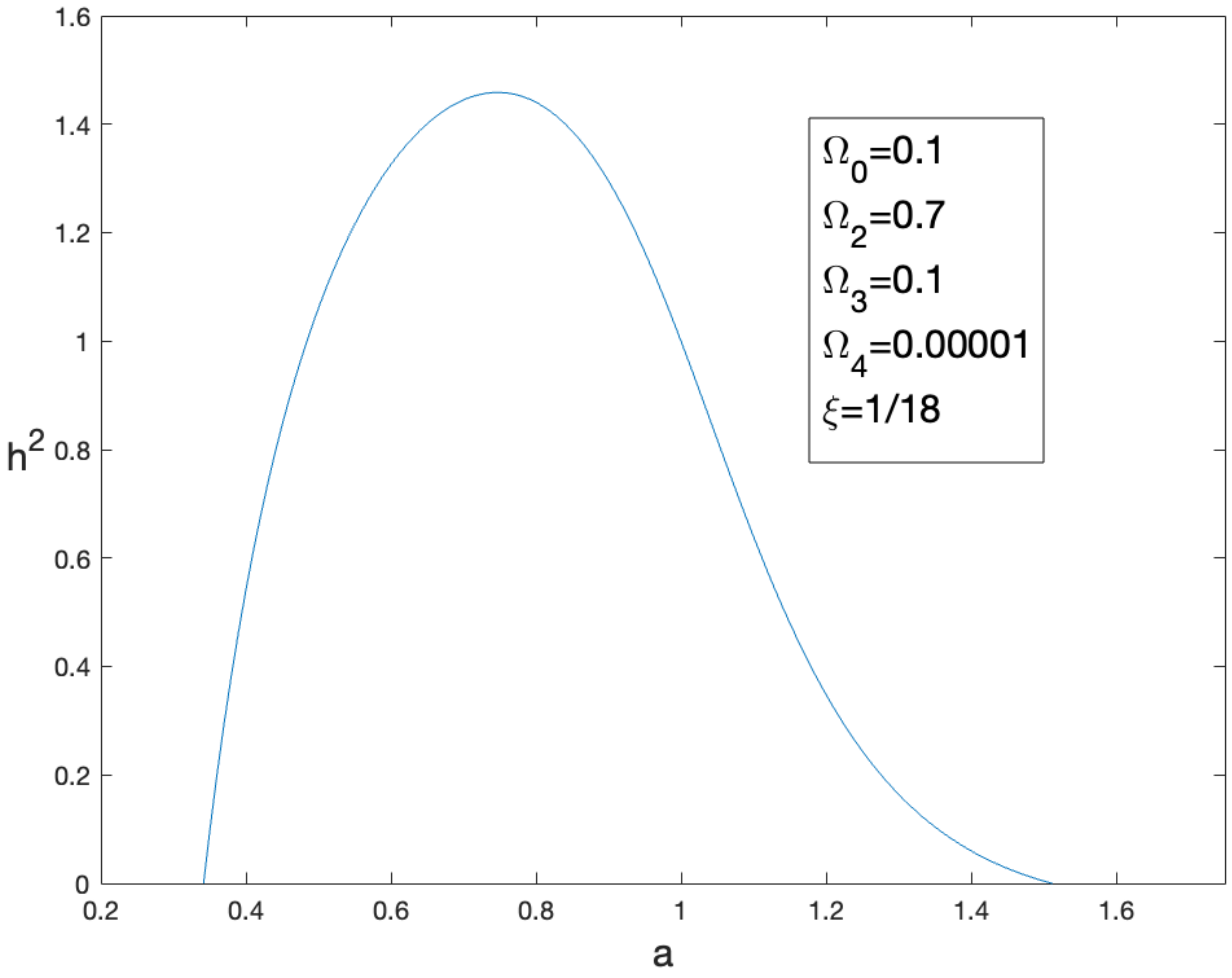
$$\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right)\left(\Omega_0 - \frac{\Omega_2}{a^2} + \frac{\Omega_3}{a^3} + \frac{\Omega_4}{a^4}\right) + \frac{\Omega_6}{a^6} = 0$$

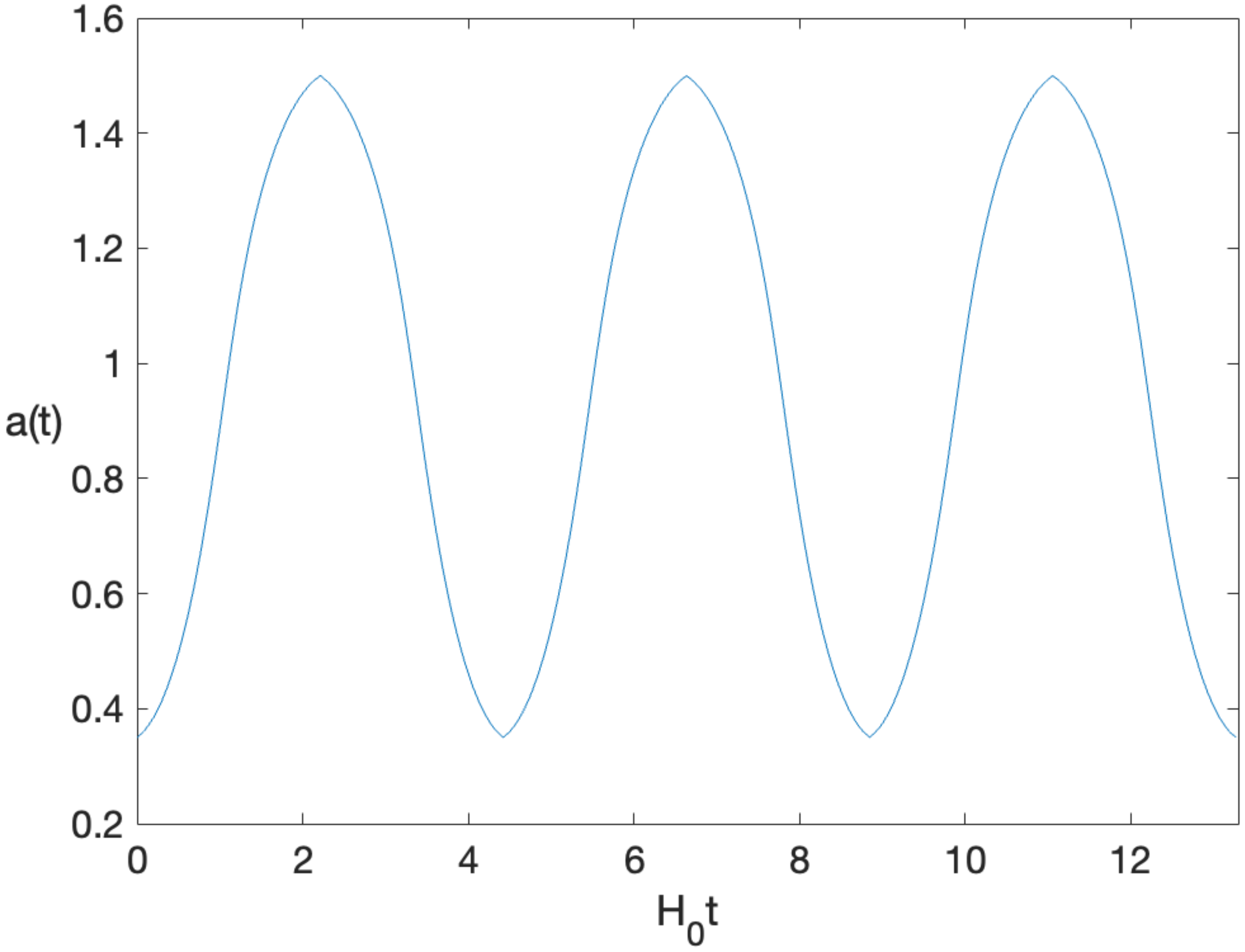
$$\left(1 - \frac{3\xi\Omega_2}{a^2}\right) = 0$$

$$a_{min} = 3\xi\Omega_2$$

$$\psi\left(1 - 3\xi\left(h^2 + \frac{\Omega_2}{a^2}\right)\right) = \frac{Q}{a^3} \quad \Rightarrow \quad \psi \to \infty$$

Циклические Вселенные





Необходимые условия

$$\Omega_6 = \frac{\left(1 - 3\xi\left(1 + \Omega_2\right)\right)^2}{1 - 3\xi\left(3 + \Omega_2\right)}\left(1 - \Omega_0 - \Omega_3 - \Omega_4 + \Omega_2\right)$$

$$\Omega_0 + \Omega_3 + \Omega_4 = 1 \qquad \Omega_2 < < 1$$

$$\Omega_6 = \frac{\left(1 - 3\xi\right)^2}{1 - 9\xi}\Omega_2$$

$\Omega_6 > 0$ => При $\Omega_2 > 0$ $\xi < 1/9$, когда $\Omega_2 < 0$ $\xi > 1/9$

Если $\Omega_2 = 0$ или $\xi = 1/3$, то $\dfrac{\Omega_6\left(1 - 3\xi\left(3h^2 + \frac{\Omega_2}{a^2}\right)\right)}{a^6\left(1 - 3\xi\left(h^2 + \frac{\Omega_2}{a^2}\right)\right)^2} = 0$ => инфляции, циклов нет

60 e-folds

$$\frac{a_{final}}{a_{start}} > > e^{60}$$

$$a_{final} < < 1$$

$$a_{start} > > 10^{-60}$$

При малых a:

$$h^2 = -\frac{\Omega_2}{3a^2} + \left(\frac{1}{9\xi} - \frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6}\right) + \frac{4\Omega_2^2(3\Omega_6 + 8\xi^2\Omega_2^3 + 9\xi\Omega_0\Omega_6)}{81\Omega_6^2}a^2 + O(a^3)$$

60 e-folds

Пусть $\Omega_2 > 0, \xi \approx 1/9$

Тогда $\dfrac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6} << \dfrac{1}{9\xi}, \quad \dfrac{4\Omega_2^2(3\Omega_6 + 8\xi^2\Omega_2^3 + 9\xi\Omega_0\Omega_6)}{81\Omega_6^2} \approx 0$

Достаточно проверить условие: $a_{start} << e^{-60}$

Из $\dfrac{\Omega_2}{3a^2} << \dfrac{1}{9\xi}$ получаем $\xi << \dfrac{e^{-120}}{3\Omega_2}$

Теперь $\xi << 1/9$

$$\frac{8\xi\Omega_2^3}{27\Omega_6} << \frac{1}{9\xi}, \quad \Omega_6 \approx \Omega_2, \quad \frac{4\Omega_2^2(3\Omega_6 + 8\xi^2\Omega_2^3 + 9\xi\Omega_0\Omega_6)}{81\Omega_6^2} \approx \frac{12\Omega_2}{81}$$

Получаем $\xi << \dfrac{9e^{-120}}{4\Omega_2^2}$ и $\xi << \dfrac{e^{-120}}{3\Omega_2}$

При $\Omega_2 < 0.01$ главным условием будет: $\xi << \dfrac{e^{-120}}{3\Omega_2}$

60 e-folds

Теперь $\Omega_2 < 0$, возможны ситуации: $1/9 < \xi < 1/3, \ \ \xi \approx 1/3, \ \ \xi >> 1/3$

1) $1/9 < \xi < 1/3$

Проведя аналогичную процедуру, получаем:

$$\xi << \frac{e^{-120}}{|3\Omega_2|}$$

$$\xi >> \frac{1}{3} + \sqrt{72(1+\Omega_0)e^{180}\Omega_2^2} \quad \text{или} \quad \xi << \frac{1}{3} - \sqrt{72(1+\Omega_0)e^{180}\Omega_2^2}$$

2) $\xi \approx 1/3$

Сделав те же действия, мы получим более нестрогие условия, чем для предыдущего случая

60 e-folds

3) $\xi >> 1/3$

$$\xi << \frac{e^{-120}}{|3\Omega_2|}$$

$$\xi << \frac{e^{-40}}{(3\Omega_0|\Omega_2|)^{1/3}}$$

$$\xi << \sqrt{\frac{1}{12\Omega_0}}\frac{1}{|\Omega_2^{2/3}|}$$

Третье условие можно исключить, так как оно автоматически справедливо при выполнении первого и второго.

Циклическая Вселенная

1) 0<n<2, n=2

$h^2 \approx \frac{\Omega_0}{a^n} - \frac{\Omega_2}{a^2}$ нигде не обращается в ноль

2) 2<n<3 $a_{max} \approx \sqrt[n-2]{\frac{\Omega_0}{\Omega_2}}$

3) n=3 $h^2 \approx \frac{\Omega_0 + \Omega_3}{a^3} - \frac{\Omega_2}{a^2} \approx \frac{1}{a^3} - \frac{\Omega_2}{a^2}$ $a_{max} \approx \frac{1}{\Omega_2}$

4) n>3 $h^2 \approx \frac{\Omega_3}{a^3} - \frac{\Omega_2}{a^2}$ $a_{max} \approx = \frac{\Omega_3}{\Omega_2}$