

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«ФОТОЯДЕРНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ И СОДЕРЖАНИЕ МЮОНОВ
В ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЯХ»**

Выполнил студент

243м группы

Мартыненко Н.С.

подпись студента

Научный руководитель:

д-р физ.-мат. наук Троицкий С.В.

подпись научного руководителя

Допущена к защите

Зав.кафедрой _____

подпись зав. кафедрой

Москва

2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
I ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЕЙ В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИМУЛЯЦИЙ	6
I.1 Общий обзор	6
I.2 Некоторые детали и особенности симуляций ШАЛ	8
II ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ	13
II.1 Реализация произвольной модификации сечения	13
II.2 Построение аналитической модели	14
II.3 Параметризация универсальной функции	16
II.4 Теоретическая оценка числа дополнительных мюонов	19
III РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ	21
III.1 Проверка допущений	21
III.2 Полученные параметры универсальной функции	23
III.3 Проверка качества теоретического прогноза	25
III.4 Обобщение на адронные ШАЛ	31
ВЫВОДЫ	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	38

ВВЕДЕНИЕ

Широкие атмосферные ливни (ШАЛ) — один из традиционных каналов информации о космических лучах (КЛ) высоких и ультравысоких энергий. Изменяя характеристики каскадов вторичных частиц ШАЛ, можно восстанавливать свойства, в том числе тип первичной частицы, породившей ливень, и таким образом ставить ограничения на состав КЛ высоких и ультравысоких энергий.

В частности, для определения состава КЛ принято измерять мюонную компоненту ШАЛ в наземных экспериментах. Однако в рамках этого метода вот уже на протяжении десятилетий существует проблема: для ряда экспериментов реально измеряемое число мюонов оказывается приблизительно в полтора раза выше, чем то, которое предсказывают модели ШАЛ [1–5] — это расхождение называют мюонным избытком.

Наблюдается этот эффект в разных режимах и проявляется не во всех экспериментах. Однако если доверять прогнозам моделей ШАЛ для тех случаев, в которых мюонный избыток зарегистрирован, то число мюонов указывает на очень тяжёлые ядра (вплоть до урана, см. [6]) в составе КЛ. Это крайне неправдоподобно с учётом малого содержания таких элементов в природе.

Известно множество теоретических попыток разрешить мюонный избыток: см., например, главу №3 в обзоре [4]. Однозначного решения, тем не менее, на данный момент нет, а потому по-прежнему актуальной задачей является всесторонний анализ тех элементов физических моделей, которые влияют на предсказываемое содержание мюонов в ШАЛ, а также допущений, которые лежат в основе таких моделей.

Предметом настоящей работы является один из таких элементов, а именно модель взаимодействия фотонов высоких энергий с ядрами элементов атмосферы. Основным каналом взаимодействия с атмосферой в интересующей нас области энергий является рождение электрон-позитронных пар, по сравнению с которым фотоядерные реакции в сотни раз реже, см., например, [7, 8]. Тем не менее, они являются основным источником мюонов в электромагнитных ШАЛ, а также вносят некоторый вклад в адронные.

Вместе с тем, экспериментальные ограничения на сечение фотоядерной реакции существуют лишь до энергий $\sqrt{s} \sim 10^{11}$ eV в системе центра инерции. Энергии же таких реакций в ШАЛ, порождаемых КЛ высоких и ультравысоких энергий, могут значительно превышать эту величину. Следовательно, любая неопределённость или неверное допущение при выборе экстраполяции фотоядерного сечения в область высоких энергий может в результате привести к занижению теоретического прогноза числа мюонов, и вносить таким образом вклад в мюонный избыток.

Большое разнообразие возможных экстраполяций [9], согласующихся на низких энергиях с экспериментом, свидетельствует о значительном вкладе в систематическую погрешность предсказания числа мюонов со стороны данного процесса.

Кроме того, существуют дискуссии по поводу скейлинга фотоядерного сечения с массовым числом [10] — он также влияет на прогноз числа мюонов, однако экспериментально неизвестно его поведение в области высоких энергий, что порождает еще один тип систематической неопределённости модели.

Всесторонний тщательный анализ модификаций фотоядерного сечения и их влияния на содержание мюонов в моделях ШАЛ на данный момент отсутствует.

Таким образом, к настоящему времени мы имеем актуальную проблему, значимую с фундаментальной точки зрения: недостаток теоретического анализа моделей фотоядерных реакций, влияющих на содержание мюонов в ШАЛ, что опосредованно сказывается на качестве определения состава первичных КЛ высоких энергий.

Целью данной работы является детальный анализ влияния фотоядерных процессов на содержание мюонов в симуляциях ШАЛ. В частности, одна из основных задач — получить количественные соотношения, которые бы позволяли проследить аналитически зависимость числа мюонов от заложенного в модель фотоядерного сечения (в том числе — от скейлинга с массовым числом), а также параметров ШАЛ (энергии, типа первичной частицы, зенитного угла) и одного из ключевых параметров детекции — атмосферной глубины.

В качестве метода исследования используются аналитические и компьютерные вычисления, в частности с использованием программ для симуляций ШАЛ CORSIKA, CONEX [11, 12], собственного кода автора, который позволяет легко встраивать пользовательские модифицированные модели взаимодействия фотона с атмосферой в указанные симуляции ШАЛ, а также библиотек Python 3: `numpy` [13], `scipy` [14], `sklearn` [15].

Дальнейшая структура работы выглядит следующим образом. В главе I кратко обсуждается физическая модель, которая описывает рождение мюонов в электромагнитной компоненте ШАЛ в симуляциях CORSIKA, CONEX, описываются некоторые существенные детали компьютерных вычислений в соответствующих программах. В главе II на основе этой информации строится концепция компьютерного алгоритма и аналитической модели, которые позволяют облегчить исследование всевозможных модификаций фотоядерного сечения высоких энергий и эффективно отслеживать влияние этих модификаций на число мюонов. В главе III приводится обсуждение результатов, полученных автором с использованием разработанного алгоритма. Наконец, в главах «Выводы» и «Заключение» представляются окончательные выводы по итогам проделанной работы и обсуждаются дальнейшие перспективы данного исследования.

I. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ШИРОКИХ АТМОСФЕРНЫХ ЛИВНЕЙ В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИМУЛЯЦИЙ

В данной главе кратко обсуждается физическая модель, которая описывает генерацию мюонов в электромагнитной компоненте ШАЛ, а также приводятся существенные для данной работы особенности программ для симуляций ШАЛ: CORSIKA [11] и CONEX [12].

I.1 Общий обзор

Сделаем ряд комментариев касательно физической модели и обозначим несколько договоренностей, которых в дальнейшем по умолчанию будем придерживаться в рамках данной работы.

Для простоты рассмотрения мы в основной части работы ограничимся рассмотрением только электромагнитных ШАЛ с фотоном в качестве первичной частицы, а далее сделаем обобщение полученных результатов в том числе адронных ШАЛ.

В соответствии с целью работы, мы в первую очередь интересуемся взаимодействием фотонов с атмосферой в той области энергий, где сечение фото-ядерной реакции плохо ограничено экспериментально, т.е. $\sqrt{s} \gtrsim 10^{11}$ eV [16]. В терминах энергии фотона E_γ в системе покоя нуклонной мишени массой $m_N \sim 10^9$ eV:

$$s = 2E_\gamma m_N + m_N^2 \Rightarrow E_\gamma = \frac{s - m_N^2}{2m_N} \simeq \frac{s}{2m_N} \quad (1)$$

— т.е. получаем по порядку величины область $E_\gamma \gtrsim 10^{12}$ eV.

В рамках симуляций CORSIKA, CONEX интересующие нас процессы описываются кодом EGS4 [17], который описывает все релевантные для электромагнитной компоненты ШАЛ реакции и эффекты.

При интересующих нас энергиях можно пренебречь фотоэффектом и эффектом Комптона, и выделить следующие три основных канала взаимодействия фотона с атмосферой:

1. *Рождение электрон–позитронных пар.* Доминирующий процесс, даёт основной вклад $\sim 99\%$ в полное сечение вплоть до самых высоких энергий реакции, $E_\gamma \sim 10^{20} \dots 10^{21}$ eV ($\sqrt{s} \sim 10^{15}$ eV).
2. *Фотоядерная реакция.* Считается, что она происходит в сотни раз реже рождения электрон-позитронных пар и приводит к образованию адронов, в том числе заряженных пионов, в распадах которых рождаются мюоны.
3. *Рождение мюон–антимюонных пар.* Такая реакция подавлена по сравнению с рождением электрон–позитронных пар на фактор $(m_e/m_\mu)^2 \sim 10^{-5}$, однако всё равно существенна для мюонной компоненты ШАЛ и потому учтена в CORSIKA и CONEX.

Итак, в интересующей нас области высоких энергий электромагнитный каскад ведёт себя достаточно простым образом: его глобальное развитие практически не чувствительно к процессам-поставщикам мюонов.

Это даёт нам возможность сделать следующее важное допущение: далее мы будем исходить из того, что среднее количество мюонов dN_μ , которые родились в результате фотоядерных реакций в диапазоне энергий фотона $[E_\gamma, E_\gamma + dE_\gamma]$, можно описать следующим образом:

$$\frac{dN_\mu}{dE_\gamma} = \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_\gamma) \cdot f(E_\gamma, E_i, X), \quad (2)$$

где E_i — энергия первичного фотона, $X = \int \rho(h(l))dl$ — атмосферная глубина (slant depth) наблюдения ($[X] = \text{g cm}^{-2}$), где $\rho(h)$ — плотность атмосферы на высоте h над уровнем моря, l — координата вдоль оси распространения ливня, f — некоторая универсальная функция, определяемая развитием электромагнитного каскада и практически не чувствительная к модели фотоядерного сечения (при условии малости сечения последней по сравнению с сечением рождения электрон-позитронных пар).

Нахождение универсальной $f(E_\gamma, E_i, X)$ позволит легко изучать широкий диапазон модификаций фотоядерного сечения, вовсе не прибегая к численным

симуляциям. Наша задача описания содержания мюонов в фотонном ШАЛ таким образом может быть сведена к поиску $f(E_\gamma, E_i, X)$.

I.2 Некоторые детали и особенности симуляций ШАЛ

Ключевым ингредиентом программных вычислений в CORSIKA и CONEX в являются брэнчинги (относительные вероятности) перечисленных в предыдущем разделе процессов:

$$\text{BR}_j := \frac{\sigma_j}{\sigma_{\text{tot}}}, \quad (3)$$

где BR_j , σ_j — это брэнчинг и сечение процесса j , соответственно, а σ_{tot} — полное сечение реакции фотона с атмосферой, которое закодировано в длине свободного пробега фотона $\lambda_\gamma \propto \sigma_{\text{tot}}^{-1}$. При этом в рамках общепринятых соображений о сечениях описанных выше процессов верно соотношение между брэнчингами $\text{BR}_{e^+e^-} \gg \text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}} \gg \text{BR}_{\mu^+\mu^-}$, $\text{BR}_{\text{photoeffect}}$, $\text{BR}_{\text{Compton}} \simeq 0$.

Для нас особенно важно, что фотоядерная реакция может производить адронный суб-каскад в рамках электромагнитного ШАЛ. Если энергия фотоядерной реакции достаточно велика, то вторичные частицы, преимущественно дочерние пионы, имеют энергию $E_\pi \gtrsim 10^{11}$ eV. При таких энергиях длина взаимодействия заряженного пиона с атмосферой меньше длины распада [18], и происходят вторичные реакции, которые приводят к образованию нового поколения пионов. Так происходит до тех пор, пока не начинает доминировать распад, в результате чего рождаются мюоны:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu, \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (4)$$

Нейтральные же π -мезоны в таком каскаде практически мгновенно (в терминах симуляций CORSIKA и CONEX распад $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ в прямом смысле мгновенный, т.е. происходит на том же шаге вычислений, что и их рождение) [11], по сравнению с заряженными распадаются на пару фотонов, которые «возвращают» энергию в электромагнитную компоненту каскада и могут, в том числе, вступить в новые фотоядерные реакции. Отметим, однако, что последнее

дает вклад старшего порядка малости по брэнчингу реакции в число наблюдаемых на уровне земли мюонов.

Заметим, что мюоны могут образовываться и в других процессах, например, аналогичным образом в распадах заряженных K -мезонов. Однако такие вклады менее существенны (так, эксперименты [11] и симуляции [19] показывают относительно малое соотношение между количеством заряженных каонов и пионов, производящих мюоны); более того, в логике данной работы они будут учтены автоматически в одном ряду с описанными выше реакциями.

Наконец, отметим, что в рамках моделей фотоядерного сечения, принятых в CORSIKA и CONEX, основное количество мюонов всё же рождается не за счёт реакций при высоких энергиях, а в резонансной области $E_\gamma \sim (10^8 \dots 10^9)$ eV — при таких энергиях фотоядерное сечение имеет пик; кроме того, фотонов таких энергий в ШАЛ образуется значительно больше, чем фотонов более высоких энергий.

В основу CORSIKA и CONEX заложена идея, что фотоядерные реакции происходят на отдельных нуклонах ядер атмосферы, а полное сечение отличается от фотон–протонного сечения на «эффективное массовое число». Эксперименты показывают [10], что оно зависит от реального массового числа A и, вообще говоря, энергии:

$$\sigma_\gamma \text{ Nucl} = A_{\text{eff}}(A, E_\gamma) \cdot \sigma_{\gamma p} \quad (5)$$

В CORSIKA и CONEX по умолчанию заложен не зависящий от энергии скейлинг:

$$A_{\text{eff}}(A, E_\gamma) = A^{0.91}, \quad (6)$$

который является обобщением ряда экспериментальных данных путем усреднения тренда в широком диапазоне массовых чисел [20], включая в том числе химические элементы, значительно более тяжелые, чем элементы атмосферы.

Скейлинг $A^{0.91}$ обрабатывается с учётом состава атмосферы: вводятся взвешивающие коэффициенты для основных элементов — азота-14, кислорода-16

и аргона-40:

$$w_N = 0.781, \quad w_O = 0.210, \quad w_{Ar} = 0.009 \quad (7)$$

$$w_N + w_O + w_{Ar} = 1 \quad (8)$$

Полное фотоядерное сечение масштабируется с учётом этих коэффициентов:

$$\sigma_{\gamma \text{Nucl}} = \sum_{\text{el} = \text{N, O, Ar}} w_{\text{el}} \sigma_{\gamma \text{Nucl}}(\text{el}, E_{\gamma}) \stackrel{\text{CONEX}}{=} \sum_{\text{el} = \text{N, O, Ar}} w_{\text{el}} A_{\text{el}}^{0.91} \sigma_{\gamma p} \simeq 11.5 \cdot \sigma_{\gamma p} \quad (9)$$

Фотон-протонное сечение в CONEX описывается (см. [11]) тремя резонансами при энергиях $E_{\gamma} = 3.2 \times 10^8 \text{ eV}$, $E_{\gamma} = 7.2 \times 10^8 \text{ eV}$, $E_{\gamma} = 1.03 \times 10^9 \text{ eV}$, которые наложены на непрерывную функцию:

$$\frac{\sigma_{\gamma p}(s)}{10^{-3} \text{ mb}} = \left(73.7 s_{\text{GeV}^2}^{0.073} + 191.7 s_{\text{GeV}^2}^{-0.602} \right) \sqrt{1 - s_0/s}, \quad (10)$$

где $s_{\text{GeV}^2} := s/\text{GeV}^2$, s_0 — порог фотон-протонной реакции с рождением пионов, связь s и E_{γ} описывается уравнением (1) с условием $m_N = m_p$. Сравнение данной функции с экспериментальными значениями Particle Data Group [16] представлено на рисунке 1.

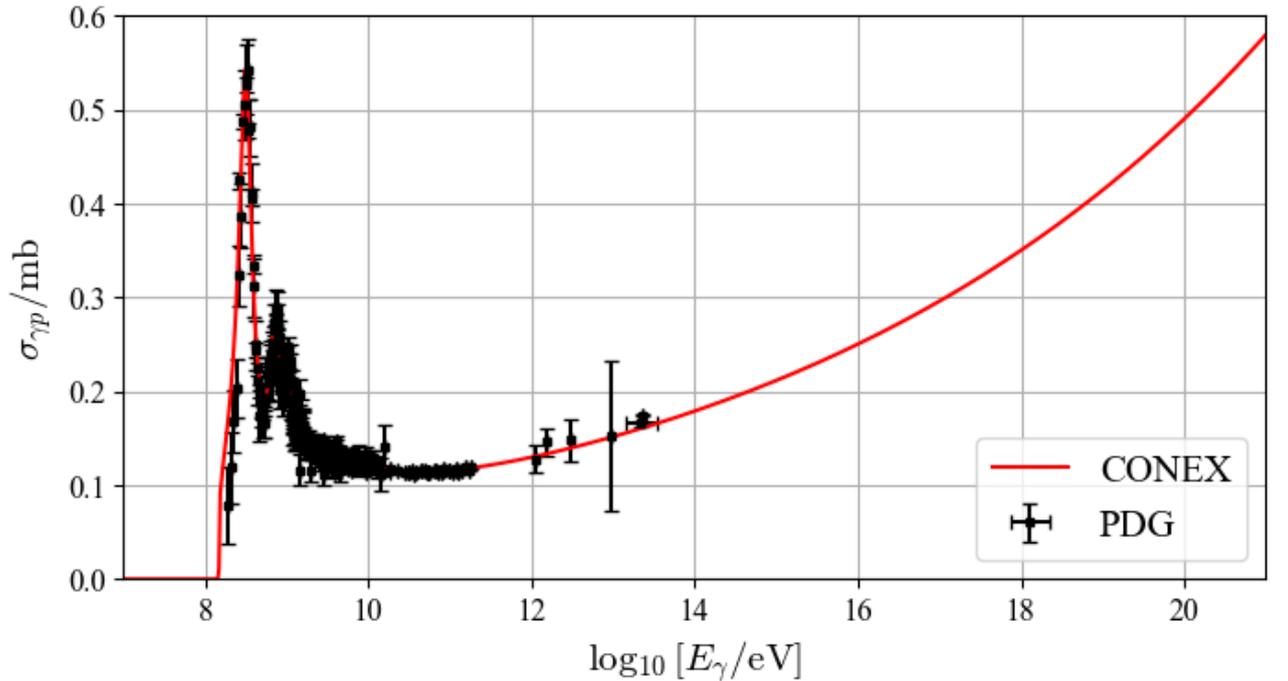


Рисунок 1 – Сравнение фотон-протонного сечения (10), заложенного в CONEX, с экспериментальными значениями.

Тем не менее, вплоть до настоящего времени, релевантные данные характеризуются значительной неопределённостью. Кроме того, в контексте нашей задачи, существенно ограничен сверху диапазон энергий реакций, для которых можно ограничить скейлинг (см., например, обзор [10]) — ровно как и диапазон энергий, для которых вообще ограничено сечение фотоядерной реакции.

Отметим также, что существуют серьезные экспериментальные указания на энергетическую зависимость эффективного массового числа [21], а также более детальные теоретические модели, описывающие связь между фотон-нуклонным сечением и фотоядерным, например [22]. Позднее в разделе III.3 мы вернемся к их обсуждению.

Обсудим, наконец, ряд соглашений технического характера, которых будем придерживаться при вычислениях.

Исходя из типичной чувствительности мюонных детекторов [23], здесь и далее во всех расчетах мы по умолчанию закладываем обрезание спектра мюонов по энергии мюона $E_\mu > 10^9$ eV, считая, что мюоны меньшей энергии в эксперименте не достигают детектора.

Основное различие между CORSIKA и CONEX в том, что в CORSIKA реализованы полноценные трёхмерные детальные симуляции развития ливня, тогда как в CONEX ливень описывается в рамках одномерной картины (координата — глубина X вдоль оси ливня), причём начиная с некоторой варьируемой пользователем границы происходит переход от Монте–Карло к решению каскадных уравнений. Эти две особенности позволяют с помощью CONEX на порядки уменьшать вычислительное время, сохраняя физические модели, лежащие в основе симуляции. Поэтому для поиска функции f мы далее прибегаем именно к CONEX, полагая, что ключевые результаты согласуются с CORSIKA.

Кроме того, для снижения числа исследуемых параметров мы далее фиксируем (а) зенитный угол во всех симуляциях ШАЛ $\theta = 30^\circ$, полагая, что эволюция ШАЛ практически универсальна относительно продольной атмосферной глубины X ; (б) модель адронных взаимодействий на высоких энергиях EPOS-LHC, которая в CONEX и CORSIKA отвечает за генерацию вторичных частиц в

фотоядерных реакциях высоких энергий, допуская, что относительное изменение числа мюонов в основном зависит от выбора модификации фотоядерного сечения и в гораздо меньшей степени — от выбора такой модели.

Несмотря на то, что в конечном итоге интерес представляют распределения мюонов на вертикальной глубине порядка уровня моря, $X \cos \theta \sim 1000 \text{ g cm}^{-2}$, мы получаем атмосферные профили вплоть до глубины $X = 2000 \text{ g cm}^{-2}$, чтобы заведомо дать каждому ливню развиваться до его максимума.

II. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей главе строится авторский алгоритм, который позволяет эффективно оперировать с модификациями фотоядерного сечения высоких энергий в рамках CORSIKA и CONEX, и в то же время легко ограничить параметры универсальной функции $f(E_\gamma, E_i, X)$, см. уравнение (2), поиск которой представляет основную задачу данной работы. Алгоритм реализован на базе Python 3 с использованием библиотек `numpy`, `scipy` [13,14]. Кроме того, описывается физически мотивированная параметризация f и механизм построения теоретического предсказания с её использованием.

II.1 Реализация произвольной модификации сечения

Ключевым ингредиентом нашего алгоритма будет фактор $k(E_\gamma)$, который будет характеризовать отношение модифицированного (индекс `mod`) и стандартного, заложенного в компьютерные симуляции (индекс `std`) фотоядерных сечений при энергии E_γ :

$$k(E_\gamma) := \frac{\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}}}{\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}} \quad (11)$$

Для лёгкой совместимости модификации с симуляциями ШАЛ CORSIKA и CONEX мы должны получить связь между $k(E_\gamma)$ и брэнчингами процессов, а также длиной свободного пробега фотона в атмосфере.

Сечение любого процесса j , отличного от фотоядерного, в рамках нашей модификации не меняется. Запишем тождественно для полного сечения:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}}^{\text{mod}} &= \sum_{j \neq \gamma \text{ Nucl}} \sigma_j^{\text{std}} + \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}} = \sum_j \sigma_j^{\text{std}} + (\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}} - \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}) = \\ &= \sigma_{\text{tot}}^{\text{std}} + (k - 1)\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}} = \sigma_{\text{tot}}^{\text{std}} (1 + (k - 1) \text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}) \end{aligned} \quad (12)$$

— т.е. фактор, на который увеличивается полное сечение при изменении брэнчинга, зависит от стандартного брэнчинга и k . С учётом определения брэнчин-

гов и длины свободного пробега мы получаем финально:

$$\frac{\lambda_{\gamma}^{\text{mod}}}{\lambda_{\gamma}^{\text{std}}} = \frac{\text{BR}_j^{\text{mod}}}{\text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}} = \frac{1}{(1 + (k - 1) \text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}})}, \quad j \neq \gamma \text{ Nucl} \quad (13)$$

$$\frac{\text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}}}{\text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}} = \frac{k}{(1 + (k - 1) \text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}})}$$

Полученные соотношения позволяют легко и «безопасно» осуществить переход от стандартной параметризации фотоядерного сечения к произвольной, не затрагивая какие-либо элементы симуляций ШАЛ помимо табличных значений, используемых в EGS4. Автором был разработан скрипт, который на входе принимает сеточную либо аналитическую функцию, описывающую модифицированное сечение либо фактор k (на выбор пользователя), и перезаписывает эти значения.

Отметим, что с помощью описанной схемы легко контролировать как модификации зависимости фотоядерного сечения от энергии, так и поведения скейлинга с массовым числом, ведь в факторе k могут быть заложены модификации любой природы, и это не нарушит тождественных соотношений (13).

Разработанный алгоритм, вообще говоря, позволяет модифицировать фотоядерное сечение и скейлинг в любой области энергий. Однако для целей задачи основной интерес представляют высокоэнергетические модификации, которые отвечают условию $k(E_{\gamma} \lesssim 10^{12} \text{ eV}) = 1$.

II.2 Построение аналитической модели

Описанный в предыдущем подразделе алгоритм позволяет не только эффективно изучать последствия модификаций фотоядерного сечения в рамках симуляций ШАЛ (просто запуская симуляции и изучая результаты), но и «измерить» явно универсальную функцию $f(E_{\gamma}, E_i, X)$ из уравнения (2). Для этого нужно лишь сделать разбиение области энергий по $E_{\gamma,0} < E_{\gamma,1} < \dots < E_{\gamma,N}$, и рассмотреть класс модификаций:

$$k_n(E_{\gamma}) = \begin{cases} 1, & E_{\gamma} \in [E_{\gamma,n-1}, E_{\gamma,n}] \\ 0, & E_{\gamma} \notin [E_{\gamma,n-1}, E_{\gamma,n}] \end{cases}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (14)$$

Усредненный по большому числу ливней¹ профиль $\langle N_{\mu}^{(\gamma \text{ Nucl}, n)} + N_{\mu}^{(\mu^+ \mu^-)} \rangle$ количества мюонов для n -й модификации даст оценку на f , поскольку эти мюоны обязаны своим рождением фотоядерным реакциям в области $[E_{\gamma, n-1}, E_{\gamma, n}]$ и рождению мюонных пар.

Чтобы выделить только мюоны от фотоядерных реакций, из результата каждой симуляции вычитается профиль числа мюонов $dN_{\mu}^{(\mu^+ \mu^-)}$, рождающихся за счет рождения мюонных пар (это отвечает модификации $k_{\mu^+ \mu^-}(E_{\gamma}) = 0$). Выражение для оценки f :

$$\begin{aligned} & [\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_{\gamma}) \times \ln(E_{\gamma, n}/E_{\gamma, n-1})]^{-1} \times \\ & \times \langle E_{\gamma} N_{\mu}^{(\gamma \text{ Nucl}, n)}(E_{\gamma}, E_i, X) \rangle \simeq f(E_{\gamma}, E_i, X), \end{aligned} \quad (15)$$

где $E_{\gamma} = [E_{\gamma, n} \times E_{\gamma, n-1}]^{1/2}$.

При вычислениях мы исследуем диапазон по $E_{\gamma} \sim 10^{10} \dots 10^{19}$ eV, и диапазон по $E_i \sim 10^{12} \dots 10^{19}$ eV с логарифмическим шагом. Для каждого набора параметров симуляция проделана по 512 раз.

Для проверки самосогласованности подхода мы также проделываем отдельные симуляции для $k_{\text{std}} = 1$ (стандартное сечение) и при ненулевом сечении только в области резонансных пиков:

$$k_{\text{peak}}(E_{\gamma}) = \begin{cases} 1, & E_{\gamma} \in [0, E_{\gamma, 0}] \\ 0, & E_{\gamma} > E_{\gamma, 0} \end{cases} \quad (16)$$

Это позволяет протестировать линейность модели, которая, как было описано в предыдущей главе, заложена в наш метод: средние числа мюонов от отдельных бинов, от области резонансов и от рождения мюонных пар вместе должны складываться приблизительно — с точностью до поправок старшего порядка малости, связанных с изменением полного сечения, — в полное число мюонов, наблюдаемое в ливне без модификаций:

$$\langle N_{\mu}^{(\text{tot, std})} \rangle \simeq \langle N_{\mu}^{(\text{peak})} \rangle + N_{\mu}^{(\mu^+ \mu^-)} + \sum_{n=1}^N N_{\mu}^{(\gamma \text{ Nucl}, n)} \quad (17)$$

¹Здесь и далее такое усреднение обозначается треугольными скобками

Выполнение соотношения (17) будет свидетельствовать в пользу применимости применяемого нами подхода. В вычислениях мы для удобства оценивать степень соблюдения этого равенства в терминах относительной средней абсолютной ошибки:

$$\Delta N_{\mu}/N_{\mu,\text{tot}} := |\langle N_{\mu}^{(\text{peak})} + N_{\mu}^{(\mu^+\mu^-)} + \sum_{n=1}^N N_{\mu}^{(\gamma \text{ Nucl},n)} - N_{\mu}^{(\text{tot, std})} \rangle| / \langle N_{\mu}^{(\text{tot, std})} \rangle \quad (18)$$

Таким образом условие линейности модели можно переписать через логарифм этой величины в удобном виде $\Delta N_{\mu}/N_{\mu,\text{tot}} \ll 1$.

II.3 Параметризация универсальной функции

Для эффективной параметризации f в широком диапазоне параметров мы разбиваем её на два множителя:

$$f(E_{\gamma}, E_i, X) = \mathcal{N}(E_{\gamma}, E_i) \times p(X|X_{\text{max}}(E_{\gamma}, E_i), E_{\gamma}) \times \Theta(E_i - E_{\gamma}), \quad (19)$$

где $p(X = X_{\text{max}}|\dots) = 1$, Θ — функция Хевисайда, которая отражает отсутствие фотоядерных реакций в диапазоне энергий выше энергии первичной частицы.

Мотивация такой факторизации состоит в следующем: эволюция электромагнитных ливней характеризуются высокой степенью подобия атмосферных профилей числа фотонов [8]. Поскольку в рамках выбранной модели интересующая нас величина, $[\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_{\gamma})^{-1} \times dN_{\mu}/dE_{\gamma}]$, чувствительна преимущественно как раз к атмосферному профилю фотонов (зависимость от фотоядерного сечения мы устраним — с точностью до нелинейных по $\text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}}$ эффектов), разумно ожидать и её (квази-)подобия в смысле пространственного распределения.

Функция \mathcal{N} описывает число мюонов в пике по глубине $X_{\text{max}}(E_{\gamma}, E_i)$, причем пик является индивидуальным для каждой пары из энергии реакции E_{γ} и энергии ливня E_i .

Функция p отвечает за форму профиля, описывающего пространственное распределение числа мюонов и равна отношению числа мюонов на глубине X к пиковому.

Простейшая согласующаяся с результатами CONEX параметризация \mathcal{N} была выбрана следующим образом:

$$\ln \mathcal{N}(E_\gamma, E_i) = \ln N_0 + i \left[\ln \left(\frac{E_i}{\text{eV}} \right) \right] - \gamma_1 \left[\ln \left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}} \right) \right] + \gamma_2 \left[\ln \left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}} \right) \right]^2 \quad (20)$$

Физически, на качественном уровне, такая параметризация отражает тот факт, что число фотонов, вступающих в фотоядерные реакции, растёт с увеличением полной энергии ливня E_i и с уменьшением энергии реакции E_γ , поскольку каждое взаимодействие увеличивает число фотонов и уменьшает их среднюю энергию. Квадратичное по логарифму энергии реакции слагаемое введено эвристически, для повышения качества фита.

Параметры $\ln N_0$, i , γ_1 , γ_2 определяются с помощью линейной регрессии величины $\ln \mathcal{N}$, или, говоря в терминах результатов симуляций в CONEX, величины $\max_X (\ln [\sigma_\gamma \text{Nucl}(E_\gamma)^{-1} \times dN_\mu/dE_\gamma])$ (см. предыдущий раздел), по параметрам $[\ln E_i/\text{eV}]$, $[\ln E_\gamma/\text{eV}]$, $[\ln E_\gamma/\text{eV}]^2$.

Перейдем к обсуждению «универсального профиля» p . Положение максимума X_{\max} параметризуется в виде разложения по логарифмам энергий E_i , E_γ :

$$X_{\max}(E_\gamma, E_i) = -X_0 + X_\gamma \ln \left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}} \right) + X_i \ln \left(\frac{E_i}{\text{eV}} \right) \quad (21)$$

Такой анзац на качественном уровне отражает тот факт, что электромагнитные ШАЛ с большей запасенной энергией E_i развиваются дольше (в терминах атмосферной глубины), прежде чем энергия фотона оказывается под порогом фотоядерной реакции с рождением пионов.

Усредненное положение $X_{\max}(E_\gamma, E_i)$ может быть получено напрямую из усредненных результатов CONEX (независимо от параметров функции \mathcal{N}), как $\text{argmax}_X (\ln [\sigma_\gamma \text{Nucl}(E_\gamma)^{-1} \times dN_\mu/dE_\gamma])$. Параметры также вычисляются в рамках линейной регрессии.

Наконец, для пространственного распределения p мы принимаем обобщенную параметризацию Гайссера—Хилласа [19, 24]:

$$p(X|X_{\max}, E_\gamma) = \left(\frac{X}{X_{\max}} \right)^{\Lambda \left(\frac{X_{\max}}{X}, E_\gamma \right)} \exp \left[\frac{X_{\max} - X}{\Lambda \left(\frac{X}{X_{\max}}, E_\gamma \right)} \right], \quad (22)$$

где введена эффективная длина взаимодействия:

$$\Lambda(\xi, E_\gamma) = -(\Lambda_0 - \Lambda_1\xi + \Lambda_2\xi^2) + \ln\left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}}\right) \times (\lambda_0 - \lambda_1\xi + \lambda_2\xi^2), \quad (23)$$

$\xi = X/X_{\max}$. По построению выполняется требование $p|_{\xi=1} = 1$. Отметим, что и здесь имеется возможность выделить параметризованную функцию на основе только лишь данных CONEX и независимо от прочих вводимых нами параметров:

$$\begin{aligned} \Lambda(\xi, E_\gamma) &= X_{\max}(\ln p)^{-1} \times [\ln(\xi) + (1 - \xi)] = \\ &= X_{\max}(\ln \left[\frac{dN_\mu}{dE_\gamma}(X = \xi X_{\max}) \div \frac{dN_\mu}{dE_\gamma}(X = X_{\max}) \right])^{-1} \times \\ &\times [\ln(\xi) + (1 - \xi)], \end{aligned} \quad (24)$$

где по-прежнему мы полагаем $X_{\max} = \operatorname{argmax}_X (\ln [\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_\gamma)^{-1} \times dN_\mu/dE_\gamma])$.

Параметры эффективной длины взаимодействия также определяются на основе линейной регрессии, но уже в два шага: сначала на сетке по E_γ по отдельности фитируются коэффициенты при степенях ξ , а затем их зависимость от E_γ .

Итак, финально в рамках нашей модели предложена следующая параметризация числа мюонов:

$$\begin{aligned} \frac{dN_\mu}{dE_\gamma}(E_\gamma, E_i, X | \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}) &= \left(\frac{\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_\gamma)}{\text{mb}} \right) \times N_0 \left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}} \right)^{-\gamma_1 + \gamma_2 \ln\left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}}\right)} \left(\frac{E_i}{\text{eV}} \right)^i \times \\ &\times \left(\frac{X}{X_{\max}} \right)^{\frac{X_{\max}}{\Lambda\left(\frac{X}{X_{\max}}, E_\gamma\right)}} \exp \left[\frac{X_{\max} - X}{\Lambda\left(\frac{X}{X_{\max}}, E_\gamma\right)} \right] \times \Theta(E_i - E_\gamma), \\ X_{\max} &= -X_0 + X_\gamma \ln\left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}}\right) + X_i \ln\left(\frac{E_i}{\text{eV}}\right), \\ \Lambda(\xi) &= -(\Lambda_0 - \Lambda_1\xi + \Lambda_2\xi^2) + \ln\left(\frac{E_\gamma}{\text{eV}}\right) \times (\lambda_0 - \lambda_1\xi + \lambda_2\xi^2). \end{aligned} \quad (25)$$

Напомним, что по постановке задачи мы здесь закладываем допущение об энергии реакции $E_\gamma \geq E_{\gamma, \text{thr}} \gtrsim 10^{12} \text{ eV}$, а также о малом влиянии фотоядерной реакции на развитие ливня, $\text{BR}_{\gamma \text{ Nucl}} = \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}/\sigma_{\text{tot}} \simeq \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}/\sigma_{e^+e^-} \ll 1$.

II.4 Теоретическая оценка числа дополнительных мюонов

С помощью описанной выше параметризации в рамках нашей модели легко теоретически предсказывать число дополнительных мюонов, которое возникает вследствие модификации. Для этого достаточно ввести разность сечений как $\delta\sigma_{\gamma \text{ Nucl}} := \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}} - \sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{std}}$ и взять интеграл:

$$\begin{aligned} \delta N_{\mu}^{\text{mod}}(E_i, X) &= \int_{E_{\gamma, \text{thr}}}^{E_i} \frac{dN_{\mu}}{dE_{\gamma}}(E_{\gamma}, E_i, X | \delta\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}) dE_{\gamma} = \\ &= \int_{E_{\gamma, \text{thr}}}^{E_i} \delta\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(E_{\gamma}) f(E_{\gamma}, E_i, X) dE_{\gamma} \end{aligned} \quad (26)$$

где $E_{\gamma, \text{thr}} \gtrsim 10^{12}$ eV — граница модификации, ниже которой $k(E_{\gamma}) = 1$. Несмотря на то, что подынтегральное выражение параметризовано весьма громоздкой формулой (25), интеграл легко взять численно.

При известных параметрах указанное соотношение позволяет изучать широкий класс модификаций фотоядерного сечения в контексте содержания мюонов только на основе заложенного сечения $\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}^{\text{mod}}$, совершенно не прибегая к компьютерным симуляциям ШАЛ.

Поскольку абсолютное число мюонов существенно зависит от E_i и варьируется в диапазоне нескольких порядков величины, для наглядности анализа результатов мы будем изучать вместо $\delta N_{\mu}^{\text{mod}}$ относительную безразмерную величину,

$$\delta(E_i, X) := \frac{\delta N_{\mu}^{\text{mod}}(E_i, X)}{N_{\mu}^{\text{std}}(E_i, X)}, \quad (27)$$

где под N_{μ}^{std} понимается полное (с учетом всех процессов на всех энергиях) число мюонов, наблюдаемых в фотонном ШАЛ с энергией E_i на глубине X . Эту величину мы также параметризуем и фитируем на фиксированном уровне атмосферной глубины $X \sim 10^3$ g cm⁻²:

$$\ln N_{\mu}^{\text{std}}(E_i, X) = \ln N_0^{\text{std}}(X) + i^{\text{std}}(X) \ln \left(\frac{E_i}{\text{eV}} \right) \quad (28)$$

Обсуждение результатов в терминах δ полезно еще и тем, что это должно снизить их модельную зависимость от выбора модели адронных взаимодействий, а также от систематической неопределенности, связанной с упрощением вычислений при переходе от CORSIKA к CONEX.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей главе приведены результаты вычислений, описанных в предыдущей главе. В разделе III.1 обсуждается проверка линейности модели в соответствии с уравнением (17), а также предположения о том, что фотоядерная реакция представляет основной канал; далее в разделе III.2 — приводятся оптимальные значения параметров универсальной функции, входящей в уравнении (25); в разделе III.3 — сравниваются прогноз аналитической модели и результаты CONEX для ряда моделей с модифицированным фотоядерным сечением; наконец, в разделе III.4 полученные результаты обобщаются на адронные ШАЛ.

III.1 Проверка допущений

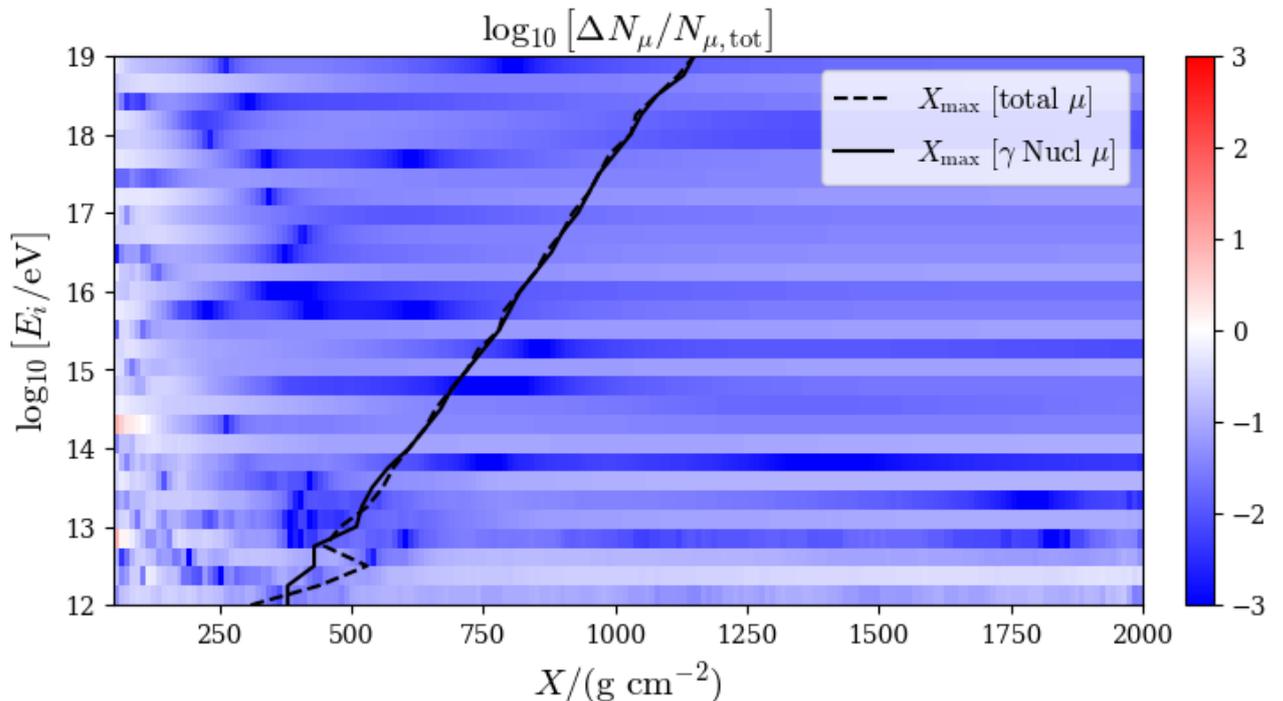


Рисунок 2 – Проверка линейности модели. Цветом показан десятичный логарифм отклонения от линейности.

На рисунке 2 изображена проверка линейности модели, описанная в подразделе II.2: по осям отложены энергия ливня E_i и глубина X , цветом показан

десятичный логарифм относительного отклонения суммы числа мюонов по отдельным бинам от полного числа мюонов в стандартной симуляции. Как видно, практически на всех интересующих нас глубинах, за исключением совсем малых глубин, где фотоядерные реакции происходят крайне редко и имеются большие флуктуации, модель является с хорошей точностью линейной.

На рисунке 2 также черными линиями показаны положения максимумов профиля числа мюонов всего ливня в целом (штриховая линия) и мюонов из его фотоядерной компоненты (сплошная линия). Положения максимумов практически совпадают: это подтверждает, что допущение $BR_{\mu^+\mu^-} \ll BR_{\gamma \text{ Nucl}}$ является разумным.

Средний по глубинам и энергиям ливня модуль относительного отклонения между суммой средних по числу ШАЛ чисел мюонов и средним по числу ШАЛ стандартным количеством мюонов составляет порядка 5%.

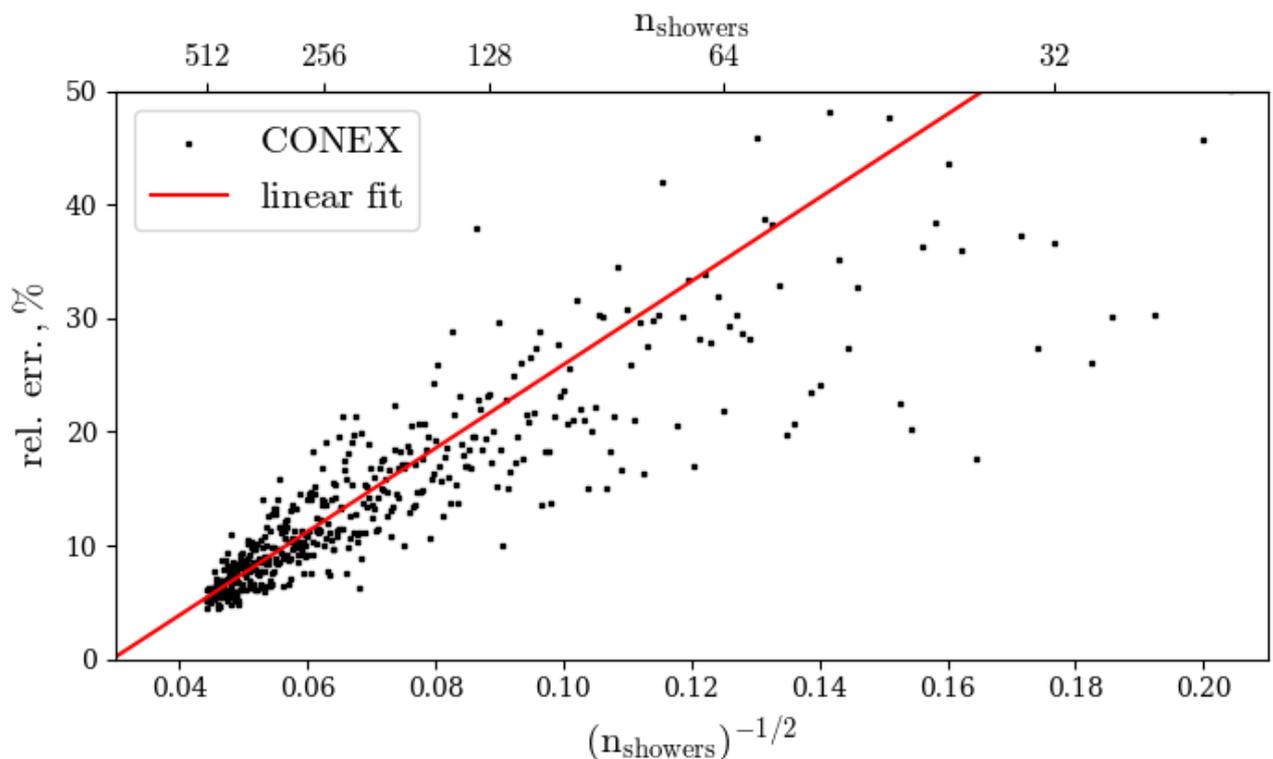


Рисунок 3 – Зависимость средней ошибки $\Delta N_{\mu}/N_{\mu,\text{tot}}$ от числа ШАЛ n_{showers} .

При варьировании числа ШАЛ (см. рисунок 3) зависимость ошибки линейна по корню из обратного числа ШАЛ, что ожидаемо из статистических соображений. Точки на рисунке 3 соответствуют случайным подвыборкам из 512

симулированных ливней без повторений, прямая — линейному фиту по точкам.

III.2 Полученные параметры универсальной функции

Для выбранной ранее параметризации (25) с помощью метода линейной регрессии, более подробное обсуждение которого было дано в предыдущей главе, были получены значения параметров. Они приведены в таблице 1.

параметр	значение	размерность
N_0	1.6526×10^{-10}	-
i	0.9993	-
γ_1	1.4725	
γ_2	5.3496	
X_0	1.1127×10^3	g cm^{-2}
X_γ	1.2808×10^1	
X_i	4.3582×10^1	
Λ_0	5.4237×10^1	g cm^{-2}
Λ_1	2.0998×10^2	
Λ_2	5.7496	
λ_0	6.5932	
λ_1	6.2994	
λ_2	2.4806	

Таблица 1 – Значения параметров функции (25), которая описывает число мюонов, родившихся в результате фотоядерной реакции в окрестности энергии фотона E_γ .

На рисунке 4 показано предсказание для числа мюонов на вертикальной глубине наблюдения $X \cos \theta \simeq 1000 \text{ g cm}^{-2}$. Теоретическое предсказание на этой глубине имеет ошибку на уровне всего (4...10)% с наибольшими отклонениями вблизи энергии первичной частицы. Из графика легко видеть, что кривая визуально правильно описывает тренд в области $E_\gamma \gtrsim 10^{10} \text{ eV}$, что свидетельствует

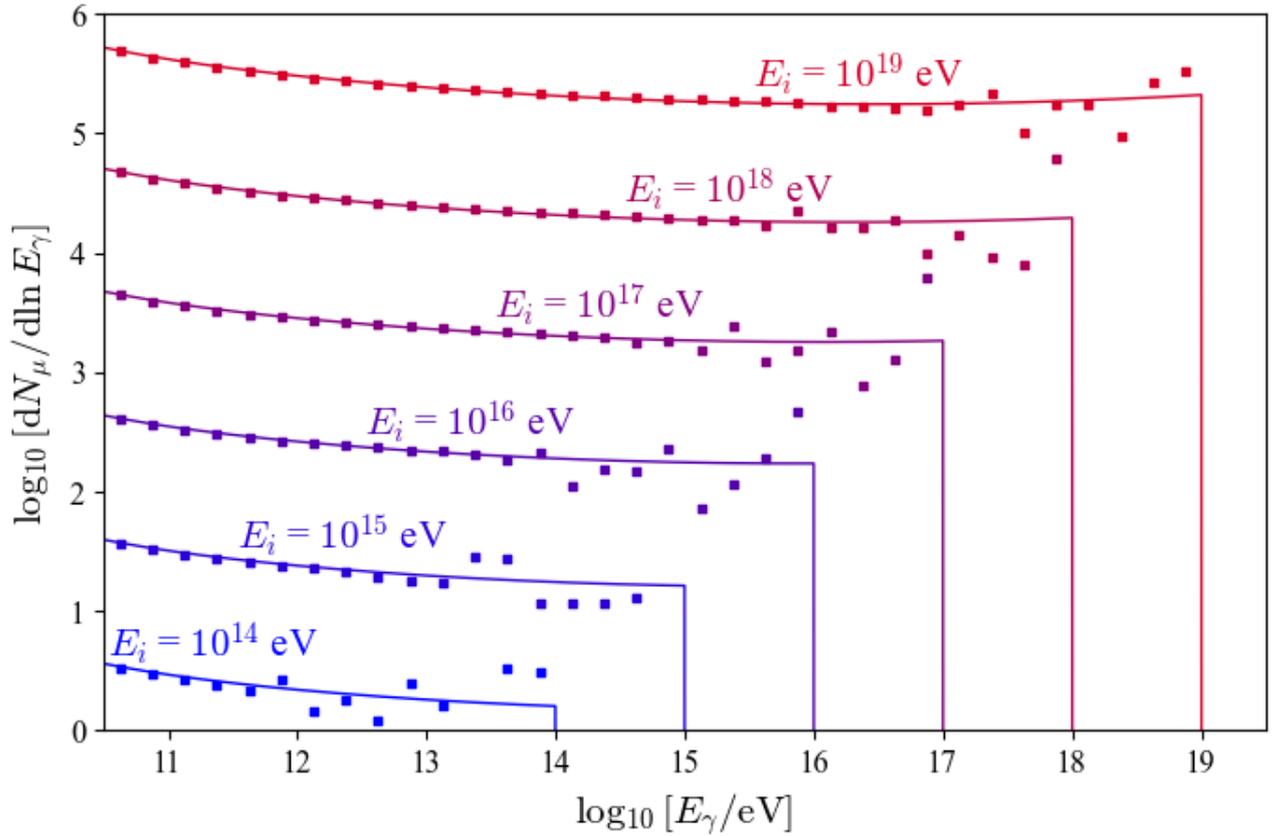


Рисунок 4 – Сравнение предсказания теоретической модели (сплошные линии) с результатами CONEX (точки). Цветом показаны результаты для разных энергий первичного фотона, значение энергии подписано сверху от соответствующей кривой.

о пригодности модели в той области энергий, где фотоядерное сечение плохо ограничено из эксперимента.

Для оценки качества в каждой модели линейной регрессии был вычислен коэффициент объясненной дисперсии, т.е. величина:

$$R^2 := 1 - \frac{\left(\sum_q [y_q^{\text{CONEX}} - y_q^{\text{theor}}]^2 \right)}{\left(\sum_q [y_q^{\text{CONEX}} - \langle y^{\text{CONEX}} \rangle]^2 \right)}, \quad (29)$$

где y — фитуруемая зависимая величина, q нумерует список «наблюдений», индексы CONEX и theor отвечают результатам CONEX и теоретическому предсказанию соответственно, треугольные скобки означают усреднение по q . Для \mathcal{L} и зависимости X_{max} от энергии мы получаем $R^2 \simeq (0.98...0.99)$, для Λ — $R^2 \simeq (0.80...0.95)$, что говорит о приемлемости выбранной модели.

III.3 Проверка качества теоретического прогноза

Для проверки качества теоретического прогноза мы сравниваем предсказания построенной модели с результатами моделирования CONEX для нескольких классов моделей фотоядерного сечения.

Во-первых, мы тестируем класс моделей с модифицированной асимптотической фотоядерного сечения при высоких энергиях:

$$\frac{\sigma_{\gamma \text{ Nucl}}(A, s | \beta, s_{\text{thr}})}{10^{-3} \text{ mb} \times A^{0.91}} = \left(73.7 s_{\text{GeV}^2}^{0.073} (s/s_{\text{thr}})^{\beta \times \Theta(s-s_{\text{thr}})} + 191.7 s_{\text{GeV}^2}^{-0.602} \right) \sqrt{1 - s_0/s}, \quad (30)$$

где s_{thr} — квадрат энергии центра инерции, отвечающий границе модификации сечения $E_{\gamma, \text{thr}}$. При $s < s_{\text{thr}}$ или $\beta = 0$ фотоядерное сечение совпадает с сечением CONEX. В вычислениях мы фиксируем $E_{\gamma, \text{thr}} = 10^{12}$ eV и варьируем $E_i \in \{10^{16}, 10^{17}, 10^{18}\}$ eV, $\beta/0.073 \in [0, 3]$, усредняя по 512 ШАЛ.

На рисунке 5 показаны графики модифицированного сечения для значений $\beta/0.073 \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$ (штриховые линии) в сравнении с CONEX.

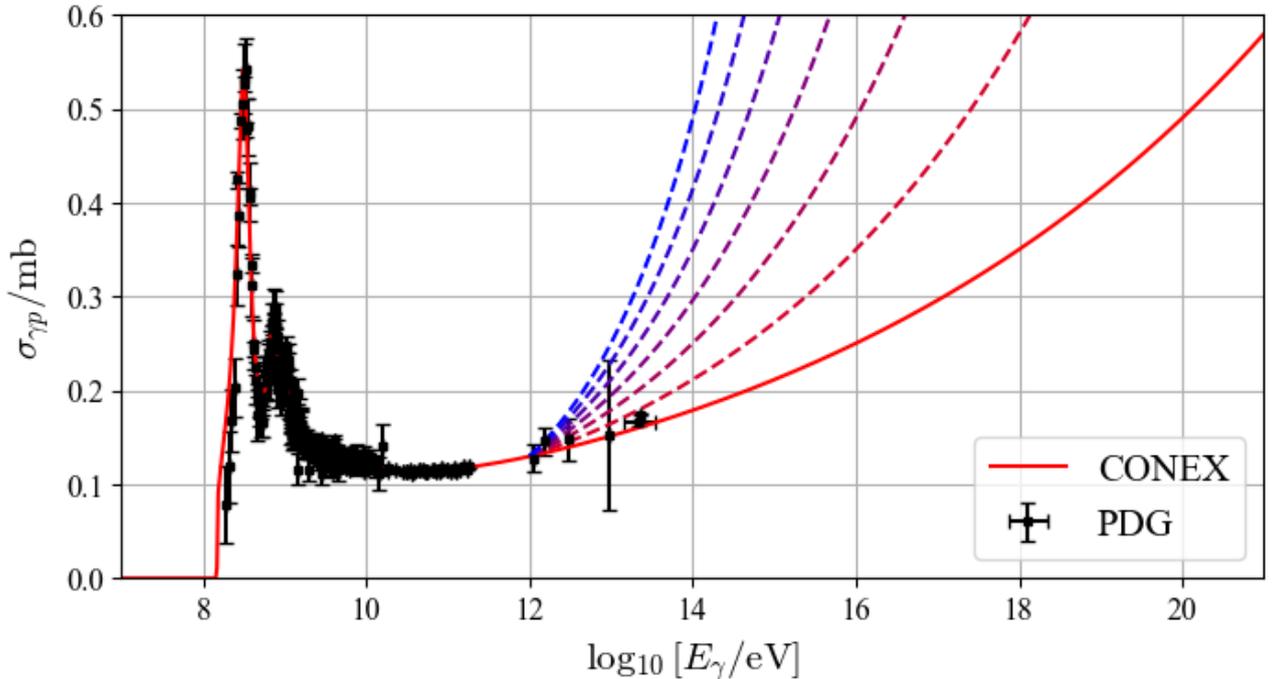


Рисунок 5 – График модифицированного фотон-протонного сечения при различных значениях параметра $\beta/0.073 \in \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$ в сравнении с CONEX ($\beta = 0$) и экспериментальными точками.

На рисунке 6 показана зависимость относительного приращения числа мюонов δ , определяемой соотношением (27), от показателя степени β , при энергии первичного фотона $E_i = 10^{18}$ eV. Как видно, согласие между теоретическим расчетом по формуле (26) и результатом симуляций CONEX наблюдается вплоть до самых экстремальных модификаций.

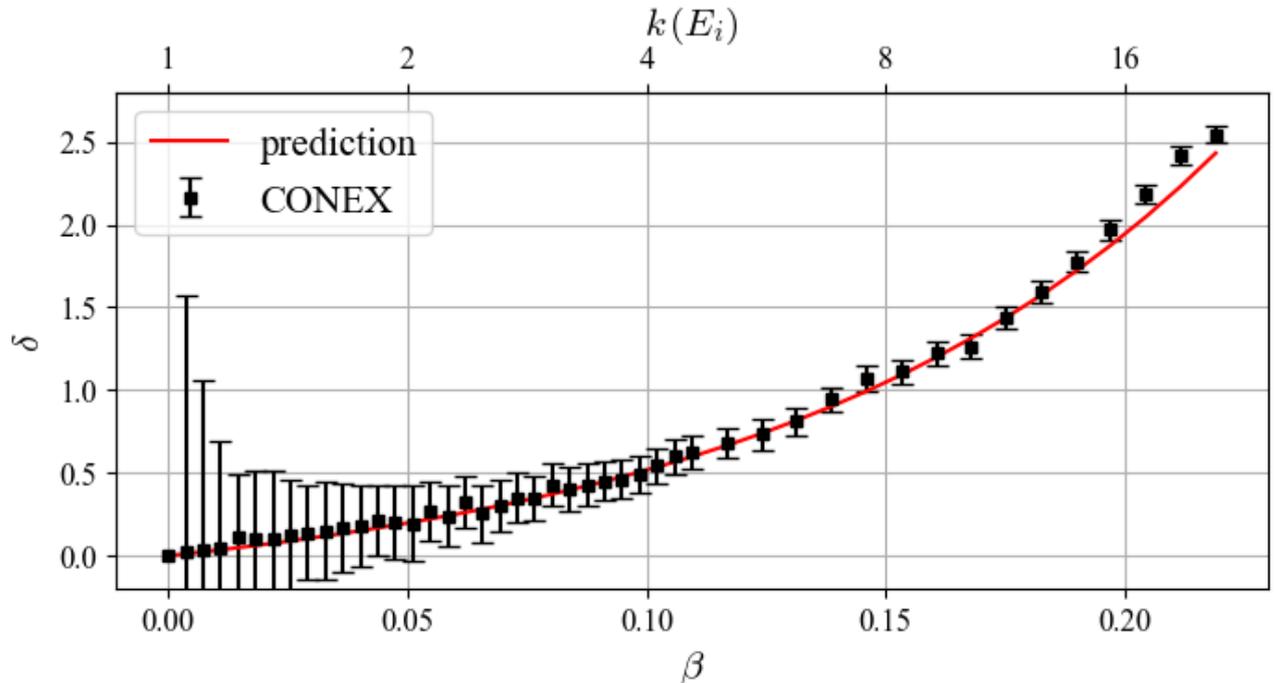


Рисунок 6 – Зависимость относительного приращения числа мюонов δ от показателя степени β в модифицированном фотоядерном сечении из класса (30). Для масштаба на верхней горизонтальной оси отмечено также отношение модифицированного сечения к стандартному при энергии первичной частицы.

На рисунке 7 показано сравнение результатов теоретического расчета по формуле (25) с параметрами из таблицы 1 с результатами CONEX для $3 \times 45 = 135$ комбинаций параметров. Сплошными кривыми показан теоретический прогноз, точками — усредненные по числу ливней значения из симуляций CONEX. Цветом показаны различные энергии первичной частицы: синему соответствует $E_i = 10^{16}$ eV, фиолетовому — $E_i = 10^{17}$ eV, красному — $E_i = 10^{18}$ eV.

Как видно из рисунка 7, модель (25) вполне удовлетворительно описывает dN_μ/dE_γ даже при очень больших модификациях сечения.

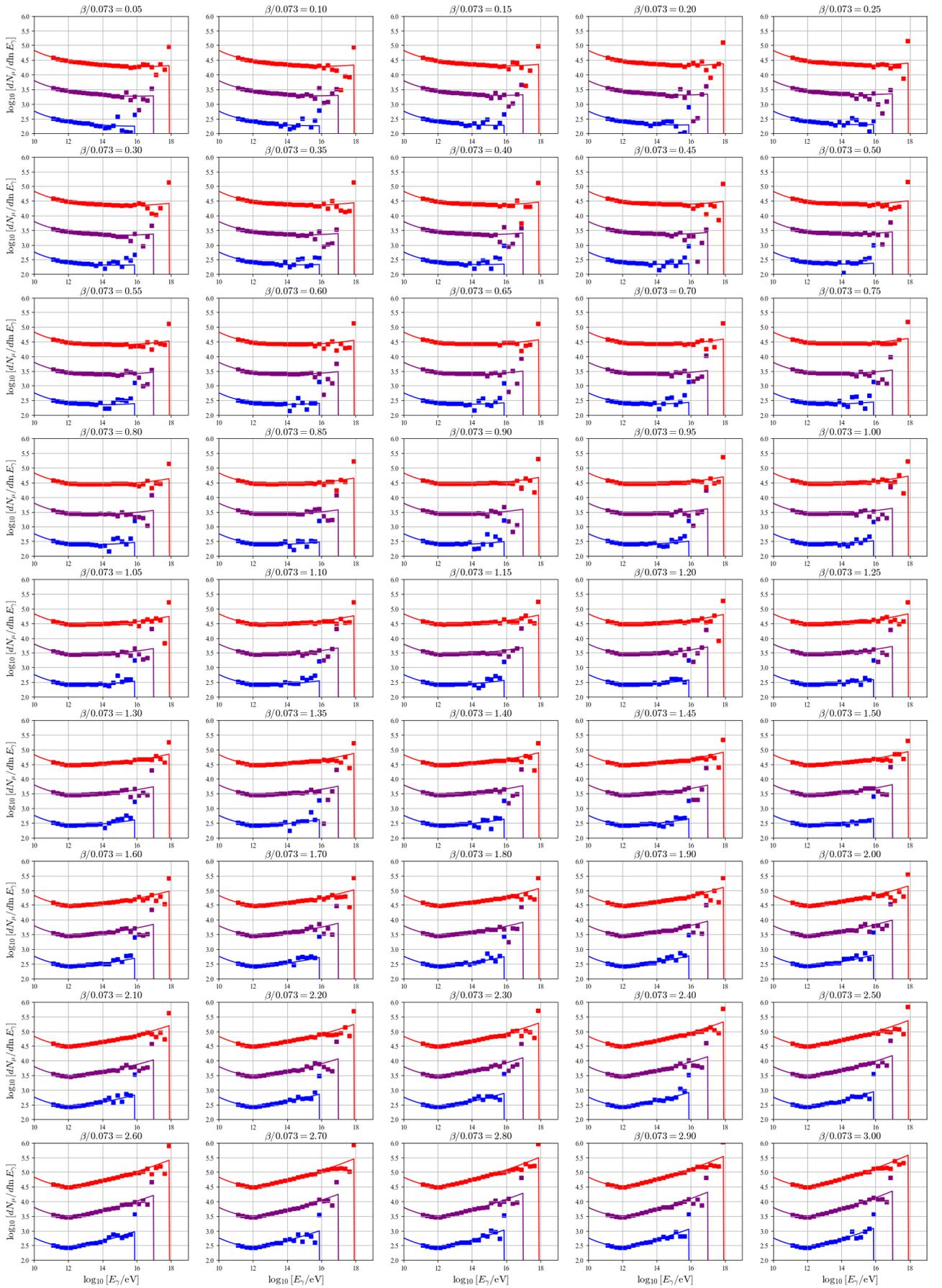


Рисунок 7 – Сравнение теоретического расчета и результатов CONEX для модифицированных ШАЛ, см. подробнее в разделе III.3

Полученный результат согласуется с идеей о том, что «неучтенные» дополнительные мюоны возникают не в результате фотоядерных реакций на высоких энергиях, а в результате других эффектов, которые не могут быть учтены в интеграле (26).

В частности, эффект сокращения длины свободного пробега фотона вместе с производством π^0 в фотоядерной реакции и его последующим распадом на фотоны должны приводить к увеличению числа общего фотонов в модифицированном ливне, в том числе и в области более низких энергий.

В дополнение к рассмотренному классу модификаций, мы также рассматриваем неунитарную «экзотическую» модель [25]. На высоких энергиях сечение в этой модели растет быстрее степенной функции:

$$d \ln \sigma_{\gamma p}^{\text{exo}} / d \ln E_{\gamma} \simeq -0.1846 + 0.0114 \ln \left(\frac{E_{\gamma}}{\text{eV}} \right) \quad (31)$$

Сравнение «экзотического» фотон-протонного сечения с заложенным в CONEX приведено на рисунке 8.

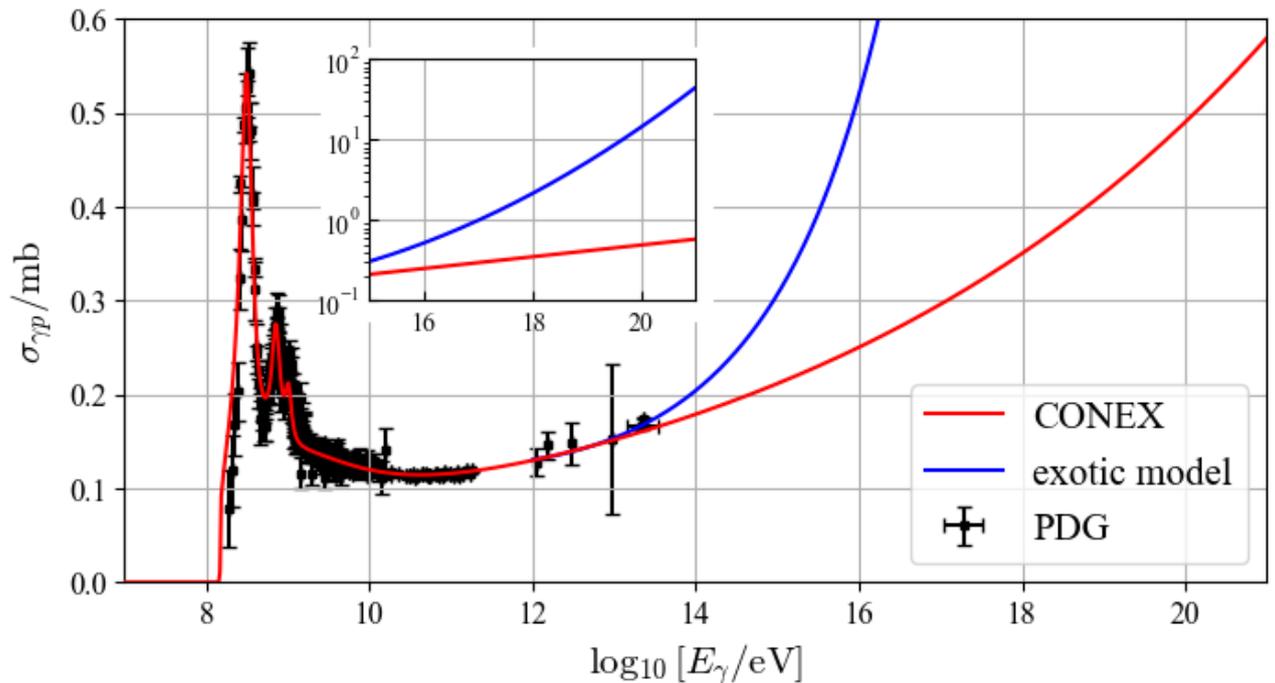


Рисунок 8 – График сечения в модели [25] в сравнении с CONEX и экспериментальными точками. Поведение в области высоких энергий показано отдельно в логарифмическом масштабе.

Мы тестируем предсказание (26) в сравнении с результатами CONEX для экзотической модели при различных энергиях первичного фотона, усредняя по 2048 ливням для каждой E_i . Результаты сравнения отражены на рисунке 9.

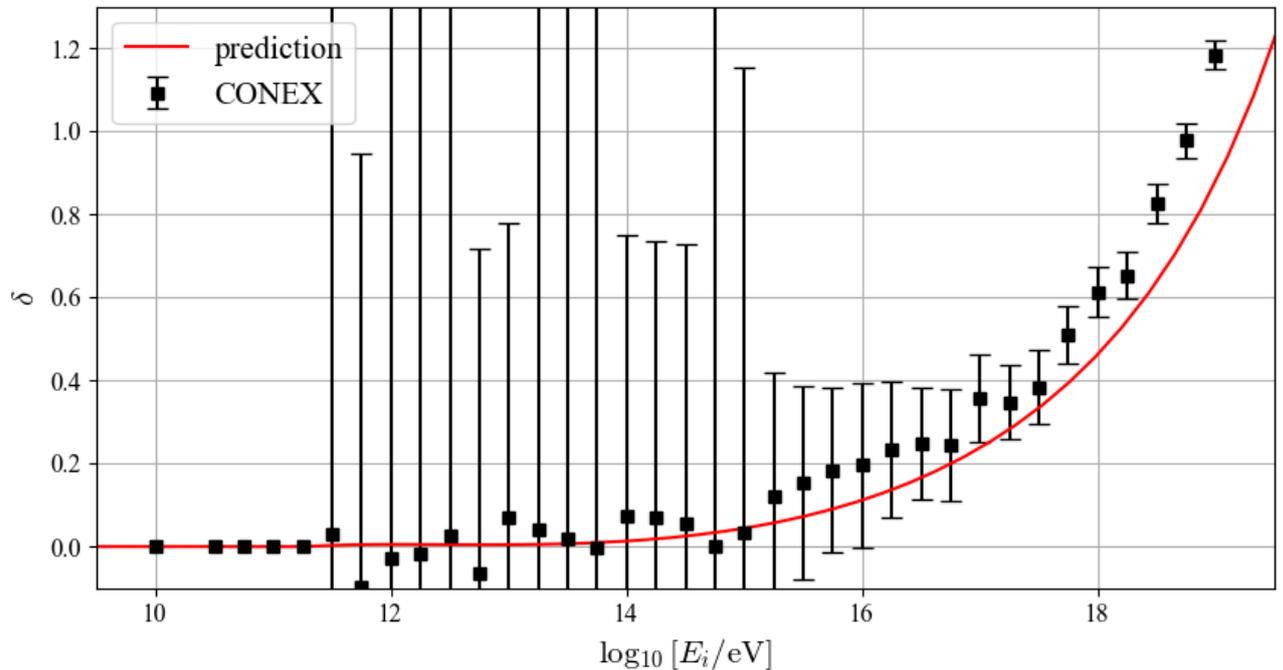


Рисунок 9 – Сравнение результатов CONEX и теоретического прогноза для числа мюонов в рамках экзотической модели при различных E_i

Как видно, при больших энергиях E_i снова проявляется расхождение между теоретическим предсказанием и CONEX, вероятно, связанное с эффектом сокращения длины свободного пробега фотона.

Итак, анализ класса моделей с модифицированной асимптотикой свидетельствует о применимости модели (25) для описания чисел мюонов в ШАЛ с модифицированным фотоядерным сечением.

Наконец, обсудим влияние выбора скейлинга фотоядерного сечения с массовым числом на содержание мюонов. Для этого рассмотрим параметризацию фотоядерного, используемую в GEANT4 [26].

В этой параметризации, помимо роста общей нормировки фотоядерного сечения, учтены уширение и сдвиг резонансных пиков, а также смещение порога фотоядерной реакции с ростом массового числа. Подробное описание данной параметризации может быть найдено в [22].

На рисунке 10 показано сравнение усредненных по составу атмосферы в соответствии с формулой (9) фотоядерных сечений в CONEX и GEANT4. Несмотря на то, что скейлинг в CONEX занижен относительно GEANT4, уширение резонансных пиков и учет их смещения друг относительно друга приводит к тому, что в среднем сечении пиковое значение оказывается меньше.

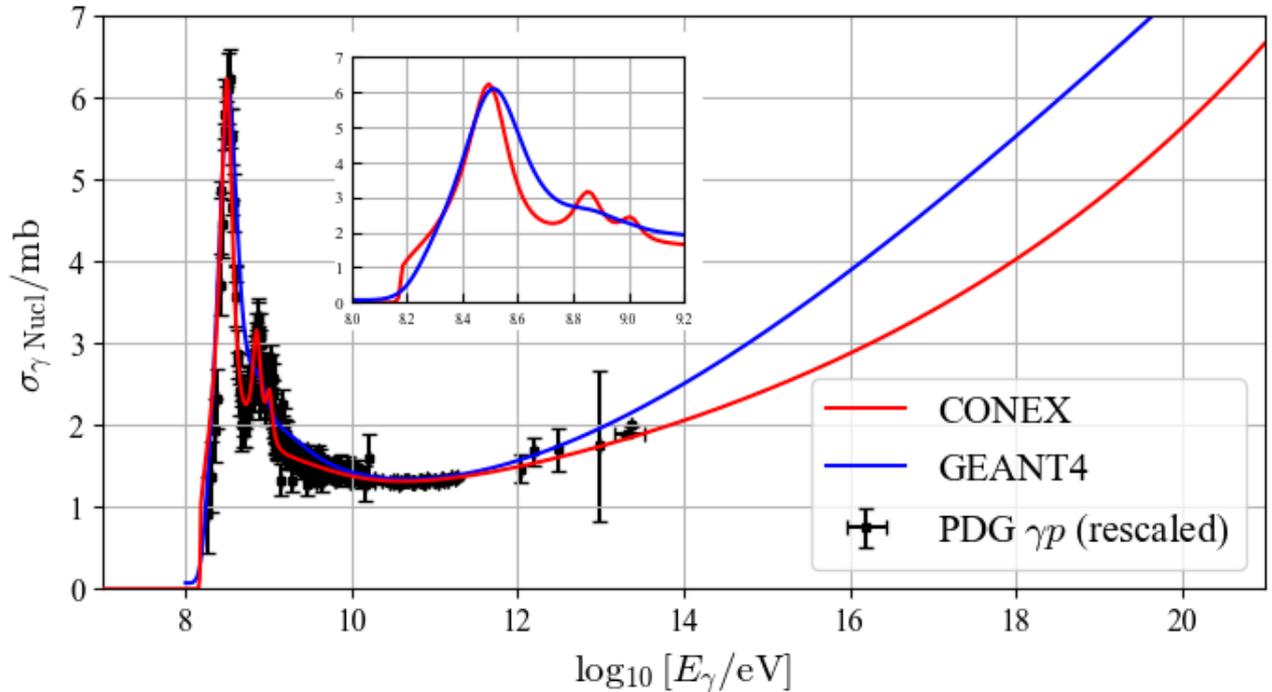


Рисунок 10 – Сравнение среднего по элементам атмосферы фотоядерного сечения в CONEX и GEANT4. Отдельно в более крупном масштабе показана область дельта-резонанса.

По аналогии с «экзотической моделью», мы усредняем результат CONEX по 2048 ШАЛ отдельно для различных энергий первичного фотона. Результаты показаны на рисунке 11: несмотря на существенные флуктуации, результат неплохо описывается теоретическим прогнозом, в котором учитывается только разность сечений при высоких энергиях и никак не учитывается различие в резонансной области. Это позволяет утверждать, что скейлинг $A^{0.91}$ в резонансной области является разумным приближением и вносит лишь незначительную систематическую неопределенность. Тем не менее, открытым остается вопрос о поведении скейлинга в области более высоких энергий.

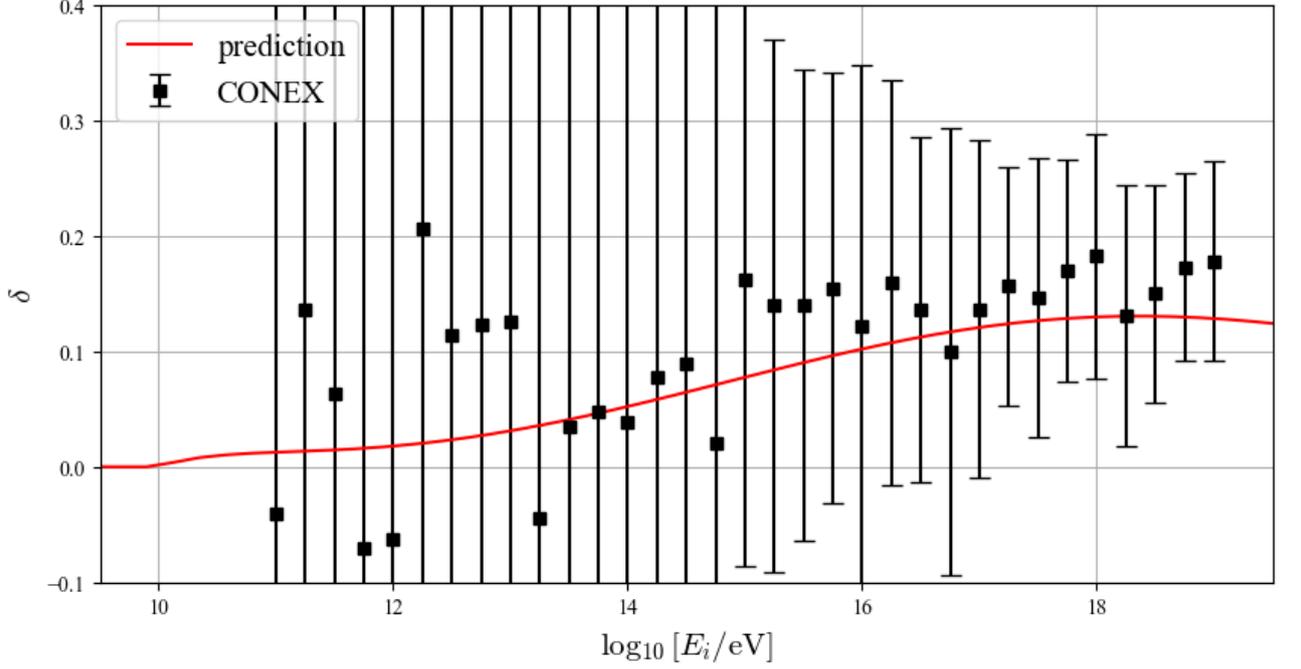


Рисунок 11 – То же, что и рисунок 9, но в сравнении с моделью [26], в которой помимо модифицированной асимптотики присутствует еще и отклонение от CONEX в резонансной области.

III.4 Обобщение на адронные ШАЛ

Для исследования результатов в контексте адронных ШАЛ мы воспользуемся обобщением «игрушечной» модели развития ливня Гайтлера [27] на случай адронных первичных частиц [28].

Энергию первичного адрона обозначим E_h . Будем считать, что при каждом взаимодействии в адронном ливне рождается $N_{\text{mult}} \sim 50$ частиц, и доля энергии $\alpha_{\text{ch}} \sim 2/3$ равномерно распределяется между заряженными пионами, доля $(1 - \alpha_{\text{ch}}) \sim 1/3$ — между нейтральными, и последние мгновенно и симметрично распадаются на два фотона (здесь мы заимствуем численные оценки из [4]). При таких условиях адронные взаимодействия при энергии E , к моменту когда число заряженных адронов достигает $n_{\text{ch}}(E)$, порождают $n_{\gamma}(E)$ фотонов с энергией $E_i(E)$, где:

$$n_{\text{ch}}(E) = \left(\frac{E_h}{E} \right)^{\frac{\ln \alpha_{\text{ch}} N_{\text{mult}}}{\ln N_{\text{mult}}}} \quad n_{\gamma}(E) = 2(1 - \alpha_{\text{ch}}) N_{\text{mult}} n_{\text{ch}}(E), \quad E_i(E) = E/2N_{\text{mult}} \quad (32)$$

Введем также среднюю длину свободного пробега адронной компоненты каскада $\lambda \sim 80 \text{ g cm}^{-2}$ [19]. Тогда при условии $E_{\gamma,\text{thr}} < E_h/(2N_{\text{mult}})$ число дополнительных мюонов можно оценить как:

$$\begin{aligned} \delta N_{\mu}^{\text{mod},h}(E_h, X) &= \int_{E_{\gamma,\text{thr}}}^{E_h/(2N_{\text{mult}})} \frac{dE_i}{E_i} n_{\gamma} \times \delta N_{\mu}^{\text{mod}} \left(E_i, X - \lambda \times \left[\frac{\ln \frac{E_h}{2E_i}}{\ln N_{\text{mult}}} \right] \right) \\ &= 2N_{\text{mult}}(1 - \alpha_{\text{ch}}) \int_{E_{\gamma,\text{thr}}}^{E_h/(2N_{\text{mult}})} \frac{dE_i}{E_i} \left[\left(\frac{E_h}{2N_{\text{mult}}E_i} \right)^{\frac{\ln \alpha_{\text{ch}} N_{\text{mult}}}{\ln N_{\text{mult}}}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \delta N_{\mu}^{\text{mod}} \left(E_i, X - \lambda \times \left[\frac{\ln \frac{E_h}{2E_i}}{\ln N_{\text{mult}}} \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

Или же, в терминах безразмерной величины $\epsilon := 2N_{\text{mult}}E_i/E_h$,

$$\delta N_{\mu}^{\text{mod},h}(E_h, X) = 2N_{\text{mult}}(1 - \alpha_{\text{ch}}) \int_{\frac{E_{\gamma,\text{thr}}}{2N_{\text{mult}}E_h}}^1 \frac{d\epsilon \delta N_{\mu}^{\text{mod}} \left(\frac{\epsilon E_h}{2N_{\text{mult}}}, X + \frac{\lambda \ln N_{\text{mult}} \epsilon}{\ln N_{\text{mult}}} \right)}{\epsilon^{1 + \frac{\ln \alpha_{\text{ch}} N_{\text{mult}}}{\ln N_{\text{mult}}}}} \quad (34)$$

Отметим, что имеется существенная модельная зависимость результата вычислений от α_{ch} и N_{mult} .

Так, снижение N_{mult} и α_{ch} приводит к тому, что на каждый фотонный ливень приходится большая энергия и в целом фотонных ливней становится больше, что увеличивает итоговое число мюонов, и наоборот, повышение этих параметров подавляет появление дополнительных мюонов. Неопределенность в значениях этих величин, кроме того, «накапливается» в каждом взаимодействии.

Более того, известно, что имеется энергетическая зависимость данных параметров, что также приводит к дополнительной систематической неопределенности.

Тем не менее, даже при грубой оценке по формуле (34), по порядку удастся верно оценить число дополнительных мюонов в протонном ливне.

На рисунке 12 сравнивается теоретическое предсказание по формуле (34) с результатами CONEX в протонных ливнях в «экзотической» модели [25]. Использовано $N_{\text{mult}} = 50$, $\alpha_{\text{ch}} = 2/3$, $\lambda = 80 \text{ g cm}^{-2}$, результат усреднен по 2048 ливням.

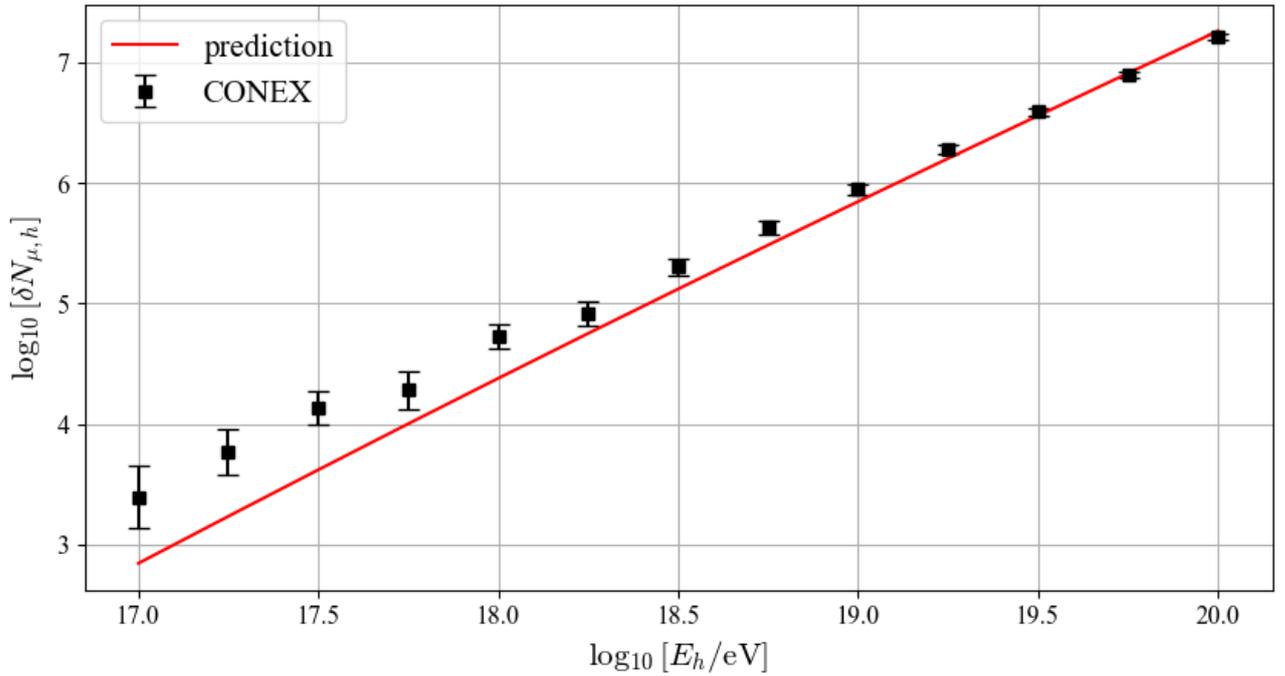


Рисунок 12 – Сравнение теоретического предсказания (красная линия) и результатов моделирования CONEX (черные точки) для модели фотоядерного сечения [25] в протонном ливне.

Несмотря на существенное абсолютное число дополнительных мюонов, на фоне полного числа мюонов в протонном ливне это лишь небольшая добавка — в рамках рассмотренной модели [25] она остается на уровне $\simeq (1...5)\%$ при энергиях первичного протона $\log_{10}[E_h/\text{eV}] \in [17, 20]$ и монотонно растет с энергией.

ВЫВОДЫ

Итак, по результатам моделирования большого числа фотонных ШАЛ нам удалось построить универсальную аналитическую модель (25), которая описывает число мюонов, рождающихся в результате фотоядерных реакций при высоких энергиях, и получить согласующиеся с симуляциями значения параметров (см. таблицу 1).

Важным побочным результатом настоящей работы является разработка кода, совместимого с симуляциями CONEX и CORSIKA, который позволяет контролировать модели сечений электромагнитных процессов в рамках этих симуляций.

Главным преимуществом построенной аналитической модели является ее применимость в широком диапазоне модификаций фотоядерного сечения, которая была подтверждена множеством независимых тестов (см. разделы III.1 и III.3, где показаны соответственно самосогласованность и применимость для модифицированных моделей фотоядерного сечения).

Это позволяет существенно экономить время и вычислительные мощности, ведь разработанная модель позволяет эффективно изучать зависимость числа дополнительных (по сравнению с симуляцией со стандартным фотоядерным сечением) мюонов в зависимости от выбранной модели модифицированного сечения и параметров ШАЛ, вовсе не прибегая к каким-либо компьютерным симуляциям или решению каскадных уравнений.

Так, например, для протонного ШАЛ моделирование 2048 стандартных и 2048 модифицированных ливней в CONEX вместе со сканированием диапазона энергий $E_h \in [10^{17}, 10^{20}]$ eV (13 значений) с учетом параллельных вычислений по 24 ШАЛ занимает порядка 60 часов, тогда как вычисления на основе формулы (34) занимают не более одной минуты и дают правильный порядок величины при сканировании того же диапазона энергий.

То есть при использовании аналитической модели мы выигрываем на фактор $\gtrsim 3600$ по времени и ~ 24 по вычислительным ресурсам, что в производстве дает фактор $\sim 10^5$.

Это, для сравнения, сопоставимо с соотношением по CPU-time между симуляциями CORSIKA (в режиме THINNING) и CONEX при аналогичных энергиях ШАЛ.

То есть разработанная модель в сравнении с CONEX дает квадратичную экономию ресурсов относительно CORSIKA при сохранении адекватных средних значений чисел частиц.

Несмотря на то, что основная часть работы посвящена фотонным ливням, в разделе III.4 было показано, что результаты могут быть применены и в рамках адронного ШАЛ: разработанный на основе качественной, «игрушечной» модели развития ливня [28] прогноз верно по порядку величины предсказывает прирост числа мюонов в протонном ШАЛ (см., однако, комментарии о модельной зависимости в том же разделе).

Полученные здесь результаты свидетельствуют о том, что согласующиеся с экспериментом модификации фотоядерного сечения могут кратно увеличивать наблюдаемые числа мюонов в фотонных ШАЛ. Тем не менее, в рамках тех же моделей в адронных ШАЛ относительный прирост числа мюонов оказывается гораздо меньше, на уровне нескольких процентов.

В контексте мюонного избытка остается, однако, открытым ряд вопросов, связанных с детекцией мюонов в реальных экспериментах.

К неисследованным аспектам относятся, в том числе: (а) эффект накопления избыточных мюонов в результате снижения длины свободного пробега фотона; (б) эффект зависимости скейлинга от энергии при больших энергиях фотоядерной реакции; (в) зависимость числа дополнительных мюонов массового числа первичной частицы и от состава первичных частиц; (г) спектр и пространственное распределение дополнительных мюонов, которые не удастся детально проследить в рамках нашего подхода, но которые могут значительно повлиять на мюонный избыток; (д) зависимость числа дополнительных мюонов от восстановленной энергии ливня, которая зависит от содержания вторичных частиц и в модифицированной модели может не совпадать с реальной энергией первичной частицы.

Основной перспективой для дальнейшей работы является выделение моделей фотоядерного сечения, которые согласуются с экспериментом, и вместе с тем могут порождать существенный эффект в контексте мюонного избытка. Такой подход позволит ускорить детальный анализ и изучить вышеперечисленные аспекты — при этом (г-д), вероятно, потребуют уже детальных компьютерных симуляций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования была разработана универсальная аналитическая модель, описывающая число мюонов, рождающихся в результате фотоядерных реакций при высоких энергиях; было проверено, что результаты данной модели согласуются с CONEX и при этом многократно ускоряют вычисления (фактор экономии ресурсов $\sim 10^5$ относительно CONEX).

Модель позволяет осуществлять детальный анализ влияния фотоядерных процессов на содержание мюонов в симуляциях ШАЛ в широком диапазоне моделей фотоядерного сечения и параметров ШАЛ, что позволяет считать цель и основные задачи исследования успешно выполненными.

Кроме того, был разработан код, совместимый с существующими симуляциями, который позволяет модифицировать встроенные в них параметры электромагнитных процессов.

Результаты указывают на значительное увеличение числа мюонов в фотонных ШАЛ при использовании модифицированных моделей фотоядерного сечения. Однако в адронных ШАЛ относительный прирост числа мюонов оказывается незначительным.

В дальнейшей работе необходимо уделить внимание нескольким аспектам, таким как спектр и пространственное распределение дополнительных мюонов, состав первичных космических лучей, и т.д.

Основной перспективой для будущих исследований является выявление моделей фотоядерного сечения, способных объяснить мюонный избыток. Для более глубокого изучения некоторых аспектов может потребоваться проведение дополнительных компьютерных симуляций, однако фильтр на модифицированные модели в виде простых численных оценок в соответствии с аналитическими формулами позволит значительно ускорить работу в этом направлении.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] H. P. Dembinski *et al.*, “Report on Tests and Measurements of Hadronic Interaction Properties with Air Showers,” *EPJ Web Conf.*, vol. 210, p. 02004, 2019.
- [2] L. Cazon, “Working Group Report on the Combined Analysis of Muon Density Measurements from Eight Air Shower Experiments,” *PoS*, vol. ICRC2019, p. 214, 2020.
- [3] D. Soldin, “Update on the Combined Analysis of Muon Measurements from Nine Air Shower Experiments,” *PoS*, vol. ICRC2021, p. 349, 2021.
- [4] J. Albrecht *et al.*, “The Muon Puzzle in cosmic-ray induced air showers and its connection to the Large Hadron Collider,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 367, no. 3, p. 27, 2022.
- [5] K. Collaboration, “Atmospheric muons measured with the km³net detectors in comparison with updated numeric predictions,” 2024.
- [6] S. Ostapchenko and G. Sigl, “On the model uncertainties for the predicted muon content of extensive air showers,” 2024.
- [7] R. S. Fletcher, T. K. Gaisser, and F. Halzen, “Muons in gamma-ray air showers and the photoproduction cross-section,” in *2nd International Conference on Trends in Astroparticle Physics*, pp. 179–187, 12 1991.
- [8] P. K. F. Grieder, *Extensive Air Showers and High Energy Phenomena*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [9] M. Risse, P. Homola, R. Engel, D. Gora, D. Heck, J. Pekala, B. Wilczynska, and H. Wilczynski, “Photon air showers at ultrahigh energy and the photonuclear cross-section,” *Czech. J. Phys.*, vol. 56, pp. A327–A336, 2006.

- [10] L. Morejon, A. Fedynitch, D. Boncioli, D. Biehl, and W. Winter, “Improved photomeson model for interactions of cosmic ray nuclei,” *JCAP*, vol. 11, p. 007, 2019.
- [11] D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, *CORSIKA: a Monte Carlo code to simulate extensive air showers*. 1998.
- [12] T. Bergmann, R. Engel, D. Heck, N. N. Kalmykov, S. Ostapchenko, T. Pierog, T. Thouw, and K. Werner, “One-dimensional hybrid approach to extensive air shower simulation,” *Astroparticle Physics*, vol. 26, pp. 420–432, Jan. 2007.
- [13] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt, *et al.*, “Array programming with NumPy,” *Nature*, vol. 585, pp. 357–362, Sept. 2020.
- [14] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, *et al.*, “SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python,” *Nature Methods*, vol. 17, pp. 261–272, 2020.
- [15] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, *et al.*, “Scikit-learn: Machine learning in Python,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 12, pp. 2825–2830, 2011.
- [16] R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, vol. 2022, p. 083C01, 08 2022.
- [17] W. R. Nelson, H. Hirayama, and D. W. O. Rogers, “The Egs4 Code System,” 12 1985.
- [18] M. Drees, F. Halzen, and K. Hikasa, “Muons in gamma showers,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, pp. 1310–1317, Mar 1989.
- [19] T. K. Gaisser, R. Engel, and E. Resconi, *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, 2 ed., 2016.

- [20] W. Weise, “Hadronic aspects of photon-nucleus interactions,” *Physics Reports*, vol. 13, no. 2, pp. 53–92, 1974.
- [21] B. Krusche, J. Lehr, J. Ahrens, J. R. M. Annand, R. Beck, F. Bloch, L. S. Fog, D. Hornidge, S. Janssen, M. Kotulla, J. C. McGeorge, I. J. D. MacGregor, J. Messchendorp, V. Metag, U. Mosel, R. Novotny, R. O. Owens, M. Pfeiffer, R. Sanderson, S. Schadmand, and D. P. Watts, “Photoproduction of π mesons from nuclei,” *European Physical Journal A*, vol. 22, pp. 277–291, Nov. 2004.
- [22] M.V. Kossov, “Approximation of photonuclear interaction cross-sections,” *Eur. Phys. J. A*, vol. 14, no. 3, pp. 377–392, 2002.
- [23] D. D. Dzhappuev, A. U. Kudzhaev, and N. F. Klimenko, “Muon-hadron detector of the carpet-2 array,” *Physics of Atomic Nuclei*, vol. 79, pp. 382–389, May 2016.
- [24] T. K. Gaisser and A. M. Hillas, “Reliability of the Method of Constant Intensity Cuts for Reconstructing the Average Development of Vertical Showers,” in *International Cosmic Ray Conference*, vol. 8 of *International Cosmic Ray Conference*, p. 353, Jan. 1977.
- [25] A. Donnachie and P. V. Landshoff, “New data and the hard pomeron,” *Physics Letters B*, vol. 518, pp. 63–71, Oct. 2001.
- [26] S. Agostinelli *et al.*, “GEANT4—a simulation toolkit,” *Nucl. Instrum. Meth. A*, vol. 506, pp. 250–303, 2003.
- [27] W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation*. Dover Books on Physics Series, Dover Publications, 1984.
- [28] J. Matthews, “A heitler model of extensive air showers,” *Astroparticle Physics*, vol. 22, no. 5, pp. 387–397, 2005.