

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«Постановка ограничений на параметры теорий с нарушенной  
Лоренц–инвариантностью из наблюдения атмосферных ливней»**

Выполнил студент

243м группы

Шарофеев А. К.

---

подпись студента

Научный руководитель:

к.ф.–м.н. Сатунин П. С.

---

подпись научного руководителя

Допущена к защите

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_

подпись зав. кафедрой

Москва

2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
I ПРОЦЕСС БЕТЕ-ГАЙТЛЕРА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ	6
II КУБИЧЕСКОЕ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТИ. МОДЕЛЬ МАЙЕРСА-ПОСПЕЛОВА	7
III МОДЕЛЬ С КВАРТИЧНЫМ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕМ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТИ	9
IV АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ЛОРЕНЦ-НАРУШЕНИЯ В МОДЕЛИ МАЙЕРСА-ПОСПЕЛОВА	10
V МЮОННАЯ ПРОБЛЕМА И ПОСТАНОВКА ОГРАНИЧЕНИЙ НА МОДЕЛЬ С КВАРТИЧНЫМ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕМ ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТИ	18
ВЫВОДЫ	23
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	24
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	25

## ВВЕДЕНИЕ

Формализм квантовой теории поля базируется на некоторых фундаментальных симметриях, включая Лоренц–инвариантность, которая является одним из основополагающих принципов построения теорий физики элементарных частиц. Однако возможные отклонения от Лоренц–инвариантности могут возникать в нескольких сценариях квантовой гравитации (см. обзор [1] и [2, 3]). Традиционно, в рамках подхода эффективной теории поля можно собрать все возможные операторы высших размерностей, нарушающих Лоренц–инвариантность для полей Стандартной модели [4]. В то время как низкопорядковые Лоренц–неинвариантные члены обычно тестируются с помощью точных лабораторных экспериментов [5], операторы более высокого порядка (размерности полевых операторов 5 и 6)<sup>1</sup>, кажущиеся несущественными при лабораторных энергиях, могут оказаться значимыми при более высоких энергиях. Ряд физических теорий могут рассматриваться как расширения Стандартной модели с нарушением Лоренц–инвариантности в пределах низких энергий [4].

Космические лучи высоких энергий являются лучшим инструментом для проверки таких теорий, поскольку энергии космических лучей в лабораторной системе превышает те, которые достижимы на земных ускорителях. Гипотетическое нарушение Лоренц–инвариантности может влиять на различные процессы, связанные с рождением и распространением этих космических лучей. Отдельным экспериментально проверяемым сектором в рамках Расширенной Стандартной модели является сектор квантовой электродинамики. Ключевой, но не единственной, особенностью нарушения Лоренц–инвариантности такого типа является модификация дисперсионных соотношений,

$$E^2 = m^2 + p^2 \pm \frac{p^3}{E_{LV,1}} \pm \frac{p^4}{E_{LV,2}^2} + \dots \quad (.1)$$

Таким образом, дополнительные члены, пропорциональные высоким степеням энергии и подавленные большим энергетическим масштабом, появляются в наблюдаемых величинах, такие как сечения взаимодействий.

---

<sup>1</sup>Что предпочтительно для гравитации Хоравы–Лифшица и её расширений.

Наиболее последовательное рассмотрение нарушения Лоренц–инвариантности можно провести через построение эффективных теорий поля, как было отмечено выше. Из таких теорий, например, могут непосредственно вытекать нестандартные дисперсионные соотношения. Преимущество рассмотрения таких теорий заключается в возможности использования формализма квантовой теории поля, что позволяет наиболее последовательно получать, например, сечения процессов. Наиболее общей эффективной теорией поля, приводящей к кубическому по импульсу дисперсионному соотношению в квантовой электродинамике, является модель Майерса–Поспелова [6], которая рассматривается в данной работе.

Нарушение Лоренц–инвариантности приводит к существованию некоторых процессов, запрещенных в рамках стандартного Лоренц–инвариантного подхода, и модифицирует пороги существующих процессов. Например, разрешаются каналы распада фотона, которые запрещены в Лоренц–инвариантном случае, такие как  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  и  $\gamma \rightarrow 3\gamma$ . Будучи разрешенными, эти процессы исключают фотоны заданной энергии из наблюдаемого потока космических лучей.

Кроме того, нарушение Лоренц–инвариантности может влиять на формирование атмосферных ливней. В частности, сечение наиболее вероятной первичной реакции в атмосферных ливнях — процесс Бете–Гайтлера — модифицируется при нарушении Лоренц–инвариантности, что приводит к более глубоким атмосферным ливням [7]. Детектирование атмосферных ливней на современных установках (LHAASO, TibetAS $\gamma$ , HAWC, HESS) позволяет установить ограничения на параметры нарушения Лоренц–инвариантности в рамках эффективной теории поля с операторами старших размерностей.

В работе даны ограничения на образование широких атмосферных ливней с кубическим по импульсам дисперсионным соотношением из недавних наблюдений гамма–лучей в диапазоне энергий от 100 ТэВ до 1 ПэВ обсерваторией LHAASO. В основу вычислений закладывается эффективная теория поля Майерса–Поспелова, вычисляется подавление процесса Бете–Гайтлера, отвечающего за образование широких атмосферных ливней. Сравнивая события

высокоэнергетических фотонов с предсказаниями подавленного потока, мы получаем ограничения на нарушение Лоренц–инвариантности на уровне 95% доверительного интервала.

Также в работе рассматривается модель с квартичным по импульсу нарушением Лоренц–инвариантности, в рамках которой также даётся ограничение на параметр нарушения Лоренц–инвариантности, однако такое ограничение уже строится на так называемой мюонной аномалии в наблюдении широких атмосферных ливней [8] с энергией первичной частицы больше, чем 100 ТэВ: наблюдаемое число мюонов намного выше, чем предсказывается в рамках теории и моделирования. Ограничение на основе этой нерешённой проблемы физики космических лучей будет строиться на вычислении количества электронов долетевших до поверхности Земли.

Структура работы следующая. В главе I рассматривается общий для всей работы процесс Бете–Гайтлера; в главе II рассматривается модель с кубическим нарушением Лоренц–инвариантности, выводится и обсуждается полученное дисперсионное соотношение; в главе III рассматривается модель с квартичным нарушением по импульсу нарушением Лоренц–инвариантности; в главе IV рассматриваются общие для всех эффективных теорий поля с нарушенной Лоренц–инвариантностью астрофизические эффекты, которые могут быть использованы для ограничения параметров таких теорий; в главе V предлагается метод альтернативного ограничения на параметр массы нарушения Лоренц–инвариантности, исходя из наблюдения мюонной аномалии на современных детекторах, регистрирующих широкие атмосферные ливни; в главах V.1 и далее формулируются основные выводы и анализируются результаты.

# I ПРОЦЕСС БЕТЕ-ГАЙТЛЕРА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

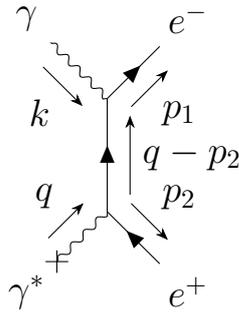
Рассмотрим процесс Бете–Гайтлера, процесс рождения электрон-позитронной пары внешним фотоном в поле виртуального фотона. В рамках квантовой электродинамики, описывающейся лагранжианом

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m_e)\psi, \quad (\text{I.1})$$

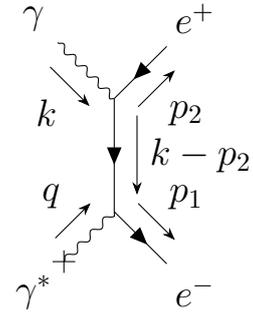
соответствующие матричные элементы в древесном приближении I.1 записываются как

$$i\mathcal{M}_a = u(p_1)(-ie\not{k})\frac{i(\not{q} - \not{p}_2 + m_e)}{(q - p_2)^2 - m_e^2}(-ie\not{q})v(p_2), \quad (\text{I.2})$$

$$i\mathcal{M}_b = u(p_1)(-ie\not{q})\frac{i(\not{k} - \not{p}_2 + m_e)}{(k - p_2)^2 - m_e^2}(-ie\not{k})v(p_2). \quad (\text{I.3})$$



(a) Диаграмма a.



(b) Диаграмма b.

Рисунок I.1 – Две диаграммы, вносящие вклад в процесс Бете–Гайтлера рождения электрон–позитронной пары.

Данный процесс был впервые рассмотрен в работе [9]. Процесс Бете–Гайтлера интересен с точки зрения описания рождения электрон–позитронной пары в кулоновском поле ядра ( $Z\gamma\gamma^* \rightarrow Ze^+e^-$ ), поэтому в древесном приближении сечение процесса описывается как

$$\sigma_{\text{BH}} = \frac{28Z^2\alpha^3}{9m_e^2} \left( \log \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{42} \right) \quad (\text{I.4})$$

с учётом эффекта экранировки электронами ядра атома, который справедлив для ядер с зарядом  $Z \gg 1$  [10].

## II КУБИЧЕСКОЕ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕ ЛОРЕНЦ–ИНВАРИАНТНОСТИ. МОДЕЛЬ МАЙЕРСА–ПОСПЕЛОВА

В случае же рассмотрения модели с кубическим нарушением Лоренц–инвариантности для фотона, описывающейся лагранжианом, предложенный в [6],

$$\mathcal{L}^{(LV=3)} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \Delta\mathcal{L}_\gamma^{(LV=3)}, \quad (\text{II.1})$$

где слагаемое

$$\Delta\mathcal{L}_\gamma^{(LV=3)} = \frac{\xi}{M_{\text{Pl}}} n^\mu F_{\mu\nu} n \cdot \partial \left( n_\sigma \tilde{F}^{\sigma\nu} \right) \quad (\text{II.2})$$

отвечает за нарушение Лоренц–инвариантности,  $M_{\text{Pl}}$  — масса Планка. Заметим оператор размерности 5 (II.2) является СРТ–нечётным и чётным относительно зарядового сопряжения.

Уравнение движения в теории (II.1) для векторного поля  $A_\mu$  есть

$$\square A^\tau = \frac{\xi}{M_{\text{Pl}}} n_\sigma \varepsilon^{\sigma\tau\rho\nu} (n \cdot \partial)^2 F_{\rho\nu}, \quad (\text{II.3})$$

приводящее к нестандартному дисперсионному соотношению:

$$E^2 = k^2 \pm \frac{2\xi}{M_{\text{Pl}}} k^3 \equiv k^2 \pm \frac{k^3}{E_{\text{LV},1}}, \quad (\text{II.4})$$

где разные знаки « $\pm$ » соответствуют двум разным поляризациям фотонов и где также введено следующее обозначение:

$$E_{\text{LV},1} \equiv M_{\text{Pl}}/2\xi, \quad (\text{II.5})$$

которое будем называть массой нарушения Лоренц–инвариантности<sup>2</sup>.

Знак « $+$ » соответствует так называемой «сверхсветовой» поляризации, а знак « $-$ » соответствует так называемой «подсветовой» поляризации фотона. Выбор знака для дисперсионного соотношения существенно влияет на физику процессов: на подавления и на усиление отдельных процессов, рассматриваемых в данной работе.

---

<sup>2</sup>Данная терминология будет применяться и к теории с квартичным нарушением Лоренц–инвариантности

Опуская громоздкие вычисления сечения рассеяния процесса Бете–Гайтлера, выпишем отношению сечение процесса в случае нарушения Лоренц–инвариантности к сечению в теории Майерса–Поспелова II.1:

$$\frac{\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=3)}}{\sigma_{\text{BH}}} \simeq 1.7 \cdot \frac{m_e^2 E_{\text{LV},1}}{E_\gamma^3} \log \frac{E_\gamma^3}{2m_e^2 E_{\text{LV},1}}. \quad (\text{II.6})$$

В пределе высоких энергий это отношение ведёт себя как

$$\frac{\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=3)}}{\sigma_{\text{BH}}} \sim E_\gamma^{-3} \log E_\gamma^{-3}, \quad (\text{II.7})$$

что существенно меняет феноменологию в пределе высоких энергий.

Отметим, что это неполное расширение квантовой электродинамики I.1 до все возможных операторов размерности 5, так как проигнорирован фермионный сектор, который может быть также записан в виде

$$\Delta \mathcal{L}_f^{(\text{LV}=3)} = \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \psi (\eta_1 \not{n} + \eta_2 \not{n} \gamma_5) (n \cdot \partial)^2 \psi, \quad (\text{II.8})$$

однако в данной работе этот оператор рассмотрен не будет<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup>Причина заключается в том, что данный вклад не будет давать существенного эффекта с точки зрения феноменологии рассматриваемого процесса Бете–Гайтлера в контексте широких атмосферных ливней.

### III МОДЕЛЬ С КВАРТИЧНЫМ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕМ ЛОРЕНЦ–ИНВАРИАНТНОСТИ

Рассмотрим теперь теорию с квартичным по импульсу нарушением Лоренц–инвариантности, предложенной в работе [11], со следующим лагранжианом:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \Delta\mathcal{L}^{(\text{LV}=4)}, \quad (\text{III.1})$$

где

$$\Delta\mathcal{L}^{(\text{LV}=4)} = i\kappa\bar{\psi}\gamma^i D_i\psi + \frac{ig}{M_{\text{Pl}}^2} D_j\bar{\psi}\gamma^i D_i D_j\psi + \frac{\xi}{4M_{\text{Pl}}^2} F_{kj}\partial_i^2 F^{kj}. \quad (\text{III.2})$$

— добавочное слагаемое, приводящее к изменённым дисперсионным соотношениям (заметим, что второе и третье слагаемое являются операторами размерности б). Параметры  $\kappa$ ,  $g$ ,  $\xi$  (их размерности  $[\kappa] = [g] = [\xi] = [m]^0$ ) в (III.2), очевидно, не являются независимыми, а могут быть выражены посредством переопределению параметра массы нарушения Лоренц–инвариантности.

Итак, уравнения движения теории (III.1) дают следующие дисперсионные соотношения для фотона и электрона соответственно:

$$E_\gamma^2 = k^2 + \frac{\xi k^4}{M_{\text{Pl}}^2} \equiv k^2 + \frac{k^4}{E_{\text{LV},2}^2}, \quad (\text{III.3})$$

$$E_f^2 = m^2 + p^2 \left( 1 + \kappa + \frac{gp^2}{M_{\text{Pl}}^2} \right)^2 \approx m^2 + p^2(1 + 2\kappa) + \frac{2gp^4}{M_{\text{Pl}}^2}, \quad (\text{III.4})$$

где введена параметр массы нарушения Лоренц–инвариантности:

$$E_{\text{LV},2} \equiv \frac{M_{\text{Pl}}}{\sqrt{\xi}}. \quad (\text{III.5})$$

Также как и в случае кубического нарушения Лоренц–инвариантности в модели Майерса–Поспелова может быть найдено сечение процесса Бете–Гайтлера, которое удобно представить также в качестве отношения:

$$\frac{\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=4)}}{\sigma_{\text{BH}}} \simeq \frac{12m_e^2 E_{\text{LV},2}^2}{7E_\gamma^4} \log \frac{E_\gamma^4}{2m_e^2 E_{\text{LV},2}^2}. \quad (\text{III.6})$$

Заметим, что в этой теории также существует существенное подавление сечения в пределе высоких энергий:

$$\frac{\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=4)}}{\sigma_{\text{BH}}} \sim E_\gamma^{-4} \log E_\gamma^4. \quad (\text{III.7})$$

## IV АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТРЫ ЛОРЕНЦ–НАРУШЕНИЯ В МОДЕЛИ МАЙЕРСА–ПОСПЕЛОВА

Рассмотрим модель Майерса–Поспелова с кубическим по импульсу нарушением Лоренц–инвариантности. Существует ряд ограничений на параметр массы нарушения Лоренц–инвариантности  $E_{LV,1}$  из наблюдений.

### IV.1 Задержка во времени

Из-за зависимости скорости фотонов от энергии, фотоны, летящих от космологически удаленных астрофизических источников, будут испытывать дополнительную дисперсию. Отсутствие таких явлений накладывает ограничения на  $E_{LV,1}$ . Соответствующее ограничение получено из наблюдений гамма-вспышки GRB090510, равное  $E_{LV,1} > 9.3 \times 10^{10}$  ГэВ [12].

### IV.2 Вакуумное двойное лучепреломление

Это явление проявляется в виде вращения плоскости поляризации пучка фотонов. Даже незначительное вращение, накопленное на больших космологических расстояниях, может быть потенциально обнаружено (см. раздел 5.2.1 в [1] для подробностей). Наиболее строгое ограничение на масштаб массы при нарушении Лоренц-инвариантности было получено из наблюдений поляризованного GRB061122 [13],  $E_{LV,1} \sim \mathcal{O}(10^{34}$  ГэВ).

Это ограничение значительно превышает планковский масштаб<sup>4</sup> и может исключить модели квантовой гравитации, основанные на данном предположении. Тем не менее, независимое рассмотрение кубического по импульсу нарушения Лоренц-инвариантности в пороговых процессах также может быть интересным. Любые противоречия, если они возникнут, могут привести к отказу от подхода эффективной теории поля.

---

<sup>4</sup>То есть  $E_{LV,1} \gg M_{Pl}$ .

### IV.3 Модификация пертурбативных процессов

Сечения нескольких возмущенных процессов с участием фотонов в модели Майерса–Поспелова изменяются по сравнению со стандартным случаем. Более того, сверхсветовые и подсветовые фотоны могут приводить к разным результатам. Сверхсветовые фотоны имеют избыток энергии по сравнению с импульсом и могут высвободить её в любом разрешенном процессе распада. Подсветовые фотоны, наоборот, испытывают недостаток энергии, и все каналы взаимодействия подсветовых фотонов подавляются.

### IV.4 Распад фотона

Самый простой пертурбативный процесс — это распад фотона. Поляризация сверхсветового фотона приводит к его распаду на электрон–позитронную пару при энергии фотона, превышающей пороговое значение

$$E_{\gamma}^{(\text{threshold})} = \sqrt[3]{4m_e^2 E_{\text{LV},1}}. \quad (\text{IV.1})$$

Как только распад становится кинематически возможным, он происходит почти мгновенно. Следовательно, обнаружение даже одного сверхсветового фотона с энергией  $E_{\gamma}$  устанавливает ограничение:

$$E_{\text{LV},1} > \frac{E_{\gamma}^3}{4m_e^2}. \quad (\text{IV.2})$$

Соответствующие ограничения для сверхсветовых фотонов хорошо изучены в литературе [14, 15, 16, 17]. Другой возможный канал распада для сверхсветовой поляризации — это расщепление фотона [18, 19].

Рассмотрим, что означает ограничение на сверхсветовые (или подсветовые) фотоны в контексте модели Майерса–Поспелова. На высоких энергиях фотона его поляризацию сложно измерить в процессе обнаружения. Таким образом, если мы обнаруживаем фотон определенной энергии, нельзя сразу же записать ограничение (IV.2), а сначала необходимо изучить результаты, если это был фотон с подсветовой поляризацией или нет. Два процесса, модификации которых

важны в случае дисперсионного соотношения подсветового фотона, — это процесс рождения пары высокоэнергетическим фотоном в кулоновском поле (процесс Бете-Гейтлера I.1) и процесс рождения пары на мягких фотонах фонового излучения.

#### IV.5 Рождение электрон–позитронной пары на атоме и широкие атмосферные ливни

Первый процесс, подавляемый для подсветовых фотонов, это процесс Бете-Гейтлера — распад фотона на электрон-позитронную пару в кулоновском поле ядер. Этот процесс ответственен за первичное взаимодействие астрофизических фотонов в атмосфере. Подавление процесса Бете-Гейтлера в сценарии с подсветовым Лоренц–нарушением впервые было оценено в [7]. Следовательно, в таких сценариях атмосферные ливни, инициированные фотонами, проникали бы глубже в атмосферу по сравнению с обычным сценарием. Эти исключительно глубокие ливни могут оставаться незамеченными во время экспериментов. Следовательно, прогноз для сценария с подсветовым фотоном напоминает тот, что и для случая сверхсветового фотона: оба приводят к подавлению потока фотонов, особенно для фотонов самых высоких энергий. Таким образом, в сценарии с подсветовым фотоном атмосферные ливни, вызванные фотонами, начнутся на больших глубинах атмосферы по сравнению с обычным случаем.

В случае, если начальная глубина взаимодействия фотона, обозначаемая как  $X_0$ , в атмосфере превышает общую глубину атмосферы, обозначаемую как  $X_{\text{atm}}$ , развитие ливня будет затруднено, что приведет к незарегистрированному событию.

Вероятность того, что фотон произведет  $e^+e^-$ -пару в атмосфере, составляет:

$$P = \int_0^{X_{\text{atm}}} dX_0 \frac{e^{-X_0/\langle X_0 \rangle_{\text{LV}}}}{\langle X_0 \rangle_{\text{LV}}} = 1 - e^{-X_{\text{atm}}/\langle X_0 \rangle_{\text{LV}}}, \quad (\text{IV.3})$$

где средняя глубина взаимодействия  $\langle X_0 \rangle_{\text{LV}}$  в случае нарушения Лоренц–инвариантности может быть выражена через среднюю глубину  $\langle X_0 \rangle = 57 \text{ г/см}^2$  для

Лоренц–инвариантного ливня и отношение сечений  $\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=3)}$  и  $\sigma_{\text{BH}}$  (см. (II.6)) следующим образом:

$$\langle X_0 \rangle_{\text{LV}} = \frac{\sigma_{\text{BH}}}{\sigma_{\text{BH}}^{(\text{LV}=3)}} \langle X_0 \rangle. \quad (\text{IV.4})$$

Как было отмечено выше, сечение в модели Майерса–Поспелова спадает как фактор  $E_\gamma^{-3} \log E_\gamma^3$  (см. (II.7)). Таким образом, вероятность того, что фотон произведёт пару в атмосфере, может быть записана как

$$P(E_\gamma, E_{\text{LV},1}) \simeq 1 - \exp\left(-1.7 \cdot \frac{X_{\text{atm}}}{57 \text{ г/см}^2} \cdot \frac{m_e^2 E_{\text{LV},1}}{E_\gamma^3} \log \frac{E_\gamma^3}{2m_e^2 E_{\text{LV},1}}\right). \quad (\text{IV.5})$$

Таким образом, наблюдаемый поток на Земле фотонов есть

$$\left(\frac{d\Phi}{dE}\right)_{\text{LV}} = P(E_\gamma, E_{\text{LV},1}) \times \frac{d\Phi}{dE} \Big|_{\text{source}}. \quad (\text{IV.6})$$

Гипотеза относительно конкретного значения  $P(E_\gamma, E_{\text{LV},1})$  может быть проверена на экспериментальных данных. Важно отметить, что для проведения этих испытаний необходимо выбрать модель, описывающую поток фотонов из источника. Чтобы получить наиболее достоверные ограничения на параметр массы нарушения Лоренц–инвариантности  $E_{\text{LV},1}$ , при рассмотрении нескольких моделей источников, мы выбираем модель, которая предсказывает наибольший поток фотонов.

#### IV.6 Рождение электрон–позитронной пары на внегалактическом фоновом свете и на реликтовом излучении

Высокоэнергетические фотоны, распространяясь от астрофизических источников, перемещаются в мягких фотонных фонах, при этом подвергаются процессу рождения пар  $\gamma\gamma_b \rightarrow e^+e^-$ , что приводит к ослаблению потока фотонов  $e^{-\tau}$ . Этот процесс происходит, если энергия фотона превышает пороговую [20],

$$E^{(\text{threshold})} = \frac{m^2}{\omega_b} \mp \frac{1}{4} \frac{k^2}{E_{\text{LV},1}}, \quad (\text{IV.7})$$

где знак «+» соответствует случаю подсветового фотонного, знак «−» — случаю сверхсветового фотона.

Сечение процесса выше порога остаётся относительно нечувствительным к нарушению ЛИ [21]. Значительным последствием этого процесса является снижение потока высокоэнергетических фотонов, обычно в диапазоне энергий  $\sim$ ТэВ, от внегалактических источников, поскольку они взаимодействуют с внегалактическим фоновым светом [22]. В случае подсветового дисперсионного соотношения порог порога образование пар сдвигается к более высоким энергиям фоновых фотонов, что связано с более низкой плотностью внегалактического фона, что приводит к меньшему затуханию во внегалактическом фотонном спектре [23, 24]. Отсутствие этого явления накладывает ограничения на жизнеспособность подсветового дисперсионного соотношения [25]. При рассмотрении галактических гамма-лучей в диапазоне энергий от 1 до 100 ТэВ можно безопасно пренебречь эффектом образования пар из-за относительно коротких расстояний внутри галактики по сравнению со средним свободным пробегом образования пар в присутствии инфракрасного фона.

Обнаружение галактических фотонов с энергиями ниже ПэВ с помощью Tibet-AS $\gamma$  и LHAASO привело к изменениям порога для образования пар, сдвигая его в диапазон энергий космического микроволнового фона. Следует отметить, что плотность космического микроволнового излучения превышает плотность внегалактического фонового света более чем на два порядка величины. Это означает, что средний свободный пробег для фотона с энергией примерно  $\sim$  ПэВ, участвующего в образовании пар под действием космического микроволнового излучения, составляет около  $\sim$  10 кпк, длины, сравнимой с галактическими масштабами [26, 27].

Затухание потока галактических гамма-лучей можно выразить через коэффициент затухания, обозначенный как  $P_{\text{CMB}}$ , заданный экспоненциальной функцией:

$$P_{\text{CMB}}(L_{\text{source}}, E_{\gamma}, E_{\text{LV}}) = \exp\left(-\frac{L_{\text{source}}}{L_{\text{MFP}}(E_{\gamma}, E_{\text{LV}})}\right), \quad (\text{IV.8})$$

где  $L_{\text{MFP}}$  есть длина свободного пробега фотона. В сценарии подсветового нарушения Лоренц–инвариантности порог для образования пар поднимается выше энергии, соответствующей пику спектра космического микроволнового излучения, что вызывает исчезновение эффекта затухания. Следовательно, в рамках подсветового нарушения Лоренц–инвариантности модификация образования пар приводит к увеличению наблюдаемого потока гамма–лучей, в то время как эффект подавления ливней приводит к уменьшению.

Тем не менее, стоит отметить, что для спектров, наблюдаемых в работах [28, 29], коэффициент  $P_{\text{СМВ}}$  не может упасть ниже 0.5. Поэтому, хотя влияние модифицированного образования пар на космическом микроволновом излучении является вторичным по сравнению с эффектом подавления ливней, его определённо следует учитывать:

$$\left(\frac{d\Phi}{dE}\right)_{\text{LV},1} = \frac{P(E_\gamma, E_{\text{LV},1})}{P_{\text{СМВ}}(L_{\text{source}}, E_\gamma, E_{\text{LV}})} \times \left.\frac{d\Phi}{dE}\right|_{\text{source}}. \quad (\text{IV.9})$$

Эта «мастер–формула» предназначена для проверки гипотезы об определенном  $E_{\text{LV},1}$ .

#### IV.7 Наблюдательные ограничения на основе данных обсерватории LHAASO

Установка LHAASO, расположенная на высоте 4410 метров над уровнем моря (Китай) начала свою первую стадию работы в 2019 году. Эта обсерватория обладает чувствительностью к гамма–лучам в диапазоне от ТэВ до ПэВ и космическим лучам в диапазоне от ТэВ до  $10^3$  ПэВ. Недавно LHAASO сообщил о спектре 12 источников в нашей галактике с энергией до 1.4 ПэВ [28], а затем об источнике в Крабовидной туманности, основываясь на наблюдении самых высокоэнергетических фотонов, когда–либо обнаруженных, до 1.4 ПэВ [28, 30, 31, 32]. В частности, в актуальной работе рассматриваются 3 гамма–источника с энергией, предоставленные LHAASO, в частности, J2226+6057 и J1908+0621 [28], а также источник в Крабовидной туманности [33], для ограничения  $E_{\text{LV},1}$  при наблюдении широких атмосферных ливней.

Критерий выбора интервалов в случае событий J2226+6057, J1908+0621 и

Крбовидной туманности следующий. С одной стороны, мы рассматриваем только те энергетические интервалы, которые имеют значимость больше  $2\sigma$ . Поэтому мы пропускаем последний интервал для J1908+0621 и два последних интервала для J2226+6057. С другой стороны, мы не используем энергетические интервалы в случаях, когда вариация между сценариями с сохранением Лоренц-инвариантности и её нарушением незначительна.

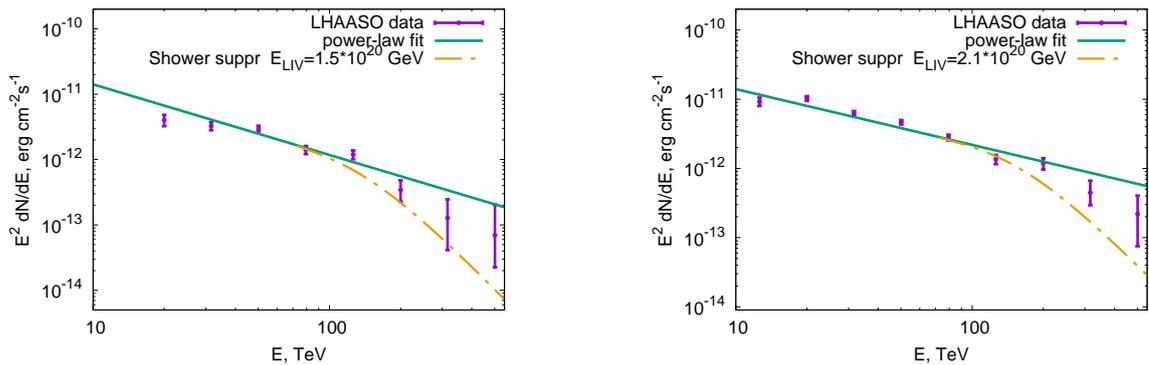


Рисунок IV.1 – Спектры галактических источников, измеренных LHAASO (точки на графиках). На графиках изображены: степенная аппроксимация для спектров (зеленая сплошная кривая), предсказанный поток в случае подсветового ЛН (желтая штрих-пунктирная кривая). Левая панель: J2226+6057, правая панель: J1908+0621

На рис. IV.1 иллюстрируются дифференциальные энергетические спектры, соответствующие источникам J2226+6057 и J1908+0621. Данные точки были получены экспериментально [28], и графическое представление включает оптимальную степенную аппроксимацию наряду с предсказанным потоком при предположении подсветового Лоренц-нарушенного случая. Следуя разработанному алгоритму, мы проводим  $\chi^2$ -тест и ограничиваем энергетических масштаб  $E_{LV,1}$  с 95% доверительным интервалом. Результаты анализа представлены в таблице 1.

Самое простое ограничение для сверхсветовой поляризации было получено из распада фотона. Подставляя максимальную энергию 1.4ПэВ, зарегистрированную обсерваторией LHAASO, в уравнение IV.2, получаем:

Источник	$L$ , кпк	Ограничение на $E_{LV,1}$ , $10^{20}$ ГэВ
Крабовидная туманность	2	0.5
J2226+6057	0.8	1.5
J1908+0621	2.37	2.1

Таблица 1 – Ограничения на масштаб ЛН на уровне доверия 95% от 3 источников с энергией ниже ПэВ, обнаруженных LHAASO.

$$E_{LV,1} > 2.6 \times 10^{24} \text{ ГэВ.} \quad (\text{IV.10})$$

Объединенное ограничение на  $E_{LV,1}$  от сверхсветовой и подсветовой поляризации следующее. Предполагая сверхсветовое распространение для обнаруженных высокоэнергетических фотонов, мы получаем ограничение (IV.10). Предполагая подсветовое распространение, мы должны взять лучшее ограничение из таблицы 1,  $E_{LV,1} > 2.1 \times 10^{20}$  ГэВ. Не зная реальной начальной поляризации, мы должны взять худшее ограничение из двух вышеупомянутых, поэтому мы получаем значение

$$E_{LV} > 2.1 \times 10^{20} \text{ ГэВ.} \quad (\text{IV.11})$$

для ограничения.

## V МЮОННАЯ ПРОБЛЕМА И ПОСТАНОВКА ОГРАНИЧЕНИЙ НА МОДЕЛЬ С КВАРТИЧНЫМ ПО ИМПУЛЬСУ НАРУШЕНИЕМ ЛОРЕНЦ–ИНВАРИАНТНОСТИ

Эксперименты, такие как Telescope Array, Pierre Auger Observatory и многие другие, детектирующие частицы в результате развития широкого атмосферного ливня, показывают, что существует противоречие между моделированием числа мюонов методом Монте–Карло развития широких атмосферных ливней и реальными экспериментальными данными. В нашем подходе, который основывается на изменении кинематики процесса из-за нарушения Лоренц–инвариантности, как было описано в главе III, несоответствие теории и эксперимента можно интерпретировать следующим образом.

- Первичная частица, инициирующая широкий атмосферный ливень, попадая в атмосферу, порождает каскад вторичных частиц, таких как  $\pi^\pm$ ,  $\pi^0$ . Теперь вторичные частицы становятся причиной рождения следующего поколения частиц. Таким образом развивается атмосферный ливень, при этом детекторы наземного базирования регистрируют уже частицы последнего поколения. Порождённые пионы распадаются уже по следующим модам:  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ,  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ ,  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ .
- Заметим, что в ходе распада рождаются фотоны, которые обладают энергией порядка  $\sim 10^{17}$  эВ (если начальная энергии частицы  $\sim 10^{19}$  эВ), при этом, что существенно, такие фотоны крайне чувствительные к параметру массы нарушения Лоренц–инвариантности,  $E_{LV,2}$ , которое характеризуется подавленным сечением на высоких энергиях,  $\sigma_{\text{ВН}}^{(LV=4)} < \sigma_{\text{ВН}}$ , следовательно длина свободного пробега фотона увеличивается,  $\lambda^{(LV=4)} > \lambda$ , что приводит к уменьшению атмосферного ливня в плоскости, перпендикулярной начального направления распространения первичной частицы.
- Главный эффект в модификации сечения процесса Бете–Гайтлера, который проявляется при взаимодействии порождённых фотонов высокой энер-

гии, состоит в меньшей эффективности рождения электронов. Заметим, что в такой схеме число мюонов остаётся прежним, если не пытаться менять модели адронных взаимодействий<sup>5</sup>.

## V.1 Постановка ограничений

Анализ сравнения экспериментальных данных с моделированиями широких атмосферных ливней методом Монте–Карло удобно производить с помощью следующей величины:

$$z = \frac{\ln \langle N_{\mu}^{\text{det}} \rangle - \ln \langle N_{\mu,p}^{\text{det}} \rangle}{\ln \langle N_{\mu,\text{Fe}}^{\text{det}} \rangle - \ln \langle N_{\mu,p}^{\text{det}} \rangle}, \quad (\text{V.1})$$

где  $\langle N_{\mu}^{\text{det}} \rangle$  — среднее значение задетектированных мюонов,  $\langle N_{\mu,p}^{\text{det}} \rangle$  и  $\langle N_{\mu,\text{Fe}}^{\text{det}} \rangle$  — среднее значение мюонов для протонных и железных космических ядер космических лучей соответственно. Параметр (V.1) определён таким образом, что для широких атмосферных ливней, инициированных протоном, равен  $z = 0$ , а для широкого атмосферного ливня, инициированного железным ядром, —  $z = 0$ . Монте–Карло вычисления, основанные на ныне существующих данных об адронных взаимодействиях, предсказывают значение параметра (V.1) в диапазоне  $z \in [0, 1]$ .

Современный статус мюонной проблемы и данные по широким атмосферным ливням для частиц с энергиями  $E > 10^{14}$  эВ представлены в работе [34].

В рамках механизма, модифицирующего поведение широких атмосферных ливней, проблему мюонной аномалии можно переформулировать как проблему чрезмерного рождения электронов в широких атмосферных ливнях. Несогласие численного моделирования методами Монте–Карло с экспериментальными данными на языке параметра (V.1) состоит в рождении избыточного числа электронов (на  $\sim 50\%$  больше, чем наблюдается [34]). Таким образом, для оценки параметра  $E_{LV,2}$  можно использовать величину

$$R = \frac{N_e}{N_{\mu}} \Big|_{\text{surface}}, \quad (\text{V.2})$$

<sup>5</sup>Является наиболее распространённым взглядом на решение мюонной аномалии.

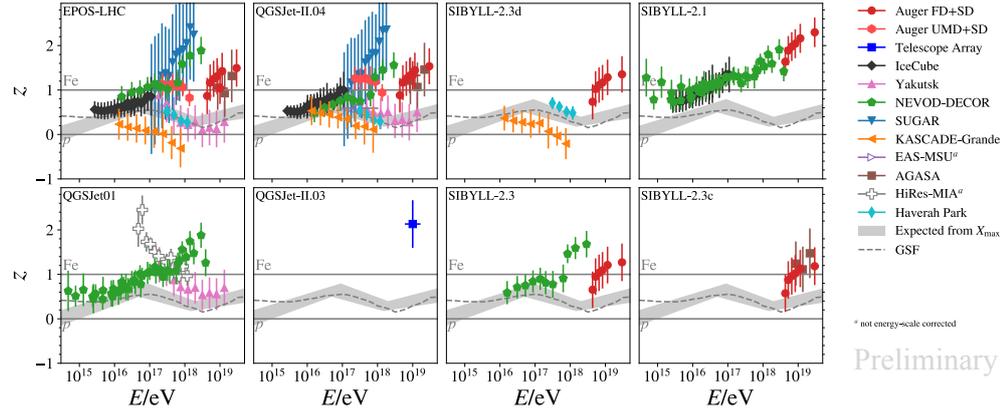


Рисунок V.1 – Экспериментально восстановленные значения параметра (V.1) в разных наземных экспериментах. Серой сплошной областью показано ожидаемое значение параметра V.1 в разных адронных моделях (EPOS–LHC, SIBYLL–2.1, SIBYLL–2.3, SIBYLL–2.3c, SIBYLL–2.3d, QGSJet–II.03, QGSJet–II.04). Графики взяты из работы [34].

которая будет использоваться для нахождения параметра  $E_{LV,2}$  следующим образом:

$$R^{(LV=4)} \simeq \frac{R}{1.5}, \quad (V.3)$$

где  $R^{(LV=4)}$  — величина моделирования широкого атмосферного ливня в модели квартичной по импульсу нарушенной Лоренц–инвариантности,  $R$  — величина в стандартном Лоренц–инвариантном случае. Преимуществом такого метода позволяет оценить параметр нарушения Лоренц–инвариантности  $E_{LV,2}$  без знания величины числа мюонов, пойманных детектором. Такое приближение действительно справедливо, так как число остаётся прежним с точностью до флуктуаций в моделировании.

Для моделирования широких атмосферных ливней была использована программа CORSIKA [35]. Для оценки был задач протонный космический луч с энергией  $E_0 = 10^{19}$  эВ, влетающий в атмосферу Земли под сферическими углами  $\theta = \varphi = 0$ .

Исходя из графика V.2 видно, что интересующая нас область находится в диапазоне от  $(10^{17}$  ГэВ,  $10^{18}$  ГэВ. Для этого было проведено более детальная симуляция, результаты которой представлены на графике V.3

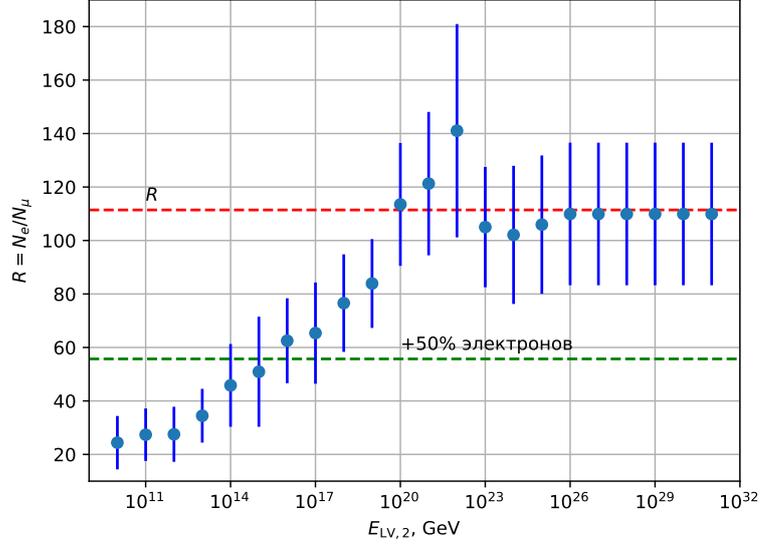


Рисунок V.2 – График зависимости параметра  $R$  от массы Лоренц–нарушения  $E_{LV,2}$ . Красной пунктирной линией показано значение  $R$  в случае отсутствия Лоренц–нарушения (эквивалентно  $E_{LV,2} \rightarrow \infty$ ), зелёной пунктирной линией показано значение  $R$ , которое наблюдается на эксперименте. Каждая синяя точка — среднее значение  $R$  при усреднении симуляции 40 ливней.

Ограничение на массу нарушения Лоренц–инвариантности, исходя из V.3 составляет

$$E_{LV,2} \gtrsim 2 \times 10^{17} \text{ ГэВ}. \quad (\text{V.4})$$

Отметим, что существующие ограничения намного слабее ограничений, следующих из астрофизических наблюдений [5], которые будут изложены ниже.

1. Распад фотона на электрон–позитронную пару:  $E_{LV,2} > 2.8 \times 10^{12}$  ГэВ (для сверхсветовой поляризации).
2. Модификация процесса рождения пар на фоне фотонов:  $E_{LV,2} \gtrsim 3 \times 10^{11}$  ГэВ.
3. Временная задержка прилёта фотона от далёких источников:  $E_{LV,2} > 6.4 \times 10^{10}$  ГэВ (от активных галактических ядер),  $E_{LV,2} > 1.3 \times 10^{11}$  GeV (от гамма–всплесков).

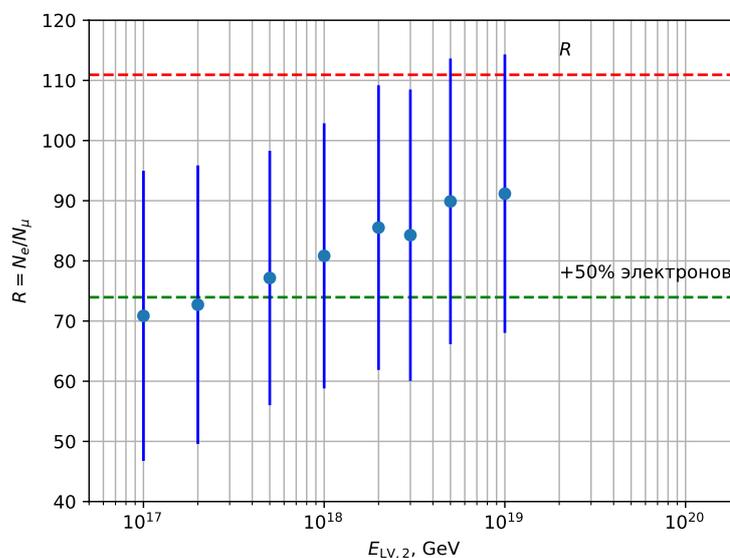


Рисунок V.3 – График зависимости параметра  $R$  от массы Лоренц–нарушения  $E_{LV,2}$ . Красной пунктирной линией показано значение  $R$  в случае отсутствия Лоренц–нарушения (эквивалентно  $E_{LV,2} \rightarrow \infty$ ), зелёной пунктирной линией показано значение  $R$ , которое наблюдается на эксперименте. Каждая синяя точка — среднее значение  $R$  при усреднении симуляции 300 ливней.

## ВЫВОДЫ

В этой работе был изучен эффект подавления образования широких атмосферных ливней для теории Майерса–Поспелова с кубическим дисперсионным соотношением для фотонов. Мы проверили гипотезу о нарушении Лоренц–инвариантности и получили ограничение  $E_{LV,1}$  с помощью спектров фотонов трех источников, наблюдавшихся обсерваторией LHAASO. Учитывая, что эти фотоны не были полностью уничтожены при распаде распространяющегося фотона, и спектры не были существенно истощены из-за подавления в формировании широких атмосферных ливней, мы устанавливаем ограничение на масштаб нарушения ЛИ,

$$E_{LV,1} > 2.1 \times 10^{20} \text{ ГэВ}. \quad (\text{V.5})$$

Полученное ограничение на нарушение Лоренц–инвариантности значительно слабее, чем существующие ограничения на двойное лучепреломление фотонов в модели с кубическим нарушением ЛИ, но является независимым.

Следует отметить, что полученная граница  $E_{LV,1}$  достаточно транспланковская. Хотя сложно представить какую-либо разумную квантовую теорию гравитации на этих энергетических масштабах, транспланковская константа связи все же может появиться из-за точной настройки или слабого взаимодействия между секторами КЭД и гравитацией.

Для модели с квартичным нарушением Лоренц–инвариантности было получено ограничение

$$E_{LV,2} \gtrsim 2 \times 10^{17} \text{ ГэВ}, \quad (\text{V.6})$$

исходя из мюонной аномалии, наблюдающейся в широких атмосферных ливнях. Полученное ограничение на 4 порядка сильнее астрофизических ограничений. Стоит отметить, полученная граница может быть и меньше, так как на данный момент существует ряд различных моделей адронных взаимодействий высоких энергий  $E > 10^{14}$  эВ, однако такое ограничение является независимым от астрофизических ограничений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было исследованы две теории: с кубическим и квартичным нарушением Лоренц-инвариантности. В рамках модели с кубическим нарушением Лоренц-инвариантности получено ограничение на параметр массы нарушения Лоренц-инвариантности, которое не является самым сильным ограничением, исходя из астрофизических наблюдений, но является независимым. В рамках модели с квартичной модели было поставлено альтернативное по отношению к астрофизическим тестам ограничение на параметр массы нарушения Лоренц-инвариантности с помощью Монте-Карло моделирования широких атмосферных ливней.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] A. Addazi *et al.*, “Quantum gravity phenomenology at the dawn of the multi-messenger era—A review,” *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 125, p. 103948, 2022.
- [2] S. Liberati, “Tests of lorentz invariance: a 2013 update,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 30, p. 133001, June 2013.
- [3] D. Mattingly, “Modern tests of lorentz invariance,” *Living Reviews in Relativity*, vol. 8, Sept. 2005.
- [4] D. Colladay and V. A. Kostelecky, “Lorentz violating extension of the standard model,” *Phys. Rev. D*, vol. 58, p. 116002, 1998.
- [5] V. A. Kostelecky and N. Russell, “Data Tables for Lorentz and CPT Violation,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 83, pp. 11–31, 2011.
- [6] R. C. Myers and M. Pospelov, “Ultraviolet modifications of dispersion relations in effective field theory,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 211601, May 2003.
- [7] H. Vankov and T. Stanev, “Lorentz invariance violation and the QED formation length,” *Phys. Lett. B*, vol. 538, pp. 251–256, 2002.
- [8] J. Albrecht, L. Cazon, H. Dembinski, A. Fedynitch, K.-H. Kampert, T. Pierog, W. Rhode, D. Soldin, B. Spaan, R. Ulrich, and M. Unger, “The muon puzzle in cosmic-ray induced air showers and its connection to the large hadron collider,” *Astrophysics and Space Science*, vol. 367, Mar. 2022.
- [9] H. Bethe and W. Heitler, “On the Stopping of fast particles and on the creation of positive electrons,” *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, vol. 146, pp. 83–112, 1934.
- [10] V. Berestetskii, E. Lifshitz, and L. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics: Volume 4*. Course of theoretical physics, Elsevier Science, 1982.
- [11] D. Mattingly, “Have we tested Lorentz invariance enough?,” in *From Quantum to Emergent Gravity: Theory and Phenomenology*, 2 2008.

- [12] V. Vasileiou, A. Jacholkowska, F. Piron, J. Bolmont, C. Couturier, J. Granot, F. W. Stecker, J. Cohen-Tanugi, and F. Longo, “Constraints on lorentz invariance violation fromfermi-large area telescope observations of gamma-ray bursts,” *Physical Review D*, vol. 87, June 2013.
- [13] D. Gotz, S. Covino, A. Fernandez-Soto, P. Laurent, and Z. Bosnjak, “The polarized Gamma-Ray Burst GRB 061122,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 431, p. 3550, 2013.
- [14] S. Coleman and S. L. Glashow, “Cosmic ray and neutrino tests of special relativity,” *Physics Letters B*, vol. 405, p. 249–252, July 1997.
- [15] S. Coleman and S. L. Glashow, “High-energy tests of lorentz invariance,” *Physical Review D*, vol. 59, Apr. 1999.
- [16] T. Jacobson, S. Liberati, and D. Mattingly, “Lorentz violation at high energy: Concepts, phenomena, and astrophysical constraints,” *Annals of Physics*, vol. 321, p. 150–196, Jan. 2006.
- [17] T. Jacobson, S. Liberati, and D. Mattingly, “Threshold effects and planck scale lorentz violation: Combined constraints from high energy astrophysics,” *Physical Review D*, vol. 67, June 2003.
- [18] G. Gelmini, S. Nussinov, and C. E. Yaguna, “On photon splitting in theories with lorentz invariance violation,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2005, p. 012–012, June 2005.
- [19] K. Astapov, D. Kirpichnikov, and P. Satunin, “Photon splitting constraint on lorentz invariance violation from crab nebula spectrum,” *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2019, p. 054–054, Apr. 2019.
- [20] M. Galaverni and G. Sigl, “Lorentz violation for photons and ultrahigh-energy cosmic rays,” *Physical Review Letters*, vol. 100, Jan. 2008.

- [21] G. Rubtsov, P. Satunin, and S. Sibiryakov, “Calculation of cross sections in lorentz-violating theories,” *Physical Review D*, vol. 86, Oct. 2012.
- [22] J. Biteau and D. A. Williams, “The extragalactic background light, the hubble constant, and anomalies: Conclusions from 20 years of tev gamma-ray observations,” *The Astrophysical Journal*, vol. 812, p. 60, Oct. 2015.
- [23] T. Kifune, “Invariance violation extends the cosmic-ray horizon?,” *The Astrophysical Journal*, vol. 518, p. L21–L24, June 1999.
- [24] F. Stecker and S. Glashow, “New tests of lorentz invariance following from observations of the highest energy cosmic  $\gamma$ -rays,” *Astroparticle Physics*, vol. 16, p. 97–99, Oct. 2001.
- [25] R. G. Lang and V. de Souza, “Astroparticle physics tests of lorentz invariance violation,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 866, p. 012008, June 2017.
- [26] R. J. Gould and G. P. Schröder, “Opacity of the universe to high-energy photons,” *Phys. Rev.*, vol. 155, pp. 1408–1411, Mar 1967.
- [27] S. Vernetto and P. Lipari, “Absorption of very high energy gamma rays in the milky way,” *Physical Review D*, vol. 94, Sept. 2016.
- [28] Z. Cao, F. Aharonian, Q. An, Axikegu, L. Bai, Y. Bai, Y. Bao, D. Bastieri, X. Bi, Y. Bi, *et al.*, “Ultrahigh-energy photons up to 1.4 petaelectronvolts from 12  $\gamma$ -ray galactic sources,” *Nature*, vol. 594, no. 7861, pp. 33–36, 2021.
- [29] Amenomori *et al.*, “First detection of photons with energy beyond 100 tev from an astrophysical source,” *Physical Review Letters*, vol. 123, July 2019.
- [30] C. Li and B.-Q. Ma, “Ultrahigh-energy photons from lhaaso as probes of lorentz symmetry violations,” *Physical Review D*, vol. 104, Sept. 2021.

- [31] L. Chen, Z. Xiong, C. Li, S. Chen, and H. He, “Strong constraints on lorentz violation using new  $\gamma$ -ray observations around pev \*,” *Chinese Physics C*, vol. 45, p. 105105, Oct. 2021.
- [32] P. Satunin, “Two-sided constraints on lorentz invariance violation from tibet- $\gamma$  and lhaaso very-high-energy photon observations,” *The European Physical Journal C*, vol. 81, Aug. 2021.
- [33] Z. Cao *et al.*, “Peta–electron volt gamma-ray emission from the crab nebula,” *Science*, vol. 373, p. 425–430, July 2021.
- [34] J. C. Arteaga Velazquez, “A report by the WHISP working group on the combined analysis of muon data at cosmic-ray energies above 1 PeV,” *PoS*, vol. ICRC2023, p. 466, 2023.
- [35] D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, “CORSIKA: A Monte Carlo code to simulate extensive air showers,” 2 1998.