

# Курсовая работа

## Кротовая нора с горизонтом

Выполнил студент:  
Совит К. М.

Научный руководитель:  
кандидат физ.-мат. наук Миронов С. А.

29 мая 2024 г.

# Цель работы

- 1) Изучить движение тел в гравитационном поле кротовых нор с горизонтом
- 2) Рассмотреть примеры кротовых нор с горизонтом
- 3) Изучить возможность существования кротовых нор с горизонтом в различных теориях

В работе рассматривались кротовые норы вида

$$ds^2 = A(r)dt^2 - \frac{1}{B(r)}dr^2 - J^2(r)d\theta^2 - J^2(r)\sin^2\theta d\varphi^2,$$

причем  $r \in (-\infty, +\infty)$ ,

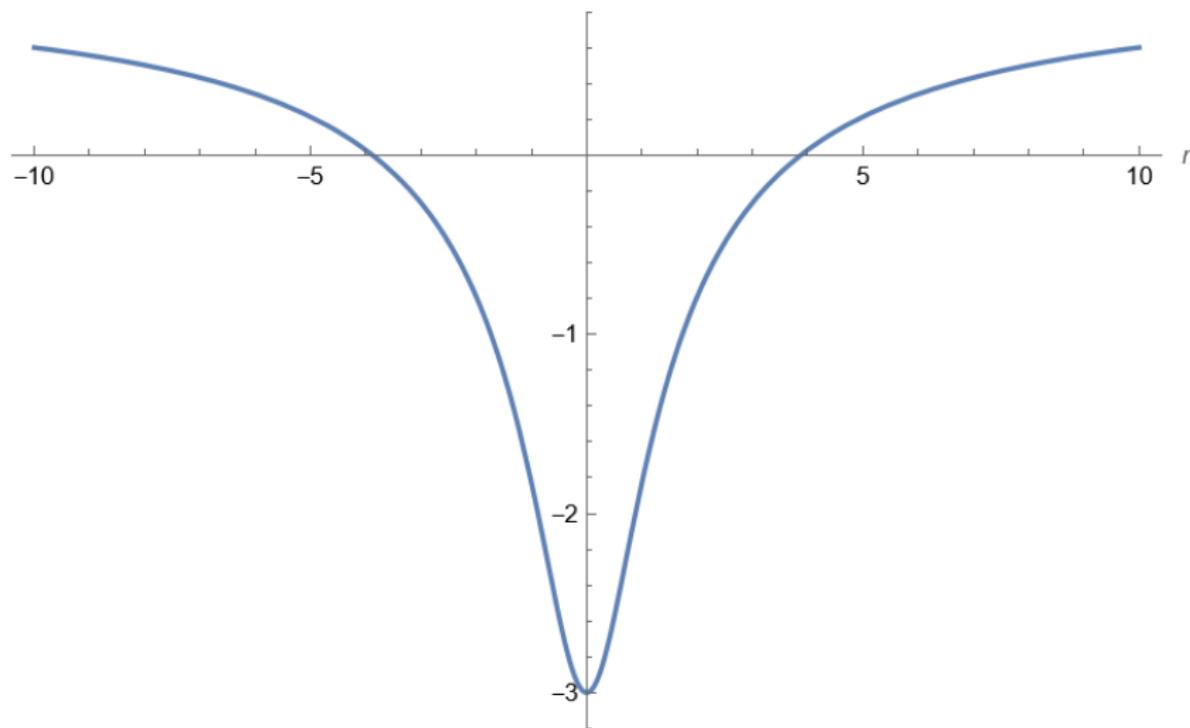
$$A_{\min} < A(r) < A_{\max},$$

$$B_{\min} < B(r) < B_{\max},$$

$$J(r) > 0,$$

и имеется конечный горизонт, т.е. область в которой  $A_{\min} < A(r) < 0$  и  $B_{\min} < B(r) < 0$ .

Рис.: Примерный вид функций  $A(x)$ ,  $B(x)$



Данная система отсчета отображает не полное движение тела, проходящего через горизонт, так как в ней тело никогда не достигнет горизонта. Можно перейти в систему отсчета с новым временем, связанным с телом, проходящим через горизонт:

$$t \rightarrow \tilde{t} = t + a(r)$$

$$a'(r) = (\pm) \sqrt{\frac{1}{A^2(r)} - \frac{1}{A(r)}}$$

Тогда

$$ds^2 = A(r)d\tilde{t}^2 - 2\sqrt{1 - A(r)}d\tilde{t}dr - dr^2 - J^2(r)d\Omega^2.$$

Скорости света в радиальном направлении под горизонтом:

$\left(\frac{dr}{d\tilde{t}}\right)_{1,2} = -\sqrt{1 - A(r)} \pm 1 < 0$ , поэтому все тела будут продолжать двигаться в одну сторону.

При этом у тела нет возможности изменить направление движения под горизонтом даже в присутствии внешней силы, так как

$$\dot{r}^2 = \varepsilon^2(s) - \frac{l^2(s)A(r)}{J^2(r)} - A(r) > 0$$

Таким образом, тело, входящее под горизонт кротовой норы, должно выйти с другой стороны, если горизонт конечен.

## Пример

Рассмотрим симметричную кротовую нору с горизонтом:

$$A(r) = B(r) = 1 - \frac{a^2}{\sqrt{r^2 + r_0^2}}, \quad (1)$$

$$J(r) = \sqrt{r^2 + \tau^2}, \quad (2)$$

где  $a$ ,  $r_0$  и  $\tau$  – параметры,  $r_0 < a$ .

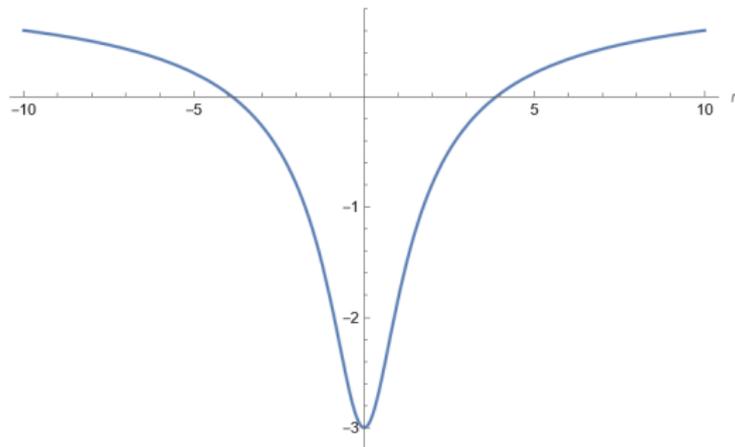


Рис.:  $a = 2$ ,  $r_0 = 1$ , траектория материальной точки с  $\varepsilon = 1$  и  $l = 4$  проходящей через вормхол под горизонтом, расположенным в области  $r \in (-4, 4)$ , синим обозначены положительные значения  $r$ , красным – отрицательные

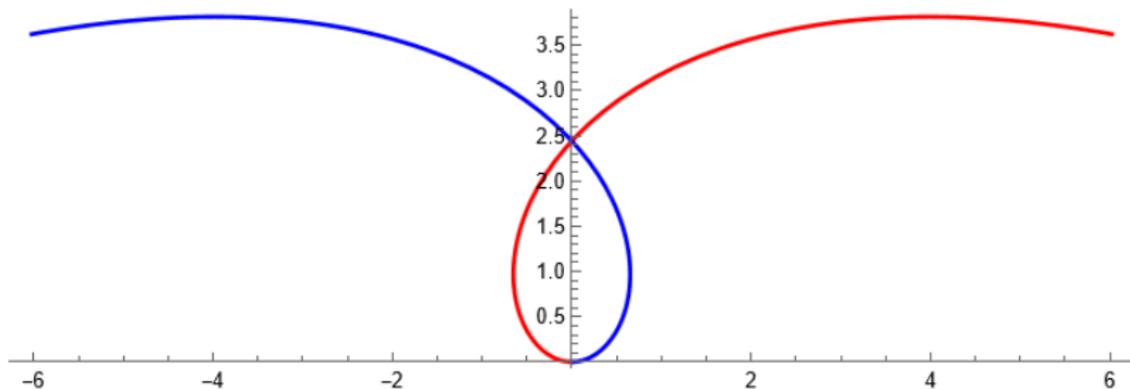


Рис.: Траектория материальной точки,  
 $a = 2$ ,  $r_0 = 1$ ,  $r_{\min} = 12$ ,  $r_{\max} = 15$ ,  $\Delta\varphi = 10\pi$

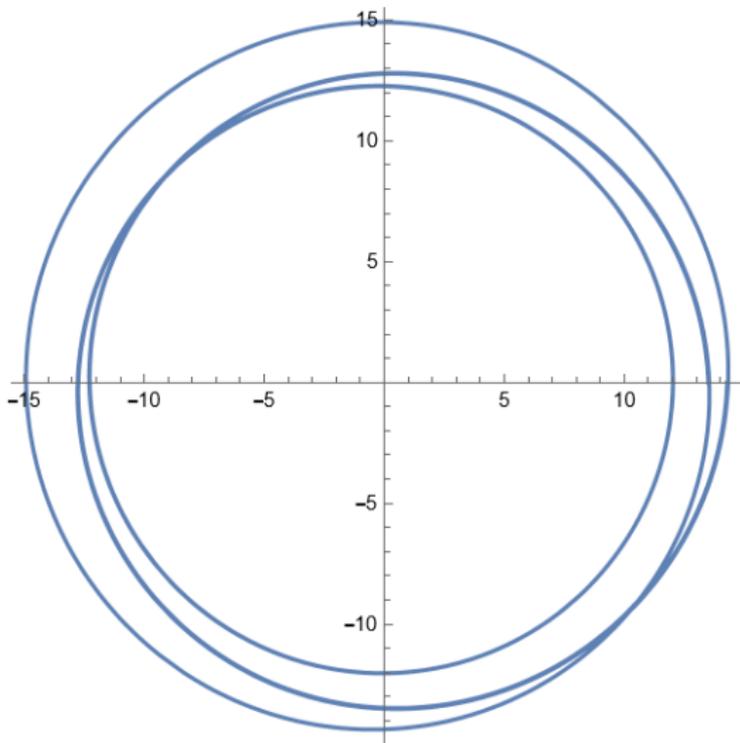
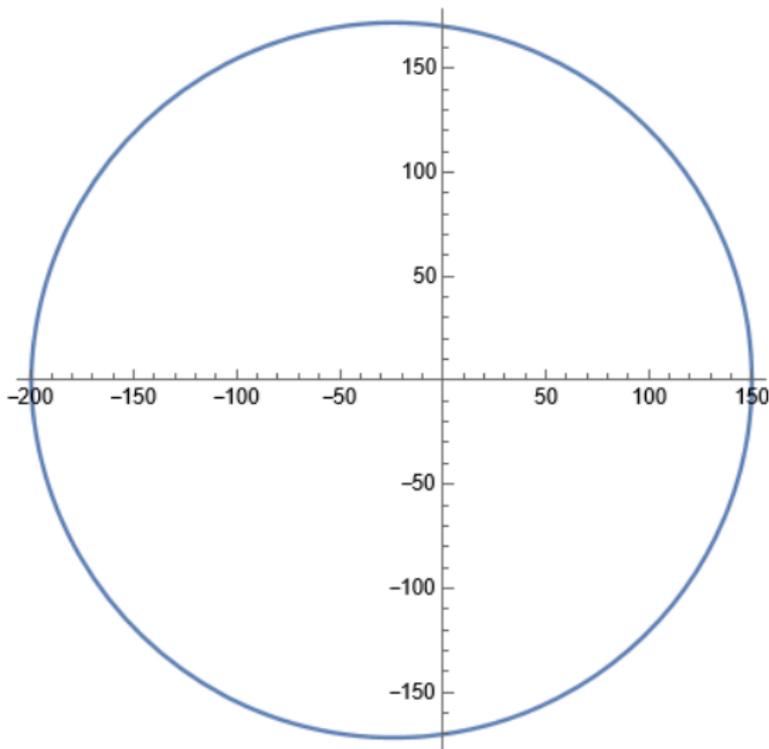
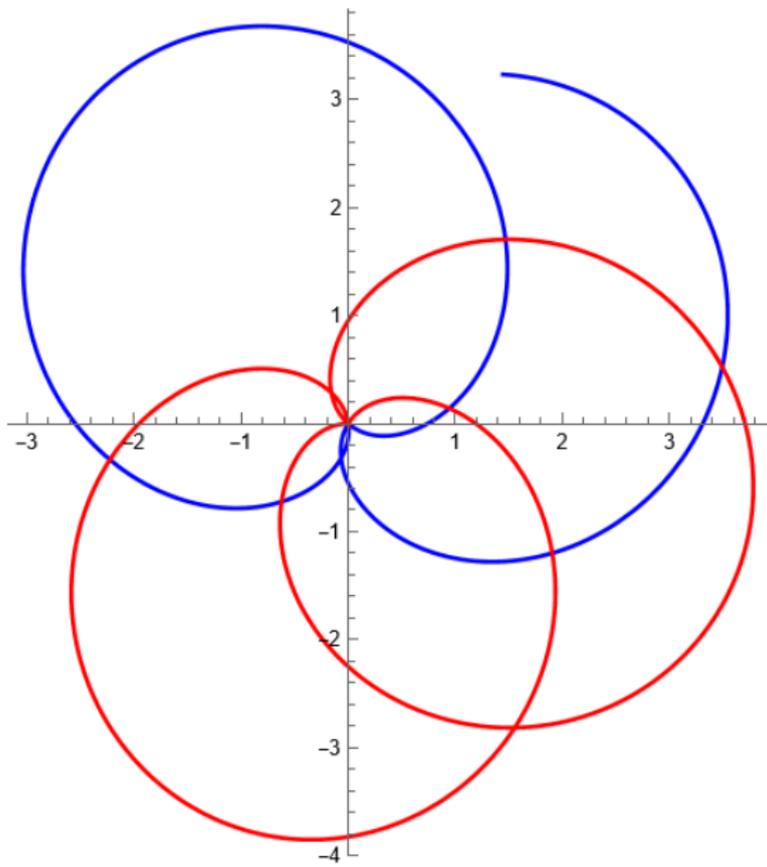


Рис.: Траектория материальной точки на большом расстоянии





# Устойчивость в расширенной теории Хорндески

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \sqrt{-g} (F(\pi, X) - K(\pi, X) \square \pi + G_4(\pi, X) R \\ & + (2G_{4X}(\pi, X) - 2F_4(\pi, X)X) [(\square \pi)^2 - \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu}] \\ & + G_5(\pi, X) G^{\mu\nu} \pi_{;\mu\nu} - \frac{1}{6} G_{5X} [(\square \pi)^3 - 3 \square \pi \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} + 2 \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\rho} \pi^{;\nu}_{;\rho}] \\ & - 2F_4(\pi, X) [\pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu} \square \pi - \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\lambda} \pi^{;\nu\lambda} \pi_{;\nu}]), \end{aligned}$$

Условия устойчивости<sup>1</sup>

$$\mathcal{F} = 2 \left( G_4 + \frac{1}{2} B \pi' X' G_{5X} - X G_{5\pi} \right) > 0,$$

$$\mathcal{H} = 2 \left[ G_4 - 2X G_{4X} + X \left( \frac{B J' \pi'}{J} G_{5X} + G_{5\pi} \right) + 4X^2 F_4 \right] > 0.$$

---

<sup>1</sup>S Mironov, V Rubakov, and V Volkova. More about stable wormholes in beyond horndeski theory. arxiv 2018. arXiv preprint arXiv:1812.07022. 

При  $A = B$

$$\frac{\mathcal{F}}{J^2} + \frac{1}{2}A''\mathcal{H} - A\frac{J''}{J}\mathcal{H} - A\frac{J'^2}{J^2}\mathcal{H} - A\frac{J'}{J}\mathcal{H}' + \frac{1}{2}A'\mathcal{H}' = 0.$$

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} (A(J^2)'\mathcal{H})' - \frac{1}{2} (J^2 A'\mathcal{H})' > 0$$

Проинтегрируем по горизонту  $\Rightarrow 0 > J^2 A'\mathcal{H} |_{r_2} - J^2 A'\mathcal{H} |_{r_1}$ .

Приходим к противоречию.

# Устойчивость в DHOST гравитации<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} S = & \int d^4x \sqrt{-g} (F(\pi, X) - K(\pi, X) \square \pi + G_4(\pi, X) R \\ & + (2G_{4X}(\pi, X) - 2F_4(\pi, X)X) [(\square \pi)^2 - \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu}] \\ & - 2F_4(\pi, X) [\pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu} \square \pi - \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\lambda} \pi^{;\nu\lambda} \pi_{;\nu}] \\ & + H(\pi, X) B_4(\pi, X) \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu\lambda} \pi_{;\lambda} + H(\pi, X) B_5(\pi, X) (\pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu})^2), \end{aligned}$$

Выражения

$$\begin{aligned} \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu\lambda} \pi_{;\lambda} &= B^3 \pi'^2 \left( \pi'' + \frac{B'}{2B} \pi' \right)^2, \\ \pi^{;\mu} \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\nu} &= B^2 \pi'^2 \left( \pi'' + \frac{B'}{2B} \pi' \right) \end{aligned}$$

не зависят от  $A$  и  $J \Rightarrow$  то же уравнение справедливо.

<sup>2</sup>Kazufumi Takahashi, Hayato Motohashi, and Masato Minamitsuji. Linear stability analysis of hairy black holes in quadratic degenerate higher-order scalar-tensor theories: Odd-parity perturbations. *Physical Review D*, 100(2):024041, 2019.

1. Были изучены некоторые свойства кротовых нор с горизонтом
2. Была доказана неустойчивость кротовых нор с горизонтом в DHOST гравитации