

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА»
Физический факультет
Кафедра физики частиц и космологии

КУРСОВАЯ РАБОТА

«Негауссовости в модели Вселенной с
отскоком»

Выполнил работу
студент 4 курса, 443 группы
Котенко Максим Алексеевич

Научный руководитель
к.ф.-м.н., м.н.с. ИЯИ РАН
Агеева Юлия Александровна

Научный консультант
Петров Павел Константинович

Москва, 2024

Содержание

1	Введение	2
2	Модель Вселенной с отскоком	4
2.1	Вводная часть	4
2.2	Степенное сжатие	6
2.3	Спектр возмущений	6
3	Выбор конкретной модели	7
3.1	Анзац	7
3.2	Вычисления	9
4	Заключение	14
A	Коэффициенты	16
B	Вычисление спектра мощности скалярных возмущений	17

Аннотация

В стандартной космологии для объяснения ряда фактов наблюдаемой нами Вселенной была введена теория инфляции. Тем не менее, до сих пор продолжают споры по поводу конкретного механизма её реализации. В данной работе рассматривается одна из альтернатив инфляции- модель Вселенной с отскоком. Она даёт правильный наклон спектра мощности скалярных возмущений и верное отношение амплитуд тензорных и скалярных первичных возмущений. В данной работе мы будем вычислять значение негауссовости для уточнения ограничений на параметры этой модели.

1 Введение

Теория инфляции позволяет решить многие проблемы теории большого взрыва. Однако, один из её минусов заключается в том, что в ней существует начальная сингулярность, а также что у неё отсутствует геодезическая полнота[1]. Но для устранения проблемы сингулярности в рамках классической теории поля путём создания несингулярной космологической модели необходимо нарушить изотропное условие энергодоминантности.

$$T_{\mu\nu}n^\mu n^\nu > 0$$

Где n^μ - светоподобный вектор, а $T_{\mu\nu}$ - тензор энергии-импульса.

Нарушение это необходимо, так как иначе сингулярности неизбежно возникли бы вследствие теоремы Пенроуза. Отмечу, что если применить принцип NEC к нашей современной Вселенной, то из него будет следовать, что параметр Хаббла не может расти. Если же параметр Хаббла бы рос, то это свидетельствовало бы о том, что либо NEC нарушается для тёмной энергии, либо что Общая Теория Относительности не верна для современных космологических масштабов. Подробнее в статье [2]. Поэтому интересно рассмотреть модифицированные теории гравитации с несингулярным космологическим сценарием ранней Вселенной.

Однако реализации таких моделей в рамках классической теории поля затруднительны, так как попытки их создать приводят к различного рода нестабильностям. Впервые теория, способная нарушать NEC(изотропное условие энергодоминантности) устойчивым образом без патологий, была предложена Хорндески[3], которая является самой общей формулировкой скалярно-тензорной модификации гравитации. Её лагранжиан содержит производные второго порядка, однако он приводит к полевым уравнениям второго порядка, что необходимо для отсутствия патологических степеней свободы. В ходе развития теории Хорндески появилось множество различных несингулярных на ранних стадиях теорий, здоровым образом нарушающих изотропное условие энергодоминантности. Например, модели Вселенной с отскоком, которые кроме прочего описаны в обзорной статье [4] и в статьях[5, 6, 7], а также Космологический Генезис(Galilean Genesis) [8, 9, 10].

Обычно космологические модели с ранней несингулярной эпохой страдают от разного рода патологий. По своей конструкции теории Хорндески позволяют избежать нестабильностей Остроградского(ghost instabilities), но тем не менее они могут быть подвержены иным проблемам. Для нас важно,

что в теориях Хорндески не так просто расширить модель на весь временной интервал $-\infty < t < +\infty$, так как это обычно приводит к неустойчивостям. Это свойство доказывается запрещающей теоремой, которая справедлива для теорий Хорндески в достаточно общем случае [11, 12]. Теорема гласит, что соблюдение разумных условий $a > \text{const}(> 0)$ и гладкости зависящих от ϕ и параметра Хаббла H функций в лагранжиане, приводит к расходимости следующих интегралов для возмущений около плоского FLRW фона (с метрикой Фридмана-Лематра-Робертсона-Волкера) с метрикой $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j$

$$\int_{-\infty}^t a(t)(\mathcal{F}_T + \mathcal{F}_S)dt = \infty,$$

$$\int_t^{+\infty} a(t)(\mathcal{F}_T + \mathcal{F}_S)dt = \infty$$

Где \mathcal{F}_T и \mathcal{F}_S это зависящие от времени коэффициенты квадратичного действия соответственно для тензорных и скалярных возмущений.

Наличие таких расходимостей очень проблематично для модели, вызывая неустойчивости. Но данную теорему возможно обойти с помощью теорий за пределами Хорндески [13] DHOST (вырожденные скалярно-тензорные теории высших порядков) [14], в которых однако возникают свои собственные проблемы, например, сверхсветовые скорости при добавлении полей материи [15].

В рассматриваемой же реализации запрещающую теорему обошли, устремив коэффициенты квадратичного действия для тензорных и скалярных возмущений к нулю в прошлом.

$$\mathcal{S}_{hh} = \int dt d^3x \frac{a^3}{8} \left[\mathcal{G}_T \dot{h}_{ij}^2 - \frac{\mathcal{F}_T}{a^2} h_{ij,k} h_{ij,k} \right],$$

$$\mathcal{S}_{\zeta\zeta} = \int dt d^3x a^3 \left[\mathcal{G}_S \dot{\zeta}^2 - \frac{\mathcal{F}_S}{a^2} \zeta_{,i} \zeta_{,i} \right].$$
(1)

То есть $\mathcal{G}_T, \mathcal{F}_T, \mathcal{G}_S, \mathcal{F}_S \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$.

Так как коэффициенты $\mathcal{G}_T, \mathcal{F}_T, \mathcal{G}_S, \mathcal{F}_S$ эффективно аналогичны M_{PL}^2 , то это приводит к сильной гравитации в прошлом, а значит и к патологически быстрому росту квантовых флуктуаций, что создаёт опасность невозможности описания теории в классических рамках. Однако в модели, представленной в данной работе, это не так.

В статье [16] представлены такие ограничения на параметры модели, которые делают возможным описание классической теорией поля во все времена космологической эволюции, так как классический масштаб энергии будет оставаться меньшим, чем квантовый масштаб энергии сильной связи.

Наряду с показателями спектрального индекса n_S и отношения амплитуды тензорных возмущений к скалярным r , для отбора подходящих инфляционных моделей или альтернатив им, может использоваться также и негауссовость первичных скалярных возмущений. Поэтому, рассчитав её для представленной в данной работе модели, возможно усилить ограничения на параметры, тем самым обеспечив ещё один вариант проверки модели.

Чтобы найти значение этого показателя, сначала нужно найти биспектр $B_{\mathcal{R}}(k_1, k_2, k_3)$ возмущений кривизны \mathcal{R}

$$\langle \mathcal{R}(k_1)\mathcal{R}(k_2)\mathcal{R}(k_3) \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 + k_2 + k_3) B_{\mathcal{R}}(k_1, k_2, k_3) \quad (2)$$

где $\mathcal{R}(k)$ это фурье компонента \mathcal{R} с волновым числом \mathbf{k} . Используя значение биспектра уже высчитывается показатель негауссовости f_{NL} , который можно сравнить с данными наблюдений.

$$f_{NL} = \frac{10}{3} \frac{\mathcal{A}_{\mathcal{R}}}{\sum_{i=1}^3 k_i^3}, \quad B_{\mathcal{R}}(k_1, k_2, k_3) = \frac{(2\pi)^4 (\mathcal{P}_{\mathcal{R}})^2}{\prod_{i=1}^3 k_i^3} \mathcal{A}_{\mathcal{R}}(k_1, k_2, k_3).$$

Конкретно в данной работе нас интересует равносторонняя форма негауссовости, где $k_1 = k_2 = k_3 = k$. Спутником PLANCK для неё получены ограничения $f_{NL}^{equil} = -26 \pm 47$ [17].

Методы теоретического расчёта негауссовости представлены в статье [18]. Авторы использовали тот же ADM формализм (формализм Арновитта-Дезера-Мизнера), что и в рассматриваемой здесь модели, поэтому результаты их работы легко переносятся на предложенный вариант реализации Вселенной с отскоком, взятый из статьи [16].

Во втором разделе сначала мы дадим описание модели Вселенной с отскоком, получающуюся из действия теории Хорндески общего вида. Затем, работая в ADM формализме, введём более определённую зависимость функций в лагранжиане от времени и получим после этого значения коэффициентов $\mathcal{G}_T, \mathcal{F}_T, \mathcal{G}_S, \mathcal{F}_S$ из квадратичного действия для возмущений. Получаем уравнения движения. После чего, накладывая унитарную калибровку скалярных возмущений метрики, проквантуем скалярные возмущения метрики. Затем вычисляем вакуумный коррелятор двух полей и из него получаем спектр мощности для скалярных возмущений, а отсюда и его амплитуду.

В третьем разделе зададим конкретную зависимость коэффициентов в функциях лагранжиана от N . Подставляя их в уравнения фонового решения, получим ограничения на числовые коэффициенты, исходя из требования соблюдения этих уравнений фонового решения и исходя из соображений малости скорости распространения скалярных возмущений u_S . После этого находим значения коэффициентов Λ из кубического действия и затем считаем трёхточечный вакуумный коррелятор. После чего получаем в итоге зависимости равносторонней формы негауссовости от χ при разных N .

2 Модель Вселенной с отскоком

2.1 Вводная часть

Мы работаем в классе моделей Хорндески с действием

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \int d^4x \sqrt{-g} \{ G_2(\phi, X) - G_3(\phi, X) \square \phi + G_4(\phi, X) R + G_{4X} [(\square \phi)^2 - (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi)^2] \} \\ X &= -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\square\phi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi$ и $(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2 = \nabla_\mu\nabla_\nu\phi\nabla^\mu\nabla^\nu\phi$, R это скаляр Риччи. Сигнатура метрики взята $(-, +, +, +)$.

Далее, работая в ADM формализме, ввожу следующую метрику

$$ds^2 = -N^2 d\hat{t}^2 + \gamma_{ij} (dx^i + N^i d\hat{t}) (dx^j + N^j d\hat{t})$$

где γ_{ij} - трехмерная метрика, N - функция хода и $N_i = \gamma_{ij}N^j$ - вектор сдвига
И затем получаю действие

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[A_2(\hat{t}, N) + A_3(\hat{t}, N)K + A_4(\hat{t}, N)(K^2 - K_{ij}^2) + B_4(\hat{t}, N)R^{(3)} \right] \quad (4)$$

где

$$A_4(\hat{t}, N) = -B_4(\hat{t}, N) - N \frac{\partial B_4(\hat{t}, N)}{\partial N},$$

$^{(3)}R_{ij}$ это тензор Риччи, составленный из γ_{ij} , $\sqrt{-g} = N\sqrt{\gamma}$, $K = \gamma^{ij}K_{ij}$, $^{(3)}R = \gamma^{ij}{}^{(3)}R_{ij}$

$$K_{ij} \equiv \frac{1}{2N} \left(\frac{d\gamma_{ij}}{d\hat{t}} - {}^{(3)}\nabla_i N_j - {}^{(3)}\nabla_j N_i \right)$$

это внешняя кривизна гиперповерхности $\hat{t} = const.$

Связь между (3) и (4) даётся с помощью

$$\begin{aligned} G_2 &= A_2 - 2XF_\phi, & G_3 &= -2XF_X - F, & G_4 &= B_4, \\ N^{-1}d\phi/d\hat{t} &= \sqrt{2X}, \\ F_X &= -\frac{A_3}{(2X)^{3/2}} - \frac{B_{4\phi}}{X}. \end{aligned}$$

Для описания возмущений около FLRW фона, берём

$$\begin{aligned} N &= N_0(\hat{t})(1 + \alpha), \\ N_i &= \partial_i\beta + N_i^T, \\ \gamma_{ij} &= a^2(\hat{t}) \left(e^{2\zeta}(e^h)_{ij} + \partial_i\partial_j Y + \partial_i W_j^T + \partial_j W_i^T \right) \end{aligned} \quad (5)$$

где $a(\hat{t})$ и $N_0(\hat{t})$ это решения уравнений фона, $\partial_i N^{Ti} = 0$ и

$$(e^h)_{ij} = \delta_{ij} + h_{ij} + \frac{1}{2}h_{ik}h_{kj} + \frac{1}{6}h_{ik}h_{kl}h_{lj} + \dots, \quad h_{ii} = 0, \quad \partial_i h_{ij} = 0$$

Далее функция хода берётся как N вместо N_0 , и накладываем калибровку $Y = 0$, $W_i^T = 0$ Динамическими степенями свободы являются ζ и h_{ij}^T , то есть скалярные и тензорные возмущения. Интегрируя, избавляемся от α и β и приходим к квадратичным действиям для тензорного и скалярного возмущений

$$\begin{aligned} S_{\zeta\zeta}^{(2)} &= \int d\hat{t} d^3x N a^3 \left[\frac{\mathcal{G}_S}{N^2} \left(\frac{\partial\zeta}{\partial\hat{t}} \right)^2 - \frac{\mathcal{F}_S}{a^2} (\vec{\nabla}\zeta)^2 \right], \\ S_{hh}^{(2)} &= \int d\hat{t} d^3x \frac{N a^3}{8} \left[\frac{\mathcal{G}_T}{N^2} \left(\frac{\partial h_{ij}}{\partial\hat{t}} \right)^2 - \frac{\mathcal{F}_T}{a^2} h_{ij,k} h_{ij,k} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

где $\mathcal{G}_T, \mathcal{F}_T, \mathcal{G}_S, \mathcal{F}_S$ - это зависящие от времени коэффициенты.

2.2 Степенное сжатие

Для построения модели с отскоком с ранним поведением нужного нам вида, берём функции в лагранжиане(4) вида

$$\begin{aligned} A_2(\hat{t}, N) &= \hat{g}(-\hat{t})^{-2\mu-2} \cdot a_2(N), \\ A_3(\hat{t}, N) &= \hat{g}(-\hat{t})^{-2\mu-1} \cdot a_3(N), \\ A_4 = A_4(\hat{t}) &= -B_4(\hat{t}) = -\frac{\hat{g}}{2}(-\hat{t})^{-2\mu}, \end{aligned} \quad (7)$$

где \hat{g} - положительная константа,

$$N = \text{const}, \quad a = d(-t)^\chi, \quad (8)$$

$\chi > 0$, $t = N\hat{t}$ это космическое время, так что $H = \chi/t$.

В таком случае уравнения фонового решения будут иметь вид

$$\begin{aligned} (Na_2)_N - 3\chi a_{3N} + 3\frac{\chi^2}{N^2} &= 0, \\ a_2 - \frac{1}{N}(2\mu + 1)\left(a_3 + 2\frac{\chi}{N}\right) + 3\frac{\chi^2}{N^2} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда затем можно получить

$$\mathcal{G}_T = \mathcal{F}_T = \frac{g}{(-t)^{2\mu}}, \quad g = N^{2\mu}\hat{g}, \quad \mathcal{G}_S = g\frac{g_S}{2(-t)^{2\mu}}, \quad \mathcal{F}_S = g\frac{f_S}{2(-t)^{2\mu}}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_S &= \frac{2(2 - 4\mu + N^2 a_{3N})}{2\chi - N^2 a_{3N}}, \\ g_S &= 2 \left[\frac{2(2N^3 a_{2N} + N^4 a_{2NN} - 3\chi(2\chi + N^3 a_{3NN}))}{(N^2 a_{3N} - 2\chi)^2} + 3 \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Причём распространение тензорных возмущений происходит со скоростью света, что согласуется с результатами наблюдений события GW170817[19]

$$u_T^2 = \frac{\mathcal{F}_T}{\mathcal{G}_T} = 1$$

А скорость распространения возмущений в скалярном секторе даётся выражением

$$u_S^2 = \frac{\mathcal{F}_S}{\mathcal{G}_S} = \frac{f_S}{g_S},$$

которое может быть как значительно меньше единицы, так и больше.

2.3 Спектр возмущений

Для скалярных возмущений выполняется линеаризованное уравнение, полученное из квадратичного действия(6)

$$\ddot{\zeta} + \frac{2\mu - 3\chi}{|t|}\dot{\zeta} + \frac{u_S^2 k^2}{d^2 |t|^{2\chi}} \zeta = 0 \quad (12)$$

Для $0 < \chi < 1$ эта мода находится под горизонтом на ранних временах. А при $2\mu - 3\chi > 0$ мода за горизонтом на поздних временах. Поэтому рассматриваю случай одновременного наблюдения этих неравенств.

Выход из-под горизонта происходит в $t_f(k)$

$$|t_f|(k) \sim \left[\frac{d}{k} \cdot \frac{(2\mu - 3\chi)}{u_S} \right]^{\frac{1}{1-\chi}} \quad (13)$$

Или в конформном времени $\tau = \int a^{-1} dt \rightarrow -\tau = \frac{1}{d(1-\chi)} (-t)^{1-\chi}$ то же самое выражение будет

$$|\tau_f|(k) \sim \left[\frac{1}{u_S k} \cdot \frac{(2\mu - 3\chi)}{1 - \chi} \right] \quad (14)$$

При чём, решая уравнение, можно получить, что мощность спектра скалярных возмущений, как и ожидается, имеет вид

$$\mathcal{P}_\zeta \equiv \mathcal{A}_\zeta \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_S - 1}, \quad n_S - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1 - \mu}{1 - \chi} \right) \quad (15)$$

Далее в работе мы будем брать значение n_S , равное центральному экспериментальному значению. То есть $n_S = 0.9649 \pm 0.0042$ [20], а $k_* = 0.05 Mpc^{-1}$ взят в соответствии с PLANCK. Для тензорных возмущений зависимость имеет аналогичный вид.

Отношение амплитуд тензорных и скалярных возмущений даётся выражением [16]

$$r = \frac{\mathcal{A}_T}{\mathcal{A}_\zeta} = 8 \frac{f_S^\nu}{g_S^{\nu-1}} = 8 g_S u_S^{2\nu} \quad (16)$$

Где выражения для амплитуд задаются как

$$\mathcal{A}_\zeta = \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{g_S u_S^{2\nu}} \frac{(1 - \chi)^{2\frac{\mu-\chi}{1-\chi}}}{\pi \sin^2(\nu\pi) \Gamma^2(1 - \nu)} \left(\frac{k_*}{2d} \right)^{2\frac{1-\mu}{1-\chi}}, \quad (17)$$

$$\mathcal{A}_T = \frac{8}{g} \cdot \frac{(1 - \chi)^{2\frac{\mu-\chi}{1-\chi}}}{\pi \sin^2(\nu\pi) \Gamma^2(1 - \nu)} \left(\frac{k_*}{2d} \right)^{2\frac{1-\mu}{1-\chi}}, \quad (18)$$

$$\nu = \frac{1 + 2\mu - 3\chi}{2(1 - \chi)} = \frac{3}{2} + \frac{1 - n_S}{2}. \quad (19)$$

Таким образом, для малости r в соответствии с наблюдениями, необходима малость u_s

3 Выбор конкретной модели

3.1 Анзац

Возьмём для дальнейших вычислений простые формы функций.

$$\begin{aligned} a_2(N) &= c_2 + \frac{d_2}{N}, \\ a_3(N) &= c_3 + \frac{d_3}{N}, \end{aligned} \quad (20)$$

где c_2, c_3, d_2, d_3 это безразмерные константы. Из уравнений (11) далее получено

$$f_s = -2 \left(\frac{4\mu - 2 + d_3}{2\chi + d_3} \right),$$

$$g_s = \frac{6d_3^2}{(2\chi + d_3)^2}.$$

Для малости $u_s^2 = f_s/g_s \ll 1$ при заданном значении $\mu > 1$ для соответствия наблюдаемым данным $n_s < 1$, накладывается условие

$$d_3 = -2$$

И тогда

$$f_s = \frac{4(\mu - 1)}{1 - \chi} = 2(1 - n_s) \quad (21)$$

$$g_s = \frac{6}{(1 - \chi)^2},$$

Уравнения для фонового решения (9) принимают вид

$$3\chi^2 - 6\chi + c_2 N^2 = 0, \quad (22)$$

$$3\chi^2 + 2(2\mu + 1)(1 - \chi) - \kappa N + c_2 N^2 = 0,$$

где

$$\kappa = c_3(1 + 2\mu) - d_2.$$

Нужное нам решение этих уравнений, которое не приводит к нестабильности на ранней стадии, имеет вид

$$\chi = \frac{3 + 8\rho(\mu - 1)(2\mu + 1) - \sqrt{9 - 12\rho(2\mu + 1)(5 - 2\mu)}}{3 + 16\rho(\mu - 1)^2}, \quad (23)$$

$$N = \frac{2}{\kappa} [1 + 2\mu - 2(\mu - 1)\chi],$$

где

$$\rho = \frac{c_2}{\kappa^2}$$

В статье [16] было показано, что допустимый интервал для $\chi \in [0.42, 0.66]$ такой, чтобы выполнялось ограничение на значение r отношения амплитуд тензорных возмущений к скалярным. И чтобы одновременно с этим соблюдалось условие $E_{\text{strong}}(k_*)/E_{\text{cl}}(k_*) \gg 1$ для допустимости работы в рамках классической теории поля.

Должны одновременно соблюдаться условия $\frac{E_{\text{strong}}(k_*)}{E_{\text{cl}}(k_*)} > 1$ и $r < 0.032$ [20, 21]. Вкупе с требованием $2\mu - 3\chi > 0$, которому соответствует $\chi < \frac{3-n_s}{4-n_s}$.

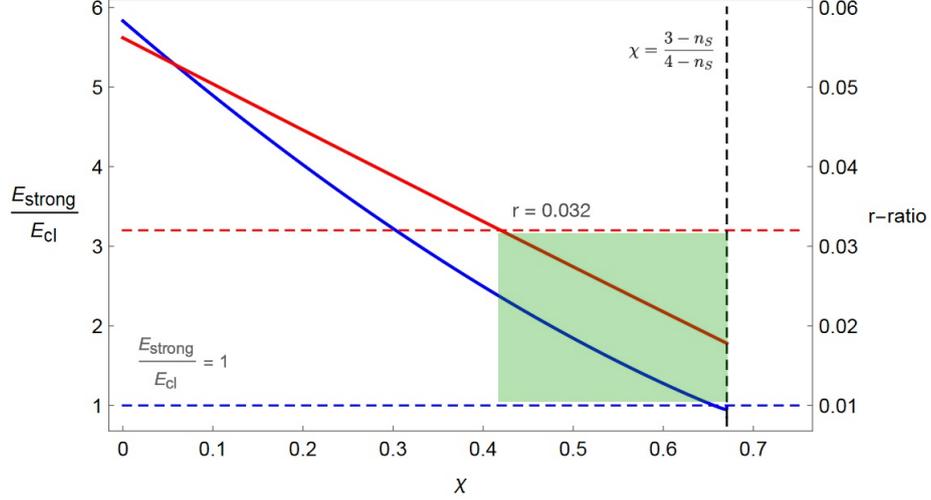


Рис. 1: Красная линия показывает зависимость r от χ , а синяя линия- зависимость $\frac{E_{strong}(k_*)}{E_{cl}(k_*)}$ от χ . Видно, что допустимая зелёная область ограничена правым нижним углом

3.2 Вычисления

Запишем сначала квадратичное разложение действия для скалярных возмущений из [16]

$$\mathcal{S}_{\zeta\zeta} = \int dt d^3x a^3 \left[\mathcal{G}_S \dot{\zeta}^2 - \frac{\mathcal{F}_S}{a^2} \zeta_{,i} \zeta_{,i} \right] \quad (24)$$

Тогда через $\delta\mathcal{L}_2/\delta\zeta = 0$ в линейном порядке получаю уравнение

$$\frac{d}{dt}(a^3 \mathcal{G}_S \dot{\zeta}) - a \mathcal{G}_S u_s^2 \partial^2 \zeta = 0 \quad (25)$$

где u_s - скорость распространения первичных скалярных возмущений.

Далее применяю преобразование фурье

$$\zeta(\tau, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} \zeta(\tau, \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad \zeta(\tau, \mathbf{k}) = u(\tau, \mathbf{k}) a(\mathbf{k}) + u^*(\tau, -\mathbf{k}) a^\dagger(-\mathbf{k}) \quad (26)$$

Где операторы рождения $a(\mathbf{k})$ и уничтожения $a^\dagger(-\mathbf{k})$ определены как $[a(k_1), a^\dagger(k_2)] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(k_1 - k_2)$, $[a(k_1), a(k_2)] = [a^\dagger(k_1), a^\dagger(k_2)] = 0$

Тогда уравнение принимает вид

$$\ddot{u} + \frac{(a^3 Q) \cdot}{a^3 Q} \dot{u} + c_s^2 \frac{k^2}{a^2} u = 0 \quad (27)$$

Для его решения перейду в конформное время $\tau = \int a^{-1} dt$, а затем сделаю замену вида $v = uz$, где $z = a\sqrt{2Q}$.

Тогда получаю уравнение

$$v'' + \left(u_s^2 k^2 - \frac{z''}{z} \right) v = 0 \quad (28)$$

Которое имеет решение

$$v(k, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2u_s k}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right) e^{-iu_s k \tau} \quad (29)$$

Теперь возвращаясь от v к u

$$\begin{aligned} u(k, \tau) &= \frac{1}{\sqrt{2u_s k}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right) e^{-iu_s k \tau} \frac{1}{d(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{\chi}{1-\chi}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{gg_s}{(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{2\mu}{1-\chi}}}}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2u_s k}} \frac{(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{\mu-\chi}{1-\chi}}}{d\sqrt{gg_s}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right) e^{-iu_s k \tau} \end{aligned} \quad (30)$$

Для производной по τ же

$$u_\tau(k, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2u_s k}} \frac{(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{\mu-\chi}{1-\chi}}}{d\sqrt{gg_s}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right) e^{-iu_s k \tau} \times \quad (31)$$

$$\times \left(-iu_s k - \frac{1}{\tau + u_s k \tau^2} - \frac{\mu - \chi}{1 - \chi} \frac{1}{(-\tau)} \right) \quad (32)$$

Для дальнейших вычислений напомним, что работаю в случае $k_1 = k_2 = k_3$. Конкретный вид принимают выражения для зависимостей степенного сжатия, где мы теперь должны задать определённые значения для параметров N, c_2, c_3, d_2, d_3 .

$$a_2(N) = c_2 + \frac{d_2}{N}, a_3(N) = c_3 + \frac{d_3}{N} \quad (33)$$

Соблюдая условия на коэффициенты из уравнений (22), вручную зададим значение $d_3 = -2$ для малости скорости скалярных возмущений u_s . Оказывается, что для получения любого конкретного набора значений N, χ можно взять c_3 неизменным, c_2 задать формулой

$$c_2 = \frac{6\chi - 3\chi^2}{N^2}$$

А параметр d_2 подбирать вручную для каждого N, χ . Но d_2 в вычислениях коэффициентов лагранжиана нашей модели не фигурирует, поэтому он никак не влияет на ответ. Поэтому единственным значимым для нас и зависящим от конкретного χ коэффициентом является c_2 .

Для дальнейших вычислений нам нужно найти вид коэффициентов квадратичных действий в конформном времени. Для этого подставим в уравнение (10) соотношение $-\tau = \frac{1}{d(1-\chi)} (-t)^{1-\chi}$ и получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_S &= \frac{gg_s}{2(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{2\mu}{1-\chi}}} \\ \mathcal{F}_S &= \frac{gf_s}{2(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{2\mu}{1-\chi}}} \\ \mathcal{G}_T = \mathcal{F}_T &= \frac{g}{(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{2\mu}{1-\chi}}} \end{aligned} \quad (34)$$

Масштабный фактор в конформном времени становится

$$a = d(d(1 - \chi)(-\tau))^{\frac{\chi}{1-\chi}} \quad (35)$$

А выражение для мощности спектра скалярных возмущений будет иметь следующий вид. Подробнее в приложении В.

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = \left(\frac{1}{4\pi^2 u_s} \frac{1}{g g_s} \left(\frac{1}{u_s} (2\mu - 3\chi) \right)^{2\frac{\mu-\chi}{1-\chi}} \left(1 + \left(\frac{1-\chi}{2\mu-3\chi} \right)^2 \right) \left(\frac{k^*}{d} \right)^{n_s-1} \right) \left(\frac{k}{k^*} \right)^{n_s-1} \quad (36)$$

Из [18] беру формулу для трёхточечной корреляционной функции

$$\langle \zeta(\mathbf{k}_1) \zeta(\mathbf{k}_2) \zeta(\mathbf{k}_3) \rangle = -i \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau a \langle 0 | [\zeta(\tau_f, \mathbf{k}_1) \zeta(\tau_f, \mathbf{k}_2) \zeta(\tau_f, \mathbf{k}_3), \mathcal{H}_{\text{int}}(\tau)] | 0 \rangle \quad (37)$$

Где $\mathcal{H}_{\text{int}}(\tau) = -\mathbb{L}_{\zeta\zeta\zeta}$ из кубического действия, приведённого ниже.

Затем из статьи [22] беру выражение для кубического разложения действия по скалярным возмущениям. Выражения для рассчитанных коэффициентов приведены в приложении А.

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\zeta\zeta\zeta}^{(3)} = \int dt \mathbb{L}_{\zeta\zeta\zeta} = \int N dt a^3 d^3 x \left\{ \Lambda_1 \frac{\dot{\zeta}^3}{N^3} + \Lambda_2 \frac{\dot{\zeta}^2}{N^2} \zeta + \Lambda_3 \frac{\dot{\zeta}^2}{N^2} \partial^2 \zeta + \Lambda_4 \frac{\dot{\zeta}}{N} \zeta \partial^2 \zeta \right. \\ + \Lambda_5 \frac{\dot{\zeta}}{N} (\partial_i \zeta)^2 + \Lambda_6 \zeta (\partial_i \zeta)^2 + \Lambda_7 \frac{\dot{\zeta}}{N} (\partial^2 \zeta)^2 + \Lambda_8 \zeta (\partial^2 \zeta)^2 + \Lambda_9 \partial^2 \zeta (\partial_i \zeta)^2 \\ + \Lambda_{10} \frac{\dot{\zeta}}{N} (\partial_i \partial_j \zeta)^2 + \Lambda_{11} \zeta (\partial_i \partial_j \zeta)^2 + \Lambda_{12} \frac{\dot{\zeta}}{N} \partial_i \zeta \partial_i \psi + \Lambda_{13} \partial^2 \zeta \partial_i \zeta \partial_i \psi + \Lambda_{14} \frac{\dot{\zeta}}{N} (\partial_i \partial_j \psi)^2 \\ \left. + \Lambda_{15} \zeta (\partial_i \partial_j \psi)^2 + \Lambda_{16} \frac{\dot{\zeta}}{N} \partial_i \partial_j \zeta \partial_i \partial_j \psi + \Lambda_{17} \zeta \partial_i \partial_j \zeta \partial_i \partial_j \psi \right\} \quad (38) \end{aligned}$$

где $\psi = (1/N) \partial^{-2} \dot{\zeta}$

В качестве примера проведу вычисления для одного члена $\dot{\zeta}^2 \partial^2 \zeta$ с коэффициентом Λ_3 .

Сначала посчитаю коммутатор

$$\begin{aligned} \langle 0 | [\zeta(\tau_f, \vec{k}_1) \zeta(\tau_f, \vec{k}_2) \zeta(\tau_f, \vec{k}_3), \partial^2 \zeta(\tau, \mathbf{k}) \dot{\zeta}(\tau, \mathbf{q}) \dot{\zeta}(\tau, \mathbf{h})] | 0 \rangle = \{ \vec{k}_1 = \vec{k}_2 = \vec{k}_3 = \vec{k} \} = \\ = \delta^{(3)}(\vec{k} + \mathbf{k}) \delta^{(3)}(\vec{k} + \mathbf{q}) \delta^{(3)}(\vec{k} + \mathbf{h}) \times \\ \times 3! (-k^2) \left[u^3(\tau_f, \vec{k}) u_\tau^{*2}(\tau, \vec{k}) u^*(\tau, \vec{k}) - u^{*3}(\tau_f, \vec{k}) u_\tau^2(\tau, \vec{k}) u(\tau, \vec{k}) \right] \quad (39) \end{aligned}$$

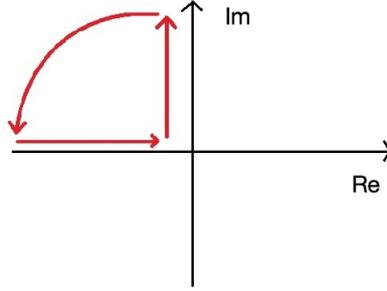
Затем получаю интеграл

$$\begin{aligned} (2\pi)^3 B_\zeta(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)} \langle \zeta(\mathbf{k}_1) \zeta(\mathbf{k}_2) \zeta(\mathbf{k}_3) \rangle = \\ = i \int_{-\infty}^{-\tau_f} N a^4 d\tau d^3 x \int \int \int \frac{d^3 k d^3 q d^3 h}{\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)} \frac{1}{(2\pi)^9} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{q} + \mathbf{h})\mathbf{x}} \times \langle 0 | \dots | 0 \rangle = \\ = \{ \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 = \mathbf{k} \} = \\ = i \int_{-\infty}^{-\tau_f} a^4 d\tau \frac{\Lambda_3}{N} 3! (-k^2) \left[u^3(\tau_f, \mathbf{k}) u_\tau^{*2}(\tau, \mathbf{k}) u^*(\tau, \mathbf{k}) - u^{*3}(\tau_f, \mathbf{k}) u_\tau^2(\tau, \mathbf{k}) u(\tau, \mathbf{k}) \right] \quad (40) \end{aligned}$$

При этом значение $\Lambda_3 = \frac{g(d(1-\chi)(-\tau))^{-2\mu+2}}{a^2} \left(-N \frac{-c_3 + \frac{8}{N} - 6\chi}{3(1-N\chi)^3} + \frac{-g_s + 4}{2(1-N\chi)^2} \right)$ Заменой переменных $\hat{\tau} = u_s k \tau$ я свожу интеграл к безразмерному, вынося все коэффициенты в множители. Учитывая, что в производной тоже нужно к перейти конформному времени через $ad\tau = t$.

В итоге прихожу к следующему выражению, рассматривая для удобства сначала лишь второй член с $u^{*3}(\tau_f, k)u^2(\tau, k)u(\tau, k)$

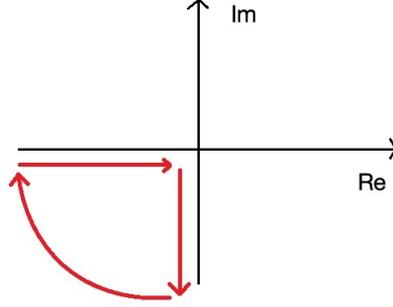
$$\begin{aligned} \hat{\tau}_f &= \frac{2\mu - 3\chi}{1 - \chi} \\ -i \int_{-\infty}^{-\hat{\tau}_f} d\hat{\tau} \frac{g(d(1-\chi)(-\tau))^{-2\mu+2}}{a^2} &\left(-N \frac{-c_3 + \frac{8}{N} - 6\chi}{3(1-N\chi)^3} + \frac{-g_s + 4}{2(1-N\chi)^2} \right) \times \\ \times (-k^2) \frac{3! (2\pi)^3}{8 g^2 g_s^3} \left(\frac{k}{d} \right)^{\frac{-2\mu+2+6(\mu-\chi)}{1-\chi}} &\times \left(\frac{1}{u_s} \right)^{2 + \frac{-2\mu+2}{1-\chi} + \frac{6(\mu-\chi)}{1-\chi}} (1-\chi)^{\frac{-2\mu+2+3(\mu-\chi)}{1-\chi}} (2\mu - 3\chi)^{3\frac{\mu-\chi}{1-\chi}} \times \\ \times (-u_s k \tau)^{\frac{-2\mu+2+3(\mu-\chi)}{1-\chi}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right)^2 &e^{-2iu_s k \tau} \left(-i - \frac{1}{u_s k \tau + (u_s k \tau)^2} - \frac{\mu - \chi}{1 - \chi} \frac{1}{(-u_s k \tau)} \right)^2 \times \\ \times \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau} \right) e^{-iu_s k \tau} &\times \left(\left(1 - \frac{i(1-\chi)}{2\mu - 3\chi} \right) e^{-i\frac{2\mu-3\chi}{1-\chi}} \right)^3 \end{aligned}$$



Теперь можно сделать переход в евклидово время. Так как полюсов нет, то, интегрируя по указанному контуру, выполняются действия

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{-\hat{\tau}_f} d\hat{\tau} &= - \int_{-\hat{\tau}_f}^{-i\infty - \hat{\tau}_f} d\eta, \\ - \int_{-\hat{\tau}_f}^{-i\infty - \hat{\tau}_f} d\eta &\rightarrow \{ \eta = -i(\phi - i\hat{\tau}_f) \} \rightarrow i \int_0^\infty d\phi \end{aligned} \quad (41)$$

То же самое и для первого члена, но контур уже направлен иначе и замена будет $\eta = i(\phi + i\hat{\tau}_f)$



Тогда получается, что остаётся исключительно реальная часть интегрируемого выражения.

$$\begin{aligned}
& i \int_{-\infty}^{-\hat{\tau}_f} d\hat{\tau} (-\hat{\tau})^\alpha (A(-\hat{\tau})e^{i\hat{\tau}} - A(-\hat{\tau})^* e^{-i\hat{\tau}}) \\
&= - \int_0^\infty d\phi ((-i(\phi + i\hat{\tau}_f))^\alpha A(-i(\phi + i\hat{\tau}_f))e^{-\phi - i\hat{\tau}_f} + (i(\phi - i\hat{\tau}_f))^\alpha A^*(i(\phi - i\hat{\tau}_f))e^{-\phi + i\hat{\tau}_f}) = \\
&= - \int_0^\infty d\phi e^{-\phi} (\hat{\tau}_f)^\alpha ((-i\phi)^\alpha A(-i(\phi + i\hat{\tau}_f))e^{-i\hat{\tau}_f} + (i\phi)^\alpha A^*(i(\phi - i\hat{\tau}_f))e^{i\hat{\tau}_f}) = \\
&= -2\text{Re} \left[\int_0^\infty d\phi A^*(-i(\phi + i\hat{\tau}_f), k) e^{-(\phi + i\hat{\tau}_f)} \right]
\end{aligned} \tag{42}$$

Где за A обозначен зависящий от τ коэффициент всего выражения при экспоненте; прямо зависящая от τ часть из масштабного фактора и коэффициента Λ_3 вынесены отдельно. В данном случае качественно A имеет вид

$$A \sim \left(1 + \frac{i}{\hat{\tau}_f}\right) \left(\left(1 + \frac{i}{\hat{\tau}}\right) \left(i - \frac{1}{-\hat{\tau} + \hat{\tau}^2} + \frac{\mu - \chi}{1 - \chi} \frac{1}{\hat{\tau}} \right) \right)^2 \tag{43}$$

Затем с помощью формул

$$\langle \zeta(\mathbf{k}_1) \zeta(\mathbf{k}_2) \zeta(\mathbf{k}_3) \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) B_\zeta(k_1, k_2, k_3), \tag{44}$$

$$B_\zeta(k_1, k_2, k_3) = \frac{(2\pi)^4 (\mathcal{P}_\zeta)^2}{\prod_{i=1}^3 k_i^3} \mathcal{A}_\zeta(k_1, k_2, k_3). \tag{45}$$

В итоге получаем интересующий нас f_{NL} .

$$f_{NL} = \frac{10}{3} \frac{\mathcal{A}_\zeta}{\sum_{i=1}^3 k_i^3} \tag{46}$$

Учитываем, что мы получаем ответ для равносторонней формы негауссовости с $k_1 = k_2 = k_3 = k$. Выходит, что вид зависимости f_{NL}^{equil} от χ явно зависит от выбора N . Причём оказывается, что соответствующие наблюдения значения получаются лишь для очень узкого промежутка значений $N \in [0.0042, 0.0125]$

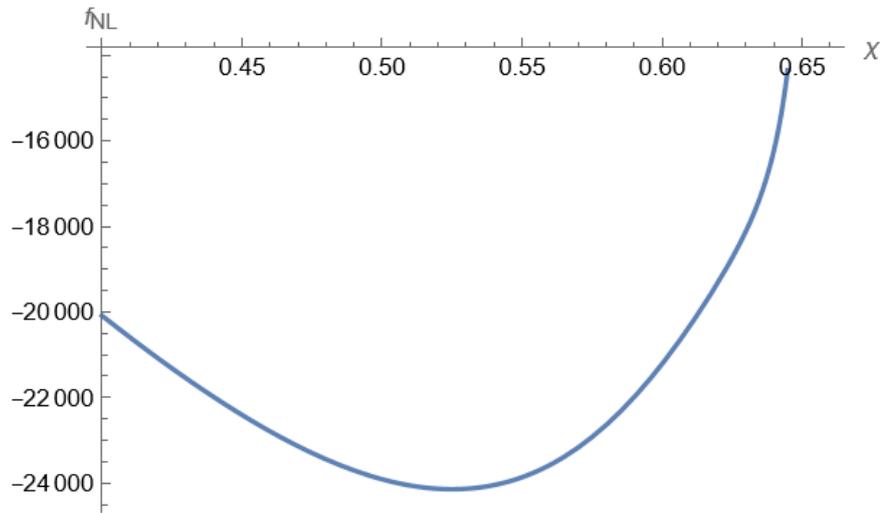


Рис. 2: Заивисмость негауссовости от χ при $c_3 = 1$, $d_3 = -2$, $N = 0.0042$

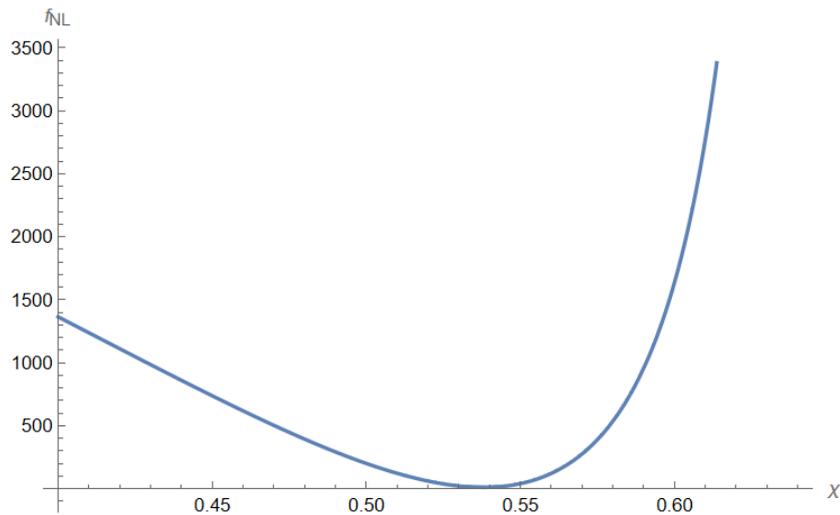


Рис. 3: Заивисмость негауссовости от χ при $c_3 = 1$, $d_3 = -2$, $N = 0.0124$

4 Заключение

В этой работе была исследована модель Вселенной с отскоком, полученная в рамках теорий Хорндески. Ключевым аспектом было вычисление равносторонней формы негауссовости для конкретной модели Вселенной с отскоком, полученной в статье [16].

N	χ
0.0042	[0.6545, 0.6546]
0.0100	[0.4257, 0.4321], [0.5889, 0.5905]
0.0124	[0.5301, 0.5456]

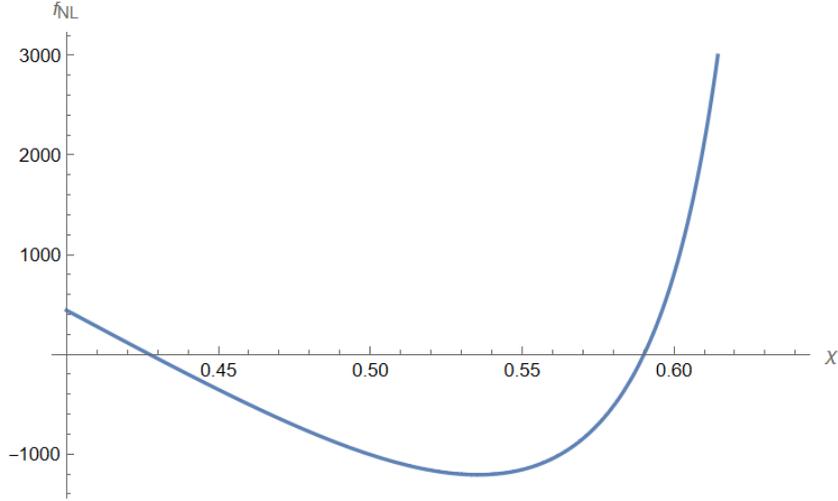


Рис. 4: Заивисмость негауссовости от χ при $c_3 = 1$, $d_3 = -2$, $N = 0.01$

В итоге было обнаружено, что для любого $0.42 < \chi < 0.66$ можно подобрать параметр N такой, что будут получаться соответствующие наблюдениям значения равносторонней формы негауссовости. Однако при каждом конкретном N это будет верно лишь для очень узкого промежутка χ . То есть если экспериментально будет получено точное значение негауссовости реликтового излучения, то в результате получим практически однозначно соответствующую ему модель Вселенной с отскоком. Таким образом, негауссовость является мощным инструментом отбора вариантов реализации такого космологического сценария. Кроме того, оказалось, что f_{NL}^{equil} никак не зависит от импульса k и от нефизического параметра $\frac{k^*}{d}$. Однако выходит, что совсем закрыть модель более точные значения равносторонней формы негауссовости не могут. Тем не менее, если значения отношений r амплитуды тензорных возмущений к амплитуде скалярных возмущений достаточно малы, то это приведёт к невозможности нашей модели удовлетворить наблюдаемым данным, что видно из 1. Не исключено, что другие формы негауссовости тоже приведут к ограничению на выполнимость нашей модели, что может быть материалом для дальнейших исследований.

А Коэффициенты

Для вычисления коэффициентов сначала необходимо найти значение выражений $\Sigma, \Xi, \Theta, \Gamma$ для нашей конкретной модели. Они могут быть посчитаны по формулам из [22]. Тогда, учитывая вид функций (20), (7), в космическом времени получаю

$$\begin{aligned}\Sigma &= g(-t)^{-2\mu-2} N^2 \left[-\frac{3}{2} \chi^2 + \frac{1}{2} c_2 + \frac{3\chi}{N} \right] \\ X\Sigma_X &= \frac{3}{2} g(-t)^{-2\mu-2} \chi N \\ \Xi &= g(-t)^{-2\mu-1} N \left[c_3 - \frac{8}{N} + 6\chi \right] \\ \Theta &= g(-t)^{-2\mu-1} (1 - \chi N) \\ \Gamma &= g(-t)^{-2\mu}\end{aligned}$$

Где $\sqrt{2X} = \frac{1}{(-t)N}$

Далее уже по ним вычисляются и коэффициенты Λ

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= g(-t)^{-2\mu+1} \left[\frac{1}{3(1-\chi N)^3} \left(N^2 \left[-\frac{3}{2} \chi^2 + \frac{1}{2} c_2 + 6\frac{\chi}{N} \right] - \chi N \left[c_3 - \frac{8}{N} + 6\chi \right] \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{N \left[c_3 - \frac{8}{N} + 6\chi \right] (1 - \frac{g_s}{6})}{(1-\chi N)^2} + \frac{(\frac{g_s^2}{8} - g_s + 3)}{1-\chi N} \right], \\ \Lambda_2 &= g(-t)^{-2\mu} \left[\frac{3N^2 \left(-\frac{3}{2} \chi^2 + \frac{1}{2} c_2 + \frac{3\chi}{N} \right) - \frac{3g_s^2}{8} + 9}{(1-\chi N)^2} \right], \\ \Lambda_3 &= \frac{1}{a^2} g(-t)^{-2\mu+2} \left[\frac{1}{3} \frac{N \left(c_3 - \frac{8}{N} + 6\chi \right)}{(1-\chi N)^3} + \frac{-g_s + 4}{2(1-\chi N)^2} \right], \\ \Lambda_4 &= \frac{1}{a^2} g(-t)^{-2\mu+1} \frac{\frac{3}{2} g_s - 2}{1-\chi N}, \quad \Lambda_5 = \frac{1}{a^2} g(-t)^{-2\mu+1} \frac{1+g_s}{1-\chi N}, \\ \Lambda_6 &= \frac{1}{a^2} g(-t)^{-2\mu}, \quad \Lambda_7 = \frac{1}{a^4} \frac{1}{2(1-\chi N)^3} g(-t)^{-2\mu+3}, \\ \Lambda_8 &= \frac{1}{a^4} \frac{-3}{2(1-\chi N)^2} g(-t)^{-2\mu+2}, \quad \Lambda_9 = \frac{-1}{a^4} \frac{2}{(1-\chi N)^2} g(-t)^{-2\mu+2}, \\ \Lambda_{10} &= \frac{-1}{a^4} \frac{1}{2(1-\chi N)^3} g(-t)^{-2\mu+3}, \quad \Lambda_{11} = \frac{1}{a^4} \frac{3}{2(1-\chi N)^2} g(-t)^{-2\mu+2}, \\ \Lambda_{12} &= -\frac{g_s^2}{2} g(-t)^{-2\mu}, \quad \Lambda_{13} = \frac{1}{a^2} \frac{g_s}{1-\chi N} g(-t)^{-2\mu+1}, \\ \Lambda_{14} &= \frac{-g_s^2}{8(1-\chi N)} g(-t)^{-2\mu+1}, \quad \Lambda_{15} = \frac{3g_s^2}{8(1-\chi N)} g(-t)^{-2\mu}, \\ \Lambda_{16} &= \frac{1}{a^2} \frac{g_s}{2(1-\chi N)^2} g(-t)^{-2\mu+2}, \quad \Lambda_{17} = \frac{1}{a^2} \frac{-3g_s}{2(1-\chi N)} g(-t)^{-2\mu+1},\end{aligned}$$

В Вычисление спектра мощности скалярных возмущений

Для нахождения выражения для мощности спектра воспользуюсь формулой из [23]

$$\langle \phi^2(x) \rangle = \int_0^\infty \mathcal{P}_\phi \frac{dq}{q} \quad (47)$$

Тогда получаю

$$\begin{aligned} \langle \zeta^2 \rangle = & \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} 0(u(\tau_f, k)a(k) + u^*(\tau_f, -k)a^\dagger(-k)) \times \\ & \times (u(\tau_f, q)a(q) + u^*(\tau_f, -q)a^\dagger(-q)) \times e^{i(k+q)x_0} \end{aligned} \quad (48)$$

Действуя операторами затем на вакуумное состояние и интегрируя дельта функцию, прихожу к выражению в сферических координатах

$$\left(\frac{1}{2\pi}\right)^6 \int 4\pi k^3 (2\pi)^3 u(\tau_f, k) u^*(\tau_f, k) \frac{dk}{k} \quad (49)$$

А значит искомая мощность спектра будет

$$\mathcal{P}_\zeta = \frac{1}{2\pi^2} k^3 u(\tau_f, k) u^*(\tau_f, k) \quad (50)$$

Подставляя $u = \frac{1}{\sqrt{2u_s k}} \frac{(d(1-\chi)(-\tau))^{\frac{\mu-\chi}{1-\chi}}}{d\sqrt{g g_s}} \left(1 - \frac{i}{u_s k \tau}\right) e^{-iu_s k \tau}$ при $\tau_f \sim \left[\frac{1}{u_s k} \cdot \frac{(2\mu-3\chi)}{1-\chi}\right]$, получаю выражение для амплитуды мощности спектра скалярных возмущений в конформном времени

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = \frac{k^2}{d^2} \frac{1}{4\pi^2 u_s g g_s} \left(\frac{d}{u_s k} (2\mu - 3\chi)\right)^{2\frac{\mu-\chi}{1-\chi}} \left(1 + \left(\frac{1-\chi}{2\mu-3\chi}\right)^2\right) \quad (51)$$

$$\mathcal{P}_\zeta = \mathcal{A}_\zeta \left(\frac{k}{k^*}\right)^{n_s-1}, \quad 2 - 2\frac{\mu-\chi}{1-\chi} = n_s - 1 \quad (52)$$

$$\mathcal{A}_\zeta = 2.1 \cdot 10^{-9} = \frac{k^{*2}}{d^2} \frac{1}{4\pi^2 u_s g g_s} \left(\frac{d}{u_s k^*} (2\mu - 3\chi)\right)^{2\frac{\mu-\chi}{1-\chi}} \left(1 + \left(\frac{1-\chi}{2\mu-3\chi}\right)^2\right) \quad (53)$$

Значение для $\frac{k^*}{d}$ можно найти из времени отскока, полученного в статье [16] численными методами

$$k^*/a_0 = q^* = 0.05 Mpc^{-1} \rightarrow k^*/d = q^* \frac{a_0}{a_b} |t_b|^\chi = 0.05 Mpc^{-1} 4.2 * 10^{18} | - 2000 |^\chi \quad (54)$$

Если подставить из результатов PLANCK $\mathcal{A}_\zeta = 2.1 \cdot 10^{-9}$ [20], то получится для $\chi \in [0.42, 0.66]$, что $g \sim 10^8$

Список литературы

- [1] Arvind Borde, Alan H. Guth и Alexander Vilenkin. “Inflationary spacetimes are incomplete in past directions”. В: *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), с. 151301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.90.151301. arXiv: gr-qc/0110012.
- [2] V A Rubakov. “The null energy condition and its violation”. В: *Physics-Uspekhi* 57.2 (февр. 2014), с. 128–142. ISSN: 1468-4780. DOI: 10.3367/ufne.0184.201402b.0137. URL: <http://dx.doi.org/10.3367/UFNe.0184.201402b.0137>.
- [3] Gregory Walter Horndeski. “Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space”. В: *Int. J. Theor. Phys.* 10 (1974), с. 363–384. DOI: 10.1007/BF01807638.
- [4] Tsutomu Kobayashi. “Horndeski theory and beyond: a review”. В: *Reports on Progress in Physics* 82.8 (июль 2019), с. 086901. ISSN: 1361-6633. DOI: 10.1088/1361-6633/ab2429. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6633/ab2429>.
- [5] D. Battfeld и Patrick Peter. “A Critical Review of Classical Bouncing Cosmologies”. В: *Phys. Rept.* 571 (2015), с. 1–66. DOI: 10.1016/j.physrep.2014.12.004. arXiv: 1406.2790 [astro-ph.CO].
- [6] Jean-Luc Lehners. “Ekpyrotic and cyclic cosmology”. В: *Physics Reports* 465.6 (сент. 2008), с. 223–263. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2008.06.001. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2008.06.001>.
- [7] Robert Brandenberger и Patrick Peter. “Bouncing Cosmologies: Progress and Problems”. В: *Found. Phys.* 47.6 (2017), с. 797–850. DOI: 10.1007/s10701-016-0057-0. arXiv: 1603.05834 [hep-th].
- [8] Paolo Creminelli и др. “Subluminal Galilean Genesis”. В: *JHEP* 02 (2013), с. 006. DOI: 10.1007/JHEP02(2013)006. arXiv: 1209.3768 [hep-th].
- [9] Paolo Creminelli, Alberto Nicolis и Enrico Trincherini. “Galilean Genesis: An Alternative to inflation”. В: *JCAP* 11 (2010), с. 021. DOI: 10.1088/1475-7516/2010/11/021. arXiv: 1007.0027 [hep-th].
- [10] Sakine Nishi и Tsutomu Kobayashi. “Generalized Galilean Genesis”. В: *JCAP* 03 (2015), с. 057. DOI: 10.1088/1475-7516/2015/03/057. arXiv: 1501.02553 [hep-th].
- [11] Tsutomu Kobayashi. “Generic instabilities of nonsingular cosmologies in Horndeski theory: A no-go theorem”. В: *Phys. Rev. D* 94.4 (2016), с. 043511. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.043511. arXiv: 1606.05831 [hep-th].
- [12] M. Libanov, S. Mironov и V. Rubakov. “Generalized Galileons: instabilities of bouncing and Genesis cosmologies and modified Genesis”. В: *JCAP* 08 (2016), с. 037. DOI: 10.1088/1475-7516/2016/08/037. arXiv: 1605.05992 [hep-th].
- [13] Jérôme Gleyzes и др. “Healthy theories beyond Horndeski”. В: *Phys. Rev. Lett.* 114.21 (2015), с. 211101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.211101. arXiv: 1404.6495 [hep-th].

- [14] David Langlois и Karim Noui. “Degenerate higher derivative theories beyond Horndeski: evading the Ostrogradski instability”. В: *JCAP* 02 (2016), с. 034. DOI: 10.1088/1475-7516/2016/02/034. arXiv: 1510.06930 [gr-qc].
- [15] S. Mironov, V. Rubakov и V. Volkova. “Superluminality in DHOST theory with extra scalar”. В: *JHEP* 04 (2021), с. 035. DOI: 10.1007/JHEP04(2021)035. arXiv: 2011.14912 [hep-th].
- [16] Yulia Ageeva, Pavel Petrov и Valery Rubakov. “Generating cosmological perturbations in non-singular Horndeski cosmologies”. en. В: *J. High Energy Phys.* 2023.1 (январь. 2023).
- [17] Planck Collaboration и др. *Planck 2018 results. IX. Constraints on primordial non-Gaussianity*. 2019. arXiv: 1905.05697 [astro-ph.CO].
- [18] Antonio De Felice и Shinji Tsujikawa. “Primordial non-gaussianities in general modified gravitational models of inflation”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2011.04 (апр. 2011), с. 029–029. ISSN: 1475-7516. DOI: 10.1088/1475-7516/2011/04/029. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2011/04/029>.
- [19] B. P. Abbott и др. “GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral”. В: *Phys. Rev. Lett.* 119.16 (2017), с. 161101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.161101. arXiv: 1710.05832 [gr-qc].
- [20] N. Aghanim и др. “Planck2018 results: VI. Cosmological parameters”. В: *Astronomy and Astrophysics* 641 (сентябрь. 2020), A6. ISSN: 1432-0746. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910. URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>.
- [21] M. Tristram и др. “Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data”. В: *Phys. Rev. D* 105.8 (2022), с. 083524. DOI: 10.1103/PhysRevD.105.083524. arXiv: 2112.07961 [astro-ph.CO].
- [22] Y. Ageeva и др. “Toward evading the strong coupling problem in Horndeski genesis”. В: *Physical Review D* 102.2 (июль 2020). ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.102.023519. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.102.023519>.
- [23] Dmitry Gorbunov и Valery Rubakov. *Introduction to the theory of the early universe: cosmological perturbations and inflationary theory*. World Scientific, 2011.