

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА"  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра физики частиц и космологии

Курсовая работа  
на тему:

**АКСИОН-АКСИОННОЕ СМЕШИВАНИЕ**

Выполнил студент  
209 группы  
Горенков Кирилл Олегович

Научный руководитель:  
зав. кафедрой, доктор физ.-  
мат. наук, член-корр. РАН  
Троицкий Сергей Вадимович

Москва — 2024

## Оглавление

Оглавление .....	2
Введение.....	3
Глава 1. Математический формализм .....	5
1.1 Уравнения движения.....	5
1.2 Поиск вероятностей переходов .....	8
Глава 2. Программная проверка .....	12
Заключение .....	16
Список литературы.....	17
Приложение.....	18

## Введение

Стандартная модель (СМ) физики элементарных частиц описывает свойства известной материи и взаимодействий с фантастической точностью. Однако ее нельзя считать полной и фундаментальной теорией. Наиболее примечательно то, что она не дает удовлетворительного объяснения значениям многих ее параметров.

Большой интерес для физики элементарных частиц представляет вопрос о существовании новых, легких, псевдоскалярных (или скалярных) частиц. В частности, существование легкого псевдоскалярного бозона, известного как аксион, могло бы стать решением сильной СР проблемы. Эти частицы, которые, должно быть, очень слабо связаны с обычной материей, также могут быть недостающей материей во Вселенной.

Аксионы обладают одним важным свойством. А именно, под действием внешнего магнитного поля аксион может превратиться в фотон и обратно.

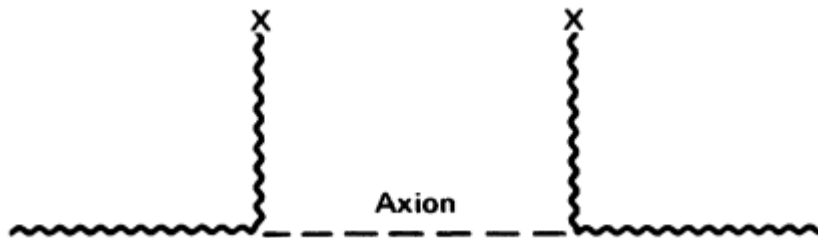


Рисунок 1 — *Диаграмма Фейнмана для одиночного фотона, превращающийся в аксион и обратно в фотон, во внешнем магнитном поле. Источники этого поля обозначены крестиками.*

Ранее [1] изучался одиночный процесс, где фотон преобразовывается в аксион. В данной работе мы сосредоточимся на множественном процессе переходов, то есть будем учитывать аксион-аксионное смешивание. Остановимся на теории с фотоном и двумя аксионами. Рассчитаем вероятности данных переходов (под действием внешнего поля) в зависимости от расстояния до источника (в нашем случае - первичный фотон), чтобы оценить возможность их обнаружения.

.

# Глава 1. Математический формализм

## 1.1 Уравнения движения

Мы начинаем наше обсуждение с вывода уравнений движения для системы двух аксионов и одного фотона, где термин "аксион" в общем случае обозначает любую легкую псевдоскалярную частицу. Лагранжиан данной системы записывается следующим образом.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{(\partial_\mu a_1)^2}{2} - \frac{m_{11}^2 a_1^2}{2} - m_{12}^2 a_1 a_2 + \frac{(\partial_\mu a_2)^2}{2} - \frac{m_{22}^2 a_2^2}{2} + \frac{1}{8}g_1 \tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu} a_1 + \frac{1}{8}g_2 \tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu} a_2 \quad (1.1)$$

Здесь  $a_1$  и  $a_2$  - поля, соответствующие аксионам, и,  $m_{ii}$  их массы соответственно, задающиеся симметричной массовой матрицей,  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}F_{\rho\lambda}$  - дуальный тензор, где  $\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}$  - символ Леви-Чивита. Электромагнитное поле в вакууме описывается двумя пространственными векторами  $F_{i0} = -F_{0i} = E_i$  и  $F_{ij} = \epsilon_{ijk}H_k$  - электрическим и магнитным полями. Они образуют антисимметричный тензор напряженности поля  $F_{\mu\nu}$ , задающийся соотношением ( $A_\nu$  - векторный потенциал электромагнитного поля):

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_x & H_y & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Последние члены описывают сохраняющее СР взаимодействие между псевдоскаляром и электромагнитным полем,  $g_1$  и  $g_2$  - константы связи для аксионов, характеризующие силу взаимодействия с фотоном.  $m_{12}$  - константа, отвечающая за смешивание аксионов друг с другом.  $1/g_i$  имеют размерность энергии. Также удобно пользоваться в единицах измерения Хевисайда-Лоренца  $\hbar = c = k_B = 1$ .

Рассмотрим систему в присутствии внешнего магнитного поля  $\mathcal{B}$ , причем воспользуемся соотношением  $B_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk} = \frac{1}{2} \varepsilon_{0ijk} F_{jk}$ . Запишем для всех этих полей уравнение движения. В качестве полевых переменных можно выбрать  $a_i, A_\nu$  (Сразу раскрыв тензор  $F_{\mu\nu}$ ).

Уравнение движения для  $a_i$ :

$$0 = \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu a_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_i} = \partial_\mu \partial_\mu a_i + m_{ii}^2 a_i + \\ + m_{12}^2 a_j (1 - \delta_i^j) + g_i B_j (\partial_0 A_\nu - \partial_\nu A_0) \quad (1.3)$$

Уравнение движения для  $A_\nu$ :

$$0 = \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu A_\nu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = \partial_\mu \partial_\mu A_\nu - g_1 B_\nu \dot{a}_1 - g_2 B_\nu \dot{a}_2 \quad (1.4)$$

Используем калибровку Кулона  $\text{div } \mathbf{A} = \partial_i A_i = 0$ . Таким образом, скалярный потенциал  $A_0$  равен нулю. Уравнения движения линейно по  $A_\nu$  и  $a_i$ , поэтому решение найти легко. Осуществляя переход в импульсное пространство, плоские волновые решения имеют вид:

$$a_i = a_i(k) e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad A = A(k) e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1.5)$$

Векторный потенциал  $\mathbf{A}$  может быть выражен как сумма его параллельной  $\mathbf{A}_\parallel$  и перпендикулярной  $\mathbf{A}_\perp$  составляющих относительно заданного направления  $\mathbf{z}$ , то есть  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_\parallel + \mathbf{A}_\perp$ . Известно, фотон имеет  $J_z = 1$ , а аксионы имеют  $J_z = 0$ . Преобразование свободного фотона в аксион со спином 0 связано с изменением азимутального  $J_z$  квантового числа углового момента. Однако продольное поле, т.е. поле, которое придает задаче азимутальную симметрию, не может вызвать изменения в  $J$ , и поэтому не даст нам никаких переходов. Таким образом, чтобы обеспечить смешивание, нам нужна поперечная составляющая внешнего поля, что фактически приводит к задаче трёхканального смешивания.

Далее с помощью (1.3-1.5) получаем следующие уравнения стационарной волны для частиц, распространяющихся вдоль оси  $\mathbf{z}$ :

$$\begin{cases} (\omega^2 + \partial_z^2 + m_{11}^2)a_1(k) + m_{12}^2a_2(k) - ig_1B_\nu(\omega + k)A_{\parallel}(k) = 0 \\ (\omega^2 + \partial_z^2 + m_{22}^2)a_2(k) + m_{12}^2a_1(k) - ig_2B_\nu(\omega + k)A_{\parallel}(k) = 0 \\ (\omega^2 + \partial_z^2)A_{\parallel}(k) + ig_1B_\nu\omega a_1(k) + ig_2B_\nu\omega a_2(k) = 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

Сделаем попутно следующие упрощения - представим внешнее магнитное поле в виде  $\mathbf{V} = \mathbf{V}_\perp + \mathbf{V}_\parallel$  относительно заданного направления  $\mathbf{z}$ , при этом пусть оно будет полностью ортогонально волновому вектору, т.е.  $\mathbf{V}_\parallel = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{V}_\perp \mathbf{k} = 0$ . Затем (1.6) можно записать в виде матрицы:

$$\begin{pmatrix} \omega^2 + \partial_z^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 + \partial_z^2 & -i\omega g_1 B_\perp & -i\omega g_2 B_\perp \\ 0 & i\omega B_\perp g_1 & \omega^2 + \partial_z^2 - m_{11}^2 & m_{12}^2 \\ 0 & i\omega B_\perp g_2 & m_{12}^2 & \omega^2 + \partial_z^2 - m_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\perp \\ A_\parallel \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (1.7)$$

Предполагается, что внешнее поле изменяется в пространстве очень медленно по отношению к длинам волн реальных фотонов и аксионов, так что имеем:

$$\omega^2 + \partial_z^2 = (\omega + i\partial_z)(\omega - i\partial_z) \approx (\omega + k)(\omega - i\partial_z) \quad (1.8)$$

Так как  $k = n\omega$ , где показатель преломления  $n$  возьмем за единицу (вакуум), тогда  $(\omega + k) \approx 2\omega$ . Пользуясь (1.8) система упрощается до:

$$\left( \omega - i\partial_z + \begin{pmatrix} 0 & \Delta_{M_1} & \Delta_{M_2} \\ \Delta_{M_1} & \Delta_{a_1} & \Delta_m \\ \Delta_{M_2} & \Delta_m & \Delta_{a_2} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} A_\parallel \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (1.9)$$

где

$$\Delta_{M_i} = \frac{B_\perp g_i}{2}, \quad \Delta_{a_i} = \frac{-m_i^2}{2\omega}, \quad \Delta_m = \frac{m_{12}^2}{2\omega} \quad (1.10)$$

Обозначим за  $M$ , как матрицу смешивания.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_{M_1} & \Delta_{M_2} \\ \Delta_{M_1} & \Delta_{a_1} & \Delta_m \\ \Delta_{M_2} & \Delta_m & \Delta_{a_2} \end{pmatrix}$$

## 1.2 Поиск вероятностей переходов

Пусть лазером рождается фотон при  $t = 0, z = 0$  с энергией  $\omega$ . Один из способов оценить вероятность преобразования фотона в аксион - это ввести матрицу  $\mathcal{M}(z)$  размером  $3 \times 3$  и найти его эволюцию от координаты  $z$ :

$$\begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ a_1(z) \\ a_2(z) \end{pmatrix} = \mathcal{M}(z) \begin{pmatrix} A_{\parallel}(0) \\ a_1(0) \\ a_2(0) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Матрица  $M$ , которая смешивает три поля, может быть диагонализирована путем поворота исходных полей. Так как матрица  $3 \times 3$ , то получим три угла поворота  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , которые определяются следующим методом.

Поворачиваем систему на угол такой  $\theta_3$ , что элемент  $a'_{12}$  стал равным нулю:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} a'_{11} & 0 & a'_{13} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} \\ a'_{13} & a'_{23} & a'_{33} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Условие  $a'_{12} = 0$ :

$$\begin{aligned} a'_{12} &= (\cos^2 \theta_3 - \sin^2 \theta_3) a_{12} - \sin \theta_3 \cos \theta_3 (a_{11} - a_{22}) \\ &= \cos(2\theta_3) a_{12} - \sin(2\theta_3) \frac{a_{11} - a_{22}}{2} = 0. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Тогда находим угол  $\theta_3$ :  $\operatorname{tg}(2\theta_3) = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}$

Аналогично находим углы  $\theta_1, \theta_2$  и приводим матрицу к диагональному виду, где диагональные элементы соответствуют собственным значениям  $\lambda_i$  матрицы  $M$ .



$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a'_{11} & 0 & a'_{13} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} \\ a'_{13} & a'_{23} & a'_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} a''_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a''_{22} & a''_{23} \\ 0 & a''_{23} & a''_{33} \end{pmatrix}, \quad \operatorname{tg}(2\theta_2) = \frac{2a'_{13}}{a'_{11} - a'_{33}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a''_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a''_{22} & a''_{23} \\ 0 & a''_{23} & a''_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad \operatorname{tg}(2\theta_1) = \frac{2a''_{23}}{a''_{22} - a''_{33}} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Таким образом решения уравнений движения выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A_{\parallel}(z) \\ a_1(z) \\ a_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\lambda_1 z} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\lambda_2 z} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\lambda_3 z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_{\parallel}(0) \\ a'_1(0) \\ a'_2(0) \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

Возвращаясь к исходным координатам получаем нужную нам матрицу  $\mathcal{M}(z)$ :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\lambda_1 z} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\lambda_2 z} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\lambda_3 z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} = \\
& = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & M_{22} & M_{23} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} \end{pmatrix} = \mathcal{M}(z) \tag{1.19}
\end{aligned}$$

Амплитуда перехода фотон-аксион или аксион-фотон определяется недиагональными членами в  $\mathcal{M}(z)$ :

$$\begin{aligned}
P_{\gamma \rightarrow a_1}(z) = |M_{12}|^2 = \frac{1}{4} \{ & (\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2)^2 + \\
& + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) + \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) \sin \theta_3)^2 + \sin \theta_1^2 \cdot \sin(2\theta_2)^2 - \\
& - (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2)(\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) + \\
& + \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) \cdot \sin \theta_3^2) \cos((\lambda_1 - \lambda_2)z) + \\
& + \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) [(\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2) \cos((\lambda_1 - \\
& - \lambda_3)z) + (\cos \theta_1 \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) + \sin \theta_1 \sin 2\theta_3 \sin \theta_3^2) \cos((\lambda_2 - \lambda_3)z)] \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{\gamma \rightarrow a_2}(z) = |M_{13}|^2 = \frac{1}{4} \{ & (\sin(\theta_1) \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \cos \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2)^2 + \\
& + (\cos \theta_2 \sin(2\theta_3) \sin(\theta_1) + \sin(2\theta_3) \sin \theta_3 \cos \theta_1)^2 + \sin \theta_1^2 \cdot \sin(2\theta_2)^2 + \\
& + (\sin(\theta_1) \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \cos \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2)(\cos \theta_2 \sin(2\theta_3) \sin(\theta_1) + \\
& + \sin(2\theta_3) \sin \theta_3 \cos \theta_1) \cos((\lambda_1 - \lambda_2)z) + \\
& + \sin \theta_1 \sin(2\theta_2) [(\sin(\theta_1) \cos \theta_2 \sin(2\theta_3) - \cos \theta_1 \sin(2\theta_2) \cos \theta_3^2) \cos((\lambda_1 - \\
& - \lambda_3)z) - (\cos \theta_2 \sin(2\theta_3) \sin(\theta_1) + \sin(2\theta_3) \sin \theta_3 \cos \theta_1) \cos((\lambda_2 - \lambda_3)z)] \}
\end{aligned}$$

Вероятность обнаружить опять фотон (например, аксион пролетит сквозь стену и превратится обратно в фотон) будет определяться как:

$$\begin{aligned}
P_{\gamma \rightarrow \gamma}(z) = |M_{11}|^2 = & \cos^4 \theta_2 + \sin^4 \theta_2 + \\
& + \frac{1}{2} \sin(2\theta_2)^2 (\cos(\theta_3)^2 \cos((\lambda_1 - \lambda_3)z) + \sin(\theta_3)^2 \cos((\lambda_1 - \lambda_2)z))
\end{aligned}$$

При этом должно выполняться соотношение:

$$P_{\gamma \rightarrow \gamma}(z) + P_{\gamma \rightarrow a_1}(z) + P_{\gamma \rightarrow a_2}(z) = 1 \tag{1.20}$$

Стоит отметить, что при отсутствии внешнего магнитного поля, фотон не будет преобразовываться в аксион, но вероятность перехода одного аксиона в другой не равна при этом нулю:

$$P_{a_1 \rightarrow a_2}(z) = \sin^2(2\theta_1) \sin^2\left(\frac{(\lambda_2 - \lambda_3)z}{2}\right)$$

## Глава 2. Программная проверка

Для проверки правильности формул и анализа изменения вероятности перехода от расстояния до источника мы воспользуемся численным моделированием с использованием Python. Прежде всего, определим значения констант.

Значения констант возьмем из экспериментов, ссылающихся в [1]. Для частоты фотона  $\omega$  мы выберем значение приблизительно равное 2.4 эВ. Напряженность магнитного поля может быть принята порядка  $B_{\perp} = 4 \times 10^{12}$  Гаусс =  $7,8 \times 10^{10}$  эВ<sup>2</sup>, энергия аксиона равна 10 кэВ,  $g_i$  порядка  $10^{-12}$ – $10^{-13}$  ГэВ<sup>-1</sup>. Тогда массы аксионов  $m_i$  находятся в диапазоне  $10^{-3}$ – $10^{-2}$  эВ. Такого же порядка возьмем за константу смешивания аксионов  $m_{12}$ .

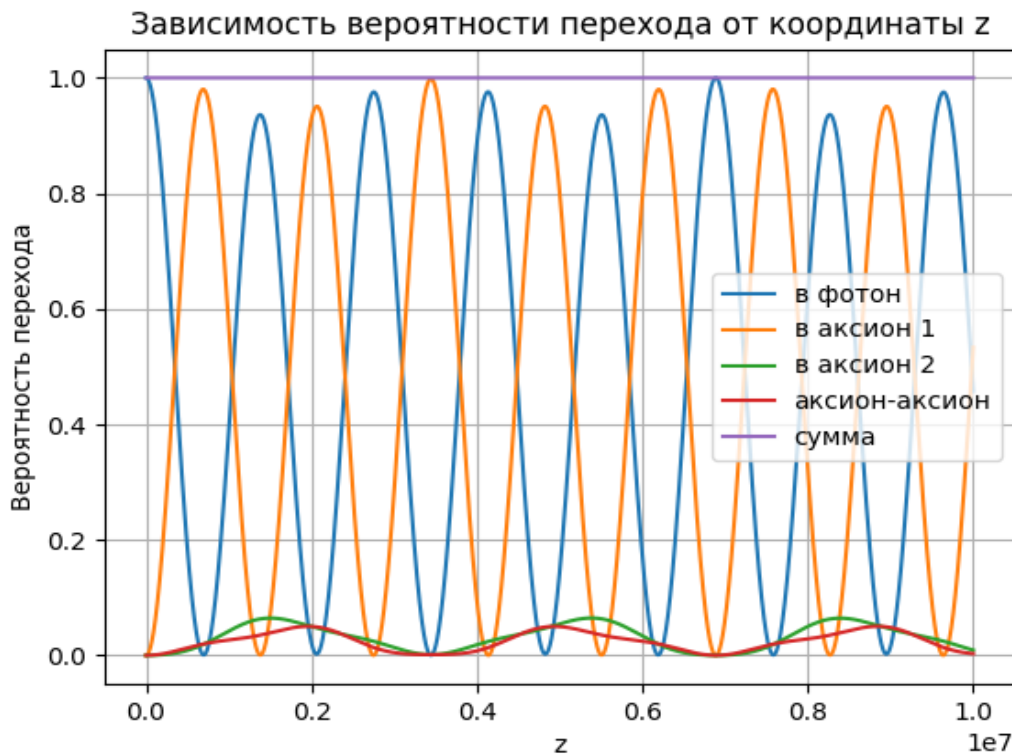


Рисунок 1.1 — График зависимости вероятностей, от расстояния до источника. Константы соответствуют следующим величинам, обеспечивая сильный поток аксионов:  $g_1 = 6 \times 10^{-12}$  ГэВ<sup>-1</sup>,  $g_2 = 10^{-12}$  ГэВ<sup>-1</sup>,  $m_{11} = 10^{-2}$  эВ,  $m_{22} = 5 \times 10^{-3}$  эВ,  $m_{12} = 10^{-3}$  эВ.



Рисунок 1.2 — График зависимости вероятностей, от расстояния до источника. Константы соответствуют следующим величинам:  $g_1 = 4.2 \times 10^{-13} \text{ ГэВ}^{-1}$ ,  $g_2 = 10^{-12} \text{ ГэВ}^{-1}$ ,  $m_{11} = 10^{-3} \text{ эВ}$ ,  $m_{22} = 3 \times 10^{-3} \text{ эВ}$ ,  $m_{12} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ эВ}$ .

Варьирование констант взаимодействия и масс аксионов приводит к двум видам графиков. Рисунок 1.1 соответствует случаю максимального смешивания фотона с одним аксионом, в то время как Рисунок 1.2 демонстрирует биения. При изменении значений констант изменяются амплитуды функций. Можно заметить, что один аксион оказывается подавленным по вероятностям перехода. Здесь и в дальнейшем термин «сумма» обозначает проверку формулы (1.20), при этом вероятность аксион-аксионного смешивания не входит. Отметим, что для всех графиков (Рисунки 1.1-1.2) отлично выполняется данное соотношение.

Будем варьировать значения  $V_{\perp}$ . При уменьшении поля, вероятность задетектировать фотон  $P_{\gamma \rightarrow \gamma}$  стремиться к единице. Уменьшается так же «частота превращений». Однако при этом увеличивается вероятность смешивания аксионов  $P_{a_1 \rightarrow a_2}$ . При отсутствии внешнего поля (Рисунок 1.3),

вероятность  $P_{a_1 \rightarrow a_2}$  достигает своих максимальных значений. К переходам приводит наличие недиагональных членов в матрице, то есть за счет  $m_{12}$  приводит смешивание. Мы можем забыть про фотон и диагонализировать две квадратичные формы – кинетический и массовый члены для  $a_1$  и  $a_2$ . Таким образом получим новые состояния, которые действительно не будут переходить друг в друга

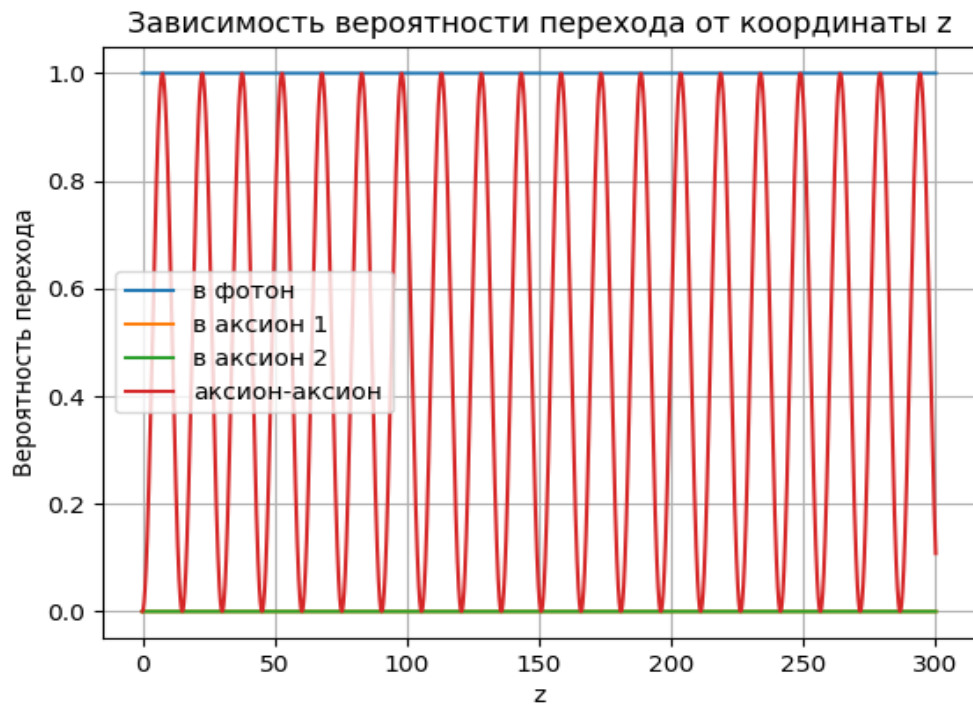


Рисунок 1.3 — График зависимости вероятностей, от расстояния до источника, при отсутствии внешнего магнитного поля. Константы соответствуют следующим величинам:  $m_{11} = 10^{-3}$ эВ,  $m_{22} = 1.4 \times 10^{-2}$ эВ,  $m_{12} = 10^{-3}$ эВ

По сравнению со случаем с одним аксионом (Рисунок 1.4), рассмотренный в [1], вероятность перехода фотон в фотон существенно отличается, чем со случаем двух аксионов (Рисунок 1.1-1.2). Вероятность "выживания" фотона в системе с двумя аксионами меньше, чем с одним аксионом, что указывает на важность учета множественных аксионов в системе

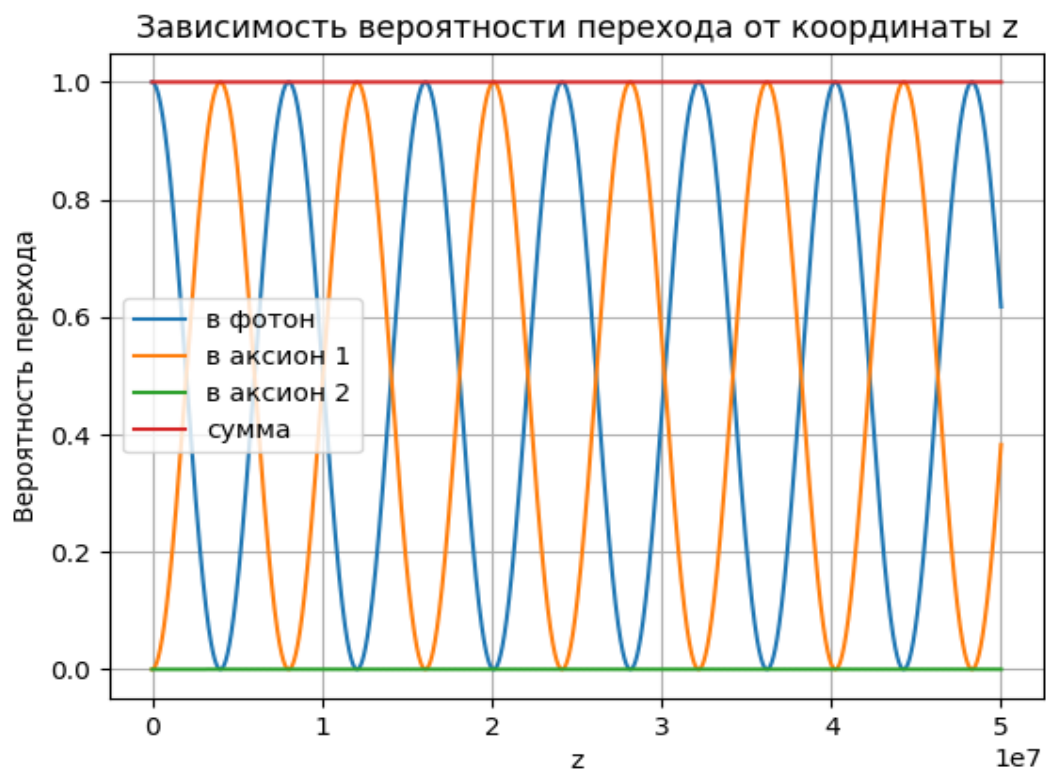


Рисунок 1.4 — График зависимости вероятностей, от расстояния до источника, при отсутствии второго аксиона

## Заключение

В данной работе была исследована система с фотоном и двумя аксионами. Были получены уравнения движения для каждого поля, получена матрица смешивания, по которой после процедуры диагонализации были рассчитаны вероятности переходов фотона в аксионы и обратно в фотон, учитывая аксион-аксионное смешивание.

Во второй части работы была выполнена проверка выведенных формул, которая позволила получить следующие выводы:

- Вероятность "выживания" фотона в системе с двумя аксионами отлична по сравнению со случаем одного аксиона, что указывает на важность учета множественных аксионов в системе.
- Один аксион оказывается подавленным по вероятностям перехода;
- Обнаружено, что вероятности перехода одного аксиона в другой при отсутствии внешнего поля не являются нулевыми. Можно "забыть" о фотоне и диагонализировать одновременно две квадратичные формы - кинетический и массовый члены для  $a_1$  и  $a_2$ . В результате появляются новые состояния, которые не переходят друг в друга. Однако, они могут взаимодействовать через фотон при наличии ненулевого магнитного поля



## Список литературы

- [1] Georg Raffelt and Leo Stodolsky, Phys. Rev. D37, 1237 (1988).
- [2] В.А.Рубаков. Классические калибровочные поля: Бозонные теории: Учебное пособие. М.: КомКнига, 2005. - 296 с
- [3] Raffelt G. 1996, Stars as Laboratories for Fundamental Physics

## Приложение

Код для численного моделирования на Python:

```
1. import numpy as np
2. import matplotlib.pyplot as plt
3. import cmath
4.
5. # Определение параметров
6. B = 7.8*10**10
7. #B = 1.953*10*3
8. w = 2.4
9. g_1 = 2*10**-3
10. g_2 = 4*10**-4
11. a = 10**(-3)
12. m_11=a*2
13. m_22=a*10
14. m_12=10**-10
15. a_11=0
16. a_12 = B * g_1 / 2
17. a_22 = -m_11**2 / (2 * w)
18. a_23 = m_12**2 / (2 * w)
19. a_13 = B * g_2 / 2
20. a_33 = -m_22**2 / (2 * w)
21.
22.
23. #процедура диагонализации
24. theta_3 = a_12 / a_22
25. a12=0
26. a11= np.cos(theta_3)**2 * a_11 - np.sin(2 * theta_3) * a_12 + np.sin(theta_3)**2 * a_22
27. a13 = np.cos(theta_3) * a_13 - np.sin(theta_3) * a_23
28. a22= np.sin(theta_3)**2 * a_11 + np.sin(2 * theta_3) * a_12 + np.cos(theta_3)**2 * a_22
29. a23=np.sin(theta_3) * a_13 + np.cos(theta_3) * a_23
30. a33= a_33
31.
32. theta_2 = a13 / (a11 - a33)
33. a_11= np.cos(theta_2)**2 * a11 - np.sin(2 * theta_2) * a13 + np.sin(theta_2)**2 * a33
34. a_12=np.cos(theta_2) * a12 - np.sin(theta_2) * a23
35. a_13=0
36. a_22= a22
37. a_23= a12 * np.sin(theta_2) + a23 * np.cos(theta_2)
38. a_33= np.sin(theta_2)**2 * a11 + np.sin(2 * theta_2) * a13 + np.cos(theta_2)**2 * a33
39.
40. theta_1 = -a_23 / (a_22 - a_33)
41. # собственные значения
42. lambda_1= a_11
43. lambda_2 = np.cos(theta_1)**2 * a_22 - np.sin(2 * theta_1) * a_23 + np.sin(theta_1)**2 * a_33
44. lambda_3 = np.sin(theta_1)**2 * a_22 + np.sin(2 * theta_1) * a_23 + np.cos(theta_1)**2 * a_33
45.
46. # возвращаемся к исходным координатам
47. def parameters(z):
48.     a_11 = cmath.exp(1j * lambda_1 * z)
49.     a_12 = 0
50.     a_22 = cmath.exp(1j * lambda_2 * z)
51.     a_23 = 0
52.     a_13 = 0
53.     a_33 = cmath.exp(1j * lambda_3 * z)
54.
55.     a11 = np.cos(theta_3) ** 2 * a_11 - np.sin(2 * theta_3) * a_12 + np.sin(theta_3) ** 2 * a_22
56.     a12 = np.cos(theta_3) * a_11 * np.sin(theta_3) + a_12 * np.cos(2 * theta_3) - np.sin(theta_3)
57.     a13 = np.cos(theta_3) * a_13 - np.sin(theta_3) * a_23
58.     a22 = np.sin(theta_3) ** 2 * a_11 + np.sin(2 * theta_3) * a_12 + np.cos(theta_3) ** 2 * a_22
59.     a23 = np.sin(theta_3) * a_13 + np.cos(theta_3) * a_23
60.     a33 = a_33
61.
62.     a_11 = np.cos(theta_2) ** 2 * a11 - np.sin(2 * theta_2) * a13 + np.sin(theta_2) ** 2 * a33
```

```

63.     a_12 = np.cos(theta_2) * a12 - np.sin(theta_2) * a23
64.     a_13 = np.cos(theta_2) * a11 * np.sin(theta_2) + a13 * np.cos(2 * theta_2) - np.sin(theta_2)
        * a33 * np.cos(theta_2)
65.     a_22 = a22
66.     a_23 = a12 * np.sin(theta_2) + a23 * np.cos(theta_2)
67.     a_33 = np.sin(theta_2) ** 2 * a11 + np.sin(2 * theta_2) * a13 + np.cos(theta_2) ** 2 * a33
68.
69.
70.     M11 = a_11
71.     M12= a_12 * np.cos(theta_1) - a_13 * np.sin(theta_1)
72.     M13=a_12 * np.sin(theta_1) + a_13 * np.cos(theta_1)
73.
74.     return M11, M12, M13
75.
76. #Функция вычисления вероятностей перехода
77. def probability_photon_to(z):
78.     resultp11, resultp12, resultp13 = parameters(z)
79.     resultm11, resultm12, resultm13 = parameters(-z)
80.     photon = resultp11 * resultm11
81.     axion1 = resultp12 * resultm12
82.     axion2 = resultp13 * resultm13
83.     sum_probability= probability1 + probability2 + probability3
84.     return photon.real, axion1.real, axion2.real, sum_probability.real
85.
86. z_values = np.linspace(0, 0.0000005, 10000)
87. probabilities1 = []
88. probabilities2 = []
89. probabilities3 = []
90. probabilities4 = []
91. #вычисление вероятностей
92. for z in z_values:
93.     p1, p2, p3, p4 = probability_photon_to(z)
94.     probabilities1.append(p1)
95.     probabilities2.append(p2)
96.     probabilities3.append(p3)
97.     probabilities4.append(p4)
98.
99. # Построение графика
100.     plt.plot(z_values, probabilities1, label = 'в фотон')
101.     plt.plot(z_values, probabilities2, label = 'в аксион 1')
102.     plt.plot(z_values, probabilities3, label = 'в аксион 2')
103.     plt.plot(z_values, probabilities4, label = 'сумма')
104.     plt.title('Зависимость вероятности перехода от координаты z')
105.     plt.xlabel('z')
106.     plt.ylabel('Вероятность перехода')
107.     plt.grid(True)
108.     plt.legend()
109.     plt.show()

```