

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА»  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА  
«ИЗЛУЧЕНИЕ АКСИОНОПОДОБНЫХ ЧАСТИЦ ОТ  
СВЕРХНОВЫХ ТИПА Ia»

Выполнил студент:

443 группы

Давыдов Д. Д.

---

подпись студента

Научный руководитель:

д-р физ.-мат. наук Троицкий С. В.

---

подпись научного руководителя

Допущена к защите

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

подпись зав. кафедрой

Москва  
2023

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение. Постановка задачи</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Обзорная часть</b>	<b>5</b>
2.1	Сверхновая типа Ia как источник аксионов . . . . .	5
2.2	Используемая модель сверхновой типа Ia . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Модель рождения аксионов в сверхновой типа Ia</b>	<b>7</b>
3.1	Эффект Примакова в звездах . . . . .	7
3.2	Построение спектра аксионов от сверхновой типа Ia . . . . .	9
3.3	Спектр аксионов от сверхновой типа Ia . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Осцилляции</b>	<b>13</b>
4.1	Получение уравнений типа Шредингера . . . . .	13
4.2	Вероятность в системе двух смешанных состояний . . . . .	15
4.3	Поток фотонов от сверхновой SN 2014J . . . . .	18
4.4	Рабочая область параметров . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Формализм Фон Неймана</b>	<b>20</b>
5.1	Теоретическая часть . . . . .	20
5.2	Практическая часть . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Заключение</b>	<b>24</b>
6.1	Выводы . . . . .	24
6.2	Научные результаты . . . . .	25
	Список используемой литературы . . . . .	26

# Глава 1

## Введение. Постановка задачи

Стандартная модель физики частиц описывает свойства известной материи с невероятной высокой точностью. Однако она не может рассматриваться как полная и фундаментальная теория. Стоит отметить, что стандартная модель не дает удовлетворительного объяснения для значений описывающих ее параметров, как и не дает теории квантовой гравитации, обладающей предсказательной силой. Еще одним фактом служит невозможность объяснить происхождение темного сектора во Вселенной в ее рамках. На самом деле, то, что Вселенная почти на тридцать процентов состоит из темной материей, служит очень веским поводом в пользу существования частиц за пределами Стандартной модели.

Что удивительно, кандидаты на роль темной материи автоматически появляются в ряде расширений Стандартной модели, которые первоначально были мотивированы совершенно другими причинами. Одним из таких примеров служит модель суперсимметричных партнеров, таких как нейтралино или гравитино. Другим не менее известным примером служат аксионы, которые возникают в расширениях стандартной модели, решающие проблему сохранения  $CP$  — инвариантности, или аксионоподобные частицы.

На сегодняшний день существует множество экспериментов по прямому обнаружению аксионов, таких как ABRACADABRA [1], CAST [2] или IAXO [3], однако ни один из них пока не подтвердил существование этих частиц.

Аксионы могут конвертироваться в фотоны во внешнем магнитном или электрическом полях. Данное свойство этих частиц подталкивает на мысль об их косвенном обнаружении за счет сильных источников полей, например, Солнца [4], магнетаров [5] или сверхновых типа Ia [6]. Образовываясь в недрах звезд и затем покидая их, аксионы могут долететь до Земли, превратиться в фотон, который задетектирует телескоп. При взрыве сверхновой типа Ia про-

исходит мощный выброс таких частиц. Соответственно, некоторый всплеск электромагнитного излучения должен зафиксировать телескоп, направленный в сторону такой сверхновой в момент ее взрыва. Из этой идеи строится задача данной работы: теоретически предсказать количество фотонов от сверхновых типа Ia и попытаться найти их в данных телескопов.

# Глава 2

## Обзорная часть

### 2.1 Сверхновая типа Ia как источник аксионов

В данной работе мы будем использовать сверхновую типа Ia в качестве источника аксионов и аксионоподобных частиц.

Сверхновые типа Ia - подкатегория сверхновых звезд; они являются результатом термоядерного взрыва вещества космического светила — белого карлика. Примером может послужить сверхновая в галактике NGC4666, сфотографированная 24 декабря 2014 года. Механизм взрыва таких астрофизических объектов может быть связан как с аккреционным механизмом, так и со слиянием двух белых карликов. Однако в этой работе результаты вычислений никак не связаны с механизмом взрыва. Стоит отметить, что энерговыделение таких светил в десятки тысяч раз больше, чем у Солнца:  $10^{43}$ эрг/сек и  $10^{33}$ эрг/сек соответственно. Этот факт является одной из причин, почему в качестве источника мы выбрали сверхновые типа Ia.



Рис. 2.1: Сверхновая типа Ia в галактике NGC4666 [8]

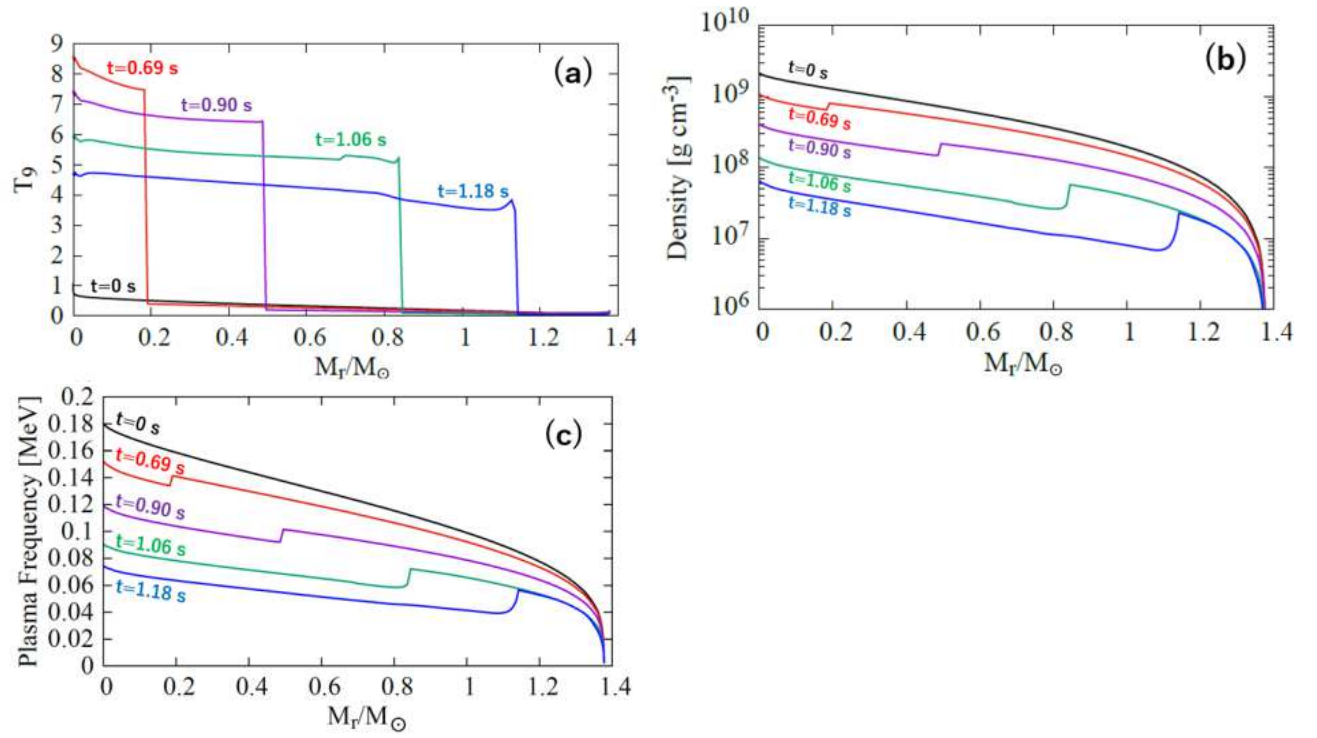


Рис. 2.2: Профили температуры (а), плотности (b), и плазменной частоты (с) в зависимости от массы  $M_r$  в W7 модели [7].

## 2.2 Используемая модель сверхновой типа Ia

Сверхновые типа Ia, как уже описывалось выше, являются результатом термоядерного взрыва белого карлика, состоящего, в основном, из углерода и кислорода. В моделях, где рассматриваются массы, близкие к пределу Чандрасекара, возникает аккреция на белый карлик, вследствие чего его масса приближается к пределу Чандрасекара. В результате в центре запускается синтез углерода, а звезда становится нестабильной. В этой работе мы используем W7 [7] в качестве модели для сверхновых типа Ia, которая является одномерной моделью с "pure deflagration".

Рис. 2.2 показывает профили температуры, плотности, и плазменной частоты в W7 модели, где:

$$M_r = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' \quad (2.1)$$

и  $T_9$  — это температура в единицах  $10^9 K$ . Дефлаграция начинается в центре и распространяется к поверхности. Начальная плотность порядка  $10^9 \text{ гсм}^{-3}$ , так как звезда близка к пределу Чандрасекара. Во время взрыва звезда расширяется, поэтому плотность падает со временем.

# Глава 3

## Модель рождения аксионов в сверхновой типа Ia

### 3.1 Эффект Примакова в звездах

Двухфотонное взаимодействие пионов или других псевдоскаляров разрешает существование конвертации  $a \leftrightarrow \gamma$  во внешнем электрическом или магнитном полях ( см. рис. 3.1 ). Этот процесс впервые был предложен Г. Примаковым для изучения взаимодействия  $\pi^0$  мезона и  $\gamma$ , которое трудно измерить экспериментально в распадах  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  [9]. В звездах данный процесс позволяет рожать легкокасивные псевдоскаляры [10].

Дифференциальное поперечное сечение для данного процесса выглядит следующим образом (мишень с зарядом  $Ze$ ):

$$\frac{d\sigma_{\gamma \rightarrow a}}{d\Omega} = \frac{g_{a\gamma}^2 Z^2 \alpha}{8\pi} \frac{|\mathbf{k}_\gamma \times \mathbf{k}_a|^2}{q^4} \quad (3.1)$$



Рис. 3.1: Эффект Примакова между аксионом или другими псевдоскалярами и фотонами во внешнем электромагнитном поле [11].

где  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_\gamma - \mathbf{k}_a$  передача импульса, энергии фотона и аксиона одинаковые.

В плазме дальнедействующий Кулоновский потенциал обрезается за счет эффектов экранирования, поэтому дифференциальное поперечное сечение модифицируется фактором  $\mathbf{q}^2/(k_s^2 + \mathbf{q}^2)$  ([11]), а фактор  $k_s^2$  дается формулой Дебая - Хюккеля:

$$k_s^2 = \frac{4\pi\alpha}{T} n_B (Y_e + \sum_j Z_j^2 Y_j) \quad (3.2)$$

где  $n_B = \rho/m_u$  (в единицах атомной массы  $m_u$ ) — барионная плотность, тогда как  $Y_e$  и  $Y_j$  — количество электронов на один барион и на единицу различных ядерных частиц  $j$  соответственно. С учетом этой модификации рассчитывается полное поперечное сечение [12]. Суммируя всевозможные мишени, мы можем получить выражение для скорости перехода фотона с энергией  $\omega$  в аксион той же самой энергии:

$$\Gamma_{\gamma \rightarrow a} = \frac{g_{a\gamma}^2 T k_s^2}{32\pi} \left[ \left( 1 + \frac{k_s^2}{4\omega^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{4\omega^2}{k_s^2} \right) - 1 \right]. \quad (3.3)$$

Пренебрегая плазменной частотой для начального состояния фотонов, мы можем найти энерговыделение аксионов в единицу объема:

$$Q = \int \frac{2d^3\mathbf{k}_\gamma}{(2\pi)^3} \frac{\Gamma_{\gamma \rightarrow a} \omega}{e^{\omega/T} - 1} = \frac{g_{a\gamma}^2 T^7}{4\pi} F(\kappa^2), \quad (3.4)$$

где  $\kappa \equiv k_s/2T$  и

$$F(\kappa^2) = \frac{\kappa^2}{2\pi^2} \int_0^\infty dx \left[ \left( x^2 + \kappa^2 \right) \ln \left( 1 + \frac{x^2}{\kappa^2} \right) - x^2 \right] \frac{x}{e^x - 1} \quad (3.5)$$

с использованием замены переменных  $x = \omega/T$ . Данная функция показана на Рис. 3.2. В стандартной модели Солнца  $\kappa^2 \approx 12$  внутри него с вариацией меньше, чем 15%. В ядре звезд, находящихся на горизонтальной ветви, с плотностью  $\rho = 10^4 \text{ г/см}^3$  и  $T = 10^8 \text{ К}$  значение  $\kappa^2 \approx 2.5$ .



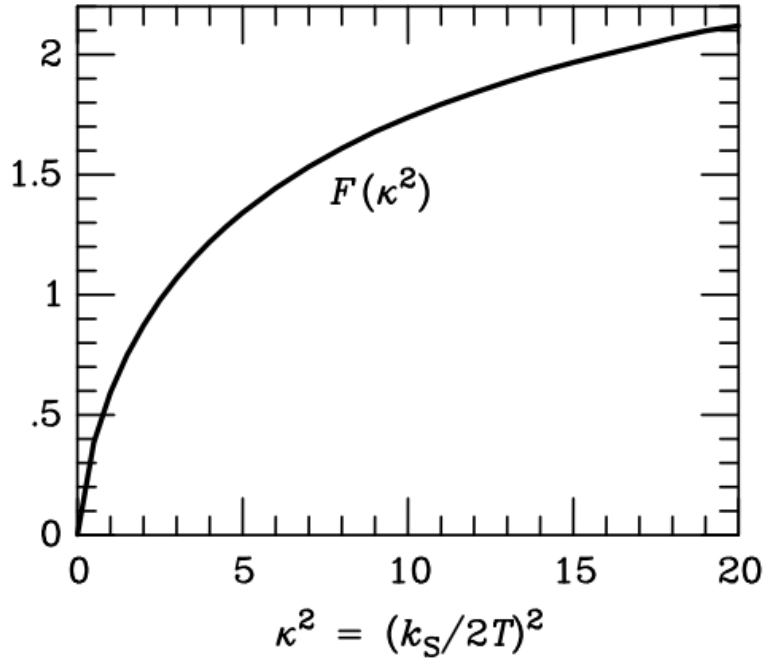


Рис. 3.2: Функция  $F(\kappa^2)$  согласно уравнению (3.5) [11].

## 3.2 Построение спектра аксионов от сверхновой типа Ia

В данном разделе нашей целью будет получение спектра аксионов от сверхновой типа Ia (пока мы не конкретизируем, от какой именно сверхновой), зависящий от времени после взрыва. Исходить мы будем от выражения (3.4), выражающего энерговыделение аксионов в единицу объема. Запишем его, явно подставив функцию  $F(\kappa^2)$  из (3.5) и переменную  $x$  в виде  $\omega/T$ :

$$Q = \int_0^\infty \frac{g_{a\gamma}^2 T^7}{4\pi} \frac{\kappa^2}{2\pi^2} \left[ \left( \left[ \frac{\omega}{T} \right]^2 + \kappa^2 \right) \ln \left( 1 + \left[ \frac{\omega}{T\kappa} \right]^2 \right) - \left[ \frac{\omega}{T} \right]^2 \right] \times \\ \times \frac{\omega/T}{e^{\omega/T} - 1} d\left( \frac{\omega}{T} \right) \quad (3.6)$$

Нас интересует количество аксионов в диапазоне энергий  $(\omega, \omega + d\omega)$ , поэтому запишем выражение для  $Q$  в следующем виде:

$$Q = \int_0^\infty \frac{dQ}{d\omega} d\omega \quad (3.7)$$

Сравнивая выражения (3.6) и (3.7) и вводя обозначение

$q(m) \equiv q\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right) = \frac{dQ}{d\omega}\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right)$ , получим:

$$q(m) = \frac{g_{a\gamma}^2 T^6(m) \kappa^2(m)}{8\pi^3} \frac{\omega/T(m)}{e^{\omega/T(m)} - 1} \times \\ \times \left[ \left( \left[ \frac{\omega}{T(m)} \right]^2 + \kappa^2(m) \right) \ln \left( 1 + \left[ \frac{\omega}{T} \right]^2 \left( \frac{1}{\kappa(m)} \right)^2 \right) - \left[ \frac{\omega}{T(m)} \right]^2 \right] \quad (3.8)$$

Теперь явно распишем  $\kappa^2(m)$  и  $k_s^2$ :

$$\kappa^2(m) = \frac{k_s^2}{4T^2(m)} \quad (3.9)$$

$$k_s^2 = \frac{4\pi\alpha}{T(m)} \frac{\rho(m)}{m_u} (Y_e + \sum_j Z_j^2 Y_j) \quad (3.10)$$

Из этих выражений видно, что температура и плотность зависят от параметра  $m$ . Поэтому на этом шаге мы берем модель W7 сверхновой типа Ia, изложенной в 2.2, однозначно задавая таким образом функции для  $T$  и  $\rho$  через  $m = M_r/M_\odot$ .

Однако теперь нужно разобраться с последним множителем в выражении (3.10). Если мы будем рассматривать приближение, в котором звезда содержит в себе электронно-ядерную плазму с ядрами водорода и гелия, то получим (конечно, еще есть углерод и кислород, однако их включение незначительно изменит значение) :

$$(Y_e + \sum_j Z_j^2 Y_j) = 2.625 \quad (3.11)$$

Следующим шагом в нашем рассуждении будет интегрирование функции  $q(m)$  по объему. Этот интеграл — функция энергии аксионов, то есть, считая интеграл с шагом  $d\omega$ , мы получим интересующий нас спектр аксионов в определенный момент времени после взрыва сверхновой. Однако температура и плотность являются не только функциями  $m$ , но и времени после взрыва  $t$ , поэтому мы будем смотреть на спектр, зависящий в том числе и от этого параметра.

Для вычисления интеграла нужно выписать следующие несложные выражения:

$$M_r = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr' \quad (3.12)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (3.13)$$

Соответствующий интеграл будет выглядеть как:

$$\int_0^R q(m) 4\pi r^2 dr = \int_0^{M_R} q\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right) \frac{dM_r}{\rho(r)} = \int_0^{1.4} q\left(\frac{M_r}{M_\odot}\right) \frac{d(M_r/M_\odot)}{\rho(r)/M_\odot} \quad (3.14)$$

### 3.3 Спектр аксионов от сверхновой типа Ia

Интегралы мы считали численно на языке "питон". На Рис. 3.3 представлен спектр в разные моменты времени после взрыва сверхновой. Видно, что со временем максимум спектра смещается в сторону меньших энергий, что, в целом, можно было ожидать. Однако менее очевидным результатом является рост пика с течением времени и последующий его спад в точке  $t = 1.06$  секунд после взрыва. Интерпретировать данный результат можно следующим образом: аксионы в основном образуются в центре звезды, где выше температура и плотность, поэтому им необходимо некоторое время, чтобы выбраться из звезды. Для наглядности результата этот же график приведен на Рис. 3.4 в 3D варианте. Энерговыделение мы получили в терминах эВ с поверхности всей звезды, и пока это не несет информации о том, сколько фотонов за счет таких аксионов прилетит на Землю, чтобы их увидел телескоп. Для ответа на этот вопрос необходимо перейти к следующему шагу в нашей работе — изучение распространения аксионов в галактике и межгалактическом пространстве.

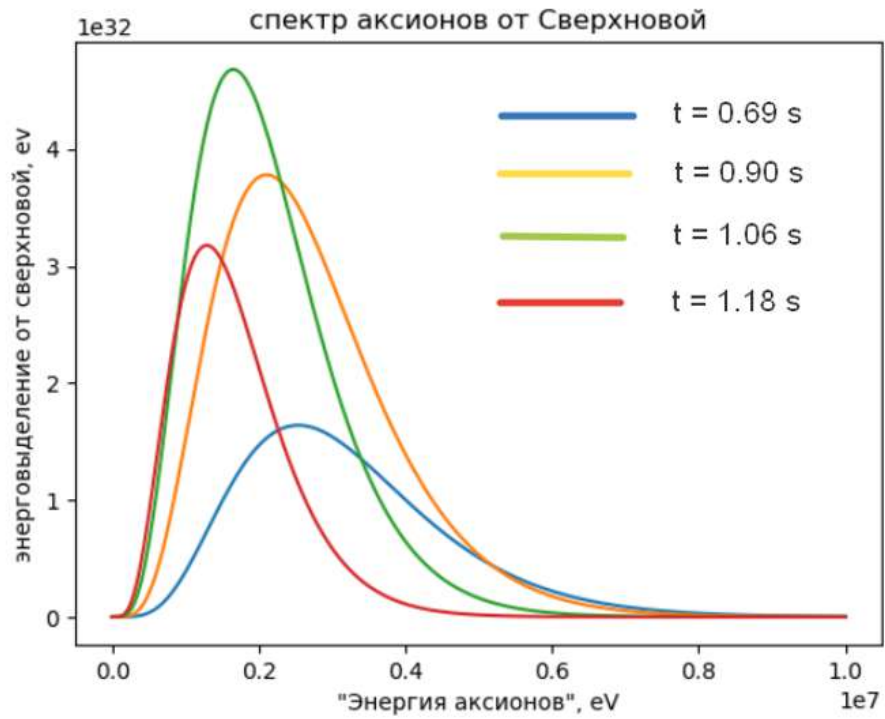


Рис. 3.3: Спектр аксионов от сверхновой типа Ia в разные моменты времени после взрыва.

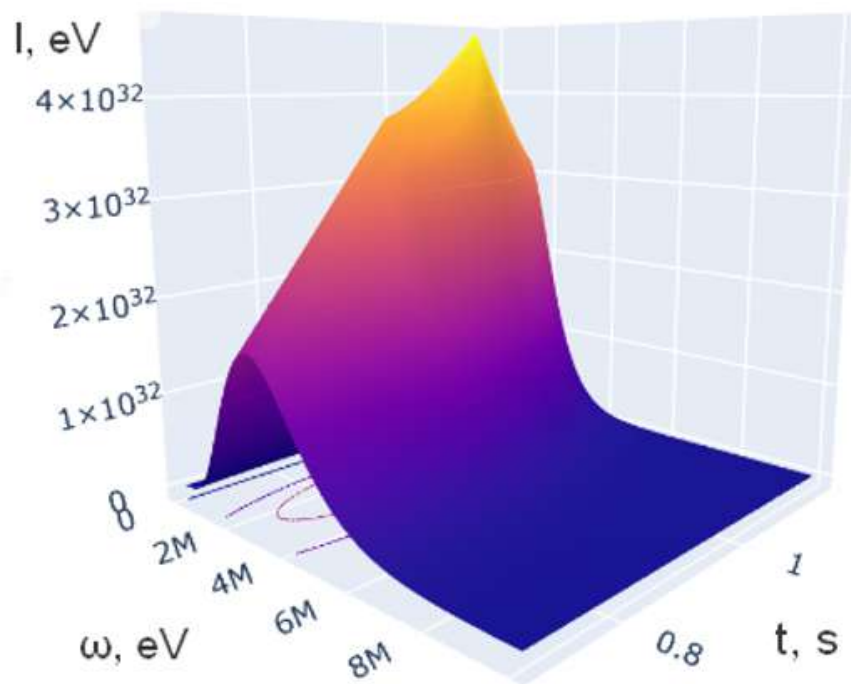


Рис. 3.4: Спектр аксионов от сверхновой типа Ia в разные моменты времени после взрыва.

# Глава 4

## Осцилляции

### 4.1 Получение уравнений типа Шредингера

Множество методов по поиску аксионов основывается на слабой константе взаимодействия между ними и фотонами. Лагранжиан аксион-фотонной системы в вакууме без каких-либо поправок на квантовую электродинамику выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu a \partial^\mu a - m_a^2 a^2) + \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (4.1)$$

где  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  — тензор электромагнитного поля,  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}F_{\rho\lambda}$  — дуальный тензор электромагнитного поля,  $a, m_a$  — аксионное поле и его масса соответственно. Отвечающий за взаимодействие член может быть переписан через электрическое и магнитное поля:  $\frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma} a (\vec{E}, \vec{B})$ . Уравнения аксионной электродинамики могут быть получены из лагранжиана (4.1) [13], [14]:

$$\vec{\nabla} \vec{E} = -g_{a\gamma\gamma} \vec{B} \vec{\nabla} a, \quad (4.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (4.3)$$

$$\vec{\nabla} \vec{B} = 0, \quad (4.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + g_{a\gamma\gamma} \dot{a} \vec{B} + g_{a\gamma\gamma} \vec{\nabla} a \times \vec{E}, \quad (4.5)$$

$$\square a + m_a^2 a = g_{a\gamma\gamma} \vec{E} \vec{B}. \quad (4.6)$$

Предположим, как это нередко бывает, что существует внешнее большое постоянное однородное магнитное поле  $\vec{B}_0$ , а возмущения векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  распространяются вдоль него. Во многих астрофизических сценариях внешнее электрическое поле  $\vec{E}_0$  может быть положено равным нулю. Более того, так как мы имеем дело с распространением электромагнитных волн, достаточно описать только  $E$ -компоненту. Беря ротор от (4.3), используя уравнение (4.5) и учитывая большое внешнее постоянное магнитное поле, мы приходим к модифицированному волновому уравнению в аксионной электродинамике:

$$\square \vec{E} + \nabla(\nabla \vec{E}) = -g_{a\gamma\gamma} \ddot{a} \vec{B}_0 \quad (4.7)$$

Вдобавок к этому уравнению запишем:

$$\square a + m_a^2 a = g_{a\gamma\gamma} \vec{E} \vec{B}_0 \quad (4.8)$$

Дальше рассмотрим простой случай: электромагнитная волна и аксион распространяются вдоль оси  $z$  в статическом и однородном внешнем магнитном поле  $\vec{B}_0$ . Поперечную компоненту магнитного поля  $\vec{B}_0$  мы выберем в качестве направления оси  $x$ , и именно эта компонента войдет в уравнения движения исходя из (4.8) [15]. Также стоит отметить, что только одна поляризация  $E_{\parallel} = E_x$  взаимодействует с аксионом, конвертируясь в него и обратно, для другой же поляризации  $\vec{E} \vec{B}$  исчезает.

Факторизируя по временной зависимости  $e^{i\omega t}$ , мы приходим к следующей паре уравнений:

$$\begin{pmatrix} \omega^2 + \partial_z^2 - m_a^2 & \omega g_{a\gamma\gamma} B(z) \\ \omega g_{a\gamma\gamma} B(z) & \omega^2 + \partial_z^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ E_{\parallel}/\omega \end{pmatrix} = 0 \quad (4.9)$$

Уравнения второго порядка могут быть решены численно. Однако есть другой подход, заключающийся в их линеаризации и последующего получения аналитического результата из уравнений первого порядка. Детали линеаризации зависят от дисперсионного соотношения для аксиона  $\omega^2 = m_a^2 + k^2$ , где  $k$  — волновой вектор, который несильно меняется в зависимости от случаев релятивистского и нерелятивистского аксиона. Для ультрарелятивистских аксионов  $k \approx \omega$ , поэтому:

$$\omega^2 + \partial_z^2 = (\omega + i\partial_z)(\omega - i\partial_z) \approx 2\omega(\omega - i\partial_z) \quad (4.10)$$

С учетом этого равенства линеаризованные уравнения принимают более простой вид:

$$\begin{pmatrix} \omega - i\partial_z - \frac{m_a^2}{2\omega} & \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} \\ \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} & \omega - i\partial_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ E_{\parallel}/\omega \end{pmatrix} = 0 \quad (4.11)$$

Эти уравнения типа Шредингера описывают поведение системы двух смешанных состояний. Однако нас интересует вероятность "задетектировать" фотон или аксион в зависимости от их пройденного расстояния  $L$  [16], [18]. Нахождением этой вероятности мы займемся в следующем разделе.

## 4.2 Вероятность в системе двух смешанных состояний

Для начала перепишем уравнение (4.11) в следующем виде:

$$i\partial_z \begin{pmatrix} E_{\parallel}/\omega \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega & \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} \\ \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} & \omega - \frac{m_a^2}{2\omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel}/\omega \\ a \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Здесь мы явно получили вид матрицы смешивания. Чтобы написать решение этого уравнения, необходимо совершить поворот базисных векторов, то есть перейти к другому базису, в котором матрица смешивания имеет диагональный вид, то есть:

$$\begin{pmatrix} E'_{\parallel}/\omega \\ a' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} E_{\parallel}/\omega \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel}/\omega \\ a \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Для нахождения угла  $\theta$  найдем условие, при котором происходит диагонализация матрицы смешивания:

$$UMU^{-1} = U \begin{pmatrix} \omega & \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} \\ \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2} & \omega - \frac{m_a^2}{2\omega} \end{pmatrix} U^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} \omega + g_{a\gamma\gamma}B(z)\sin\theta\cos\theta - \frac{m_a^2}{2\omega}\sin^2\theta & \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) - \frac{m_a^2}{2\omega}\sin\theta\cos\theta \\ \frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)}{2}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) - \frac{m_a^2}{2\omega}\sin\theta\cos\theta & \omega - g_{a\gamma\gamma}B(z)\sin\theta\cos\theta - \frac{m_a^2}{2\omega}\sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Отсюда следует, что недиагональные элементы зануляются, если

$$\tan 2\theta = 2\frac{g_{a\gamma\gamma}B(z)/2}{m_a^2/2\omega} \quad (4.14)$$

Теперь можно выписать "одночастичные" состояния в диагональном базисе:

$$|a'(t, L)\rangle = -\sin\theta e^{-i\lambda_1 L} \left| \frac{E_{||}}{\omega} \right\rangle + \cos\theta e^{-i\lambda_2 L} |a\rangle \quad (4.15)$$

$$\left\langle \frac{E'_{||}}{\omega}(t, L) \right| = \cos\theta e^{-i\lambda_1 L} \left\langle \frac{E_{||}}{\omega} \right| - \sin\theta e^{-i\lambda_2 L} \langle a| \quad (4.16)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — собственные значения матрицы смешивания  $M$ :

$$\lambda_{1,2} = \omega - \frac{m_a^2}{4\omega} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{m_a^2}{2\omega}\right)^2 + (g_{a\gamma\gamma}B(z))^2} \quad (4.17)$$

С учетом нормировки базисных векторов и их ортогональности найдем следующий матричный элемент:

$$\left\langle \frac{E'_{||}}{\omega}(0) \right| a'(t, L) \rangle = -\cos\theta \sin\theta e^{-i\lambda_1 L} + \sin\theta \cos\theta e^{-i\lambda_2 L} \quad (4.18)$$

Для нахождения интересующей нас вероятности возведем этот матричный элемент по модулю в квадрат:

$$P_{\gamma \rightarrow a}(L) = \left| \left\langle \frac{E'_{||}}{\omega}(0) \right| a'(t, L) \right\rangle \right|^2, \quad (4.19)$$

получим

$$P_{\gamma \rightarrow a}(L) = \cos^2\theta \sin^2\theta \left(1 + 1 - 2 \cos \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{L}\right), \quad (4.20)$$



или

$$P_{\gamma \rightarrow a}(L) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2} L \right). \quad (4.21)$$

Расписывая квадрат синуса через тангенс и учитывая (4.17) и (4.14), мы получаем окончательный ответ:

$$P_{\gamma \rightarrow a}(L) = \frac{(g_{a\gamma\gamma} B)^2}{(m_a^2/2\omega)^2 + (g_{a\gamma\gamma} B)^2} \sin^2 \left( \frac{\Delta_{osc}}{2} L \right), \quad (4.22)$$

где

$$\Delta_{osc}^2 = (m_a^2/2\omega)^2 + (g_{a\gamma\gamma} B)^2. \quad (4.23)$$

Еще раз отметим, что полученную вероятность нельзя интерпретировать как вероятность превратиться фотону в аксион или обратно. Она показывает, с какой вероятностью мы сможем задетектировать, например, фотон на расстоянии  $L$  от исходной точки, где был аксион. То есть мы получаем функцию, зависящую от  $L$ , другими словами, осцилляции вероятности в системе двух смешанных состояний.

Теперь зададимся вопросом: а при каких условиях вероятность принимает максимальное значение (или близкое к максимальному)? Во-первых, мы должны увеличить первый множитель, отвечающий за степень режима смешивания, устремив его к единице. Во-вторых, необходимо увеличить квадрат синуса, приблизив его к  $\pi/2$ . Таким образом, мы получаем условия максимального смешивания:

$$\left( \frac{m_a^2}{2\omega} \right)^2 \gg (g_{a\gamma\gamma} B)^2 \quad (4.24)$$

$$g_{a\gamma\gamma} \geq \frac{\pi}{BL} \quad (4.25)$$

К этим условиям мы вернемся позже. Сейчас стоит отметить, что максимально возможное значение этой вероятности есть  $2/3$  (грубо говоря, если в начальный момент времени было распределение  $(1/3, 1/3, 1/3)$ , то на расстоянии  $L$  будет  $(0, 2/3, 1/3)$  (первый столбец отвечает за аксионы, третий за поляризацию фотона, которая не смешивается)). Мы задаемся данным вопросом, так как хотим узнать, сколько фотонов прилетит на Землю в самом лучшем сценарии. Если даже в этом случае мы получим очень маленькое число, то продолжать исследование в этом направлении не имеет смысла.

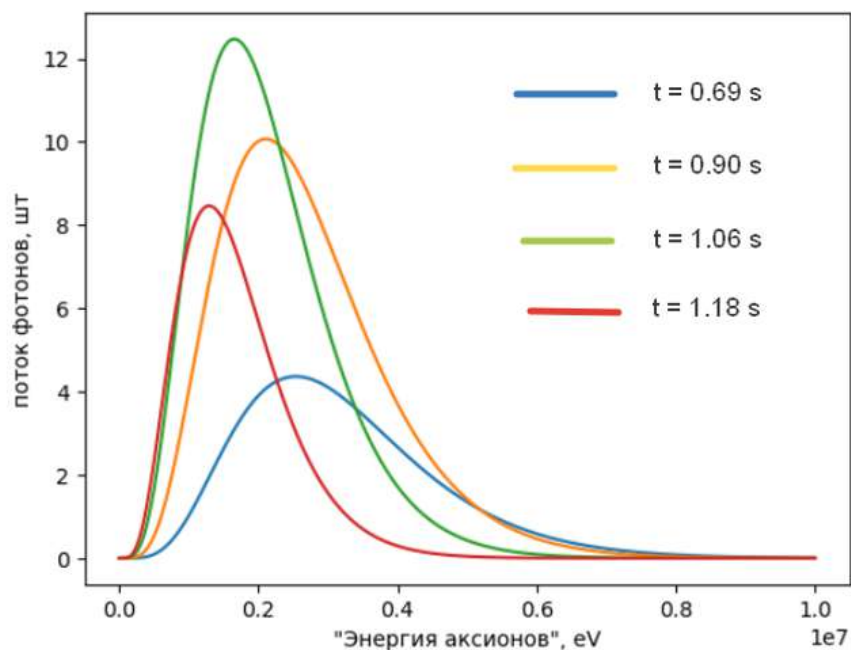


Рис. 4.1: Поток фотонов на Земле, который увидит телескоп площадью  $2 \text{ м}^2$ , от SN 2014J.

### 4.3 Поток фотонов от сверхновой SN 2014J

Безусловно, для подсчета фотонов нам необходимо знать расстояние до сверхновой, поэтому на этом этапе мы конкретизируем, от какого именно астрофизического объекта мы будем считать поток. Мы решили взять открытую в 2014 году в галактике Messier 82 "Сигара" сверхновую типа Ia SN2014J — ближайшую к Земле сверхновую этого типа за последние 40 лет. Находится данное светило на расстоянии 3,5 Мпк от нашей галактики. Для осмысленного результата мы возьмем телескоп площадью  $2 \text{ м}^2$  и посмотрим, сколько фотонов с какими энергиями он увидит. На рис. 4.1 показан данный поток (энергии фотонов совпадают с энергиями аксионов). Видно, что значения по вертикали соответствуют порядку 10 фотонов. Современные телескопы могут детектировать фотоны с высокой точностью, поэтому данный результат говорит о том, что продолжать исследование в этом направлении имеет смысл, задетектировать такие фотоны представляется возможным.

### 4.4 Рабочая область параметров

Следующим пунктом в нашем рассуждении является выяснение области параметров теории: константы взаимодействия  $g_{a\gamma\gamma}$  и массы аксиона  $m_a$ . Действительно, если мы получим участок, который на сегодняшний день экспериментально закрыт, то мы возвращаемся к вопросу о бессмысленности

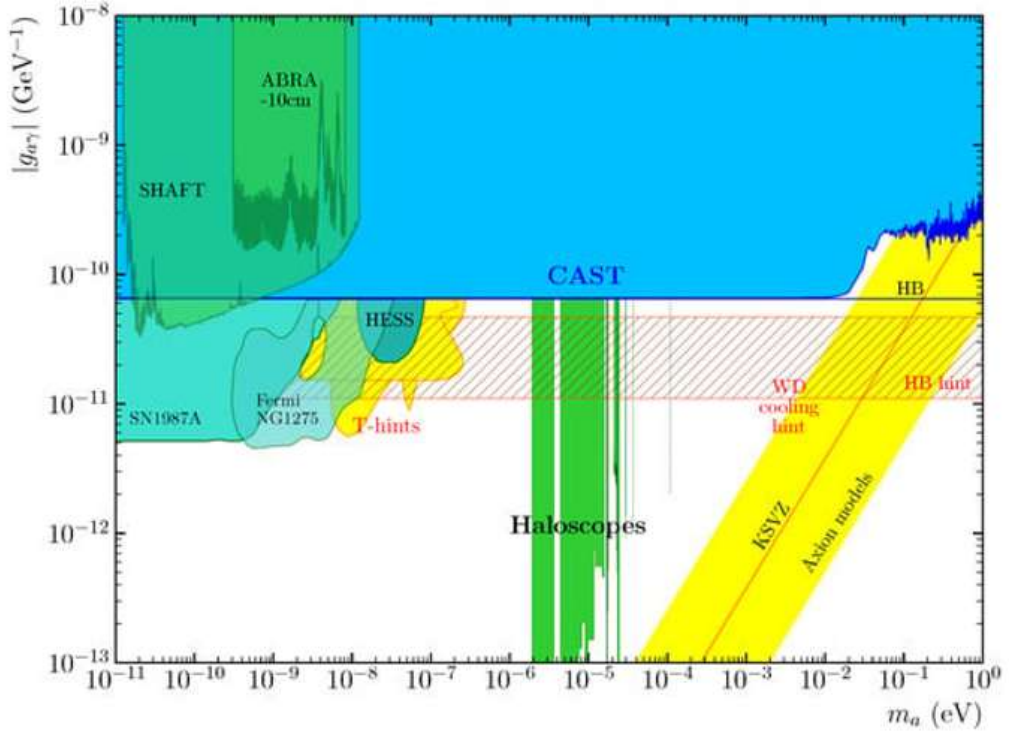


Рис. 4.2: Существующие ограничения на области параметров массы аксиона и константы взаимодействия [17].

дальнейших вычислений и анализов, так как таких частиц просто нет. Для ответа на данный вопрос нам нужно вернуться к условиям максимального смешивания (4.24) и (4.25). Энергии аксионов нам известны исходя из спектра, расстояние до SN 2014J мы знаем, однако непонятно, какое значение магнитного поля следует брать, ведь существует множество моделей магнитных полей в галактиках и межгалактическом пространстве. В качестве нулевого приближения мы постулируем следующее: магнитное поле в галактике порядка  $10^{-6}$  Гс, а в межгалактическом пространстве порядка  $10^{-9}$  Гс. Исходя из всего вышперечисленного, мы получаем следующую область параметров нашей теории (по порядку величин):

$$g_{a\gamma\gamma} \approx 10^{-13} \text{GeV}^{-1} \quad (4.26)$$

$$m_a \approx 10^{-11} \text{GeV}^{-1} \quad (4.27)$$

Поставлены ли ограничения на эту область параметров? Рис. 4.2 показывает существующие на сегодняшний день ограничения. Из него видно, что область, в которой мы работаем, открыта. Это опять говорит нам о том, что продолжать исследование имеет смысл.

# Глава 5

## Формализм Фон Неймана

### 5.1 Теоретическая часть

В качестве следующего шага мы будем численно находить вероятность при заданных параметрах задачи и смотреть, будем ли мы получать максимальное смешивание или нет. Для этой цели мы будем использовать формализм фон Неймана с матрицей плотности.

В этом формализме матрица плотности подчиняется уравнению Лиувилля:

$$i \frac{d\rho(y)}{dy} = [\rho(y), \mathcal{M}(\omega, y)], \quad (5.1)$$

где матрица смешивания имеет вид:

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & g_{a\gamma\gamma} B_1 \\ 0 & 0 & g_{a\gamma\gamma} B_2 \\ g_{a\gamma\gamma} B_1 & g_{a\gamma\gamma} B_2 & \frac{m_a^2}{\omega} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

а компоненты магнитного поля  $B_1$  и  $B_2$  направлены вдоль двух поляризаций фотона. Однако, ограничиваясь нулевым приближением, мы сразу положим их одинаковыми друг другу и равными либо  $10^{-6}$  Гс, либо  $10^{-9}$  Гс.

Для начального неполяризованного чистого состояния фотона:

$$\rho(0) = \text{diag}(1/2, 1/2, 0). \quad (5.3)$$

Вероятность наблюдать неполяризованный фотон на расстоянии  $y$  от источника задается суммой  $\rho_{11}(y) + \rho_{22}(y)$  компонент решения  $\rho(y)$  уравнения (5.1) с начальным условием (5.3). Здесь мы предполагаем, что два состояния фотона и одно состояние аксиона распространяются вдоль направления  $y$  с

энергиями  $\omega$  [19]. Полное выражение для матрицы плотности может быть найдено в [18], вклады, неучтенные в (5.2), могут быть отброшены для энергий, расстояний и полей, изучаемых в этой работе.

## 5.2 Практическая часть

Решать уравнение (5.1) мы будем следующим образом: вначале представим решение для матрицы плотности в виде суммы реальной и мнимой частей:

$$\rho(y) = \rho_{\text{вещ}} + i\rho_{\text{мн}} \quad (5.4)$$

Далее подставим это в (5.1) и обозначим коммутатор, стоящий в правой части уравнения, через  $K$ , получим:

$$i\frac{d\rho_{\text{вещ}}}{dy} - \frac{d\rho_{\text{мн}}}{dy} = K = K_{\text{вещ}} + iK_{\text{мн}} \quad (5.5)$$

Получаем систему из 18 действительных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{\text{мн}}(y)}{dy} = -K_{\text{вещ}}, \\ \frac{d\rho_{\text{вещ}}(y)}{dy} = K_{\text{мн}}. \end{cases}$$

С этой системой справляется язык "python" (scipy.integrate.odeint), решая систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Результаты вычислений для разных параметров показаны на рис. 5.1 - 5.6. Для всех графиков мы брали энергию  $\omega = 2 * 10^7 \text{ eV}$  и массу  $m_a = 10^{-11} \text{ eV}$ . На рис. 5.1, 5.2, 5.3 мы положили  $B_1 = 0$  Гс, поэтому начальное условие для матрицы плотности изменится на  $\rho(0) = \text{diag}(0, 1, 0)$ . На рис. 5.1 и 5.2 видно, что система находится в режиме сильного смешивания, когда магнитное поле совпадает с полем галактики, и условия (4.24) и (4.25) для параметров (4.26) и (4.27) выполняются (численные длины осцилляций совпадают с рассчитанными теоретически в (4.22) и (4.23)), тем самым мы получаем "сшивку" теоретических расчетов и численных. Однако в межгалактическом пространстве эти условия не выполняются, что видно на рис. 5.3. Это означает, что мы работаем в следующем сценарии: сильное смешивание происходит только в галактиках, а между ними частицы не переходят друг в друга, их число в этот момент не меняется. Аналогичные результаты можно получить, если включить магнитное поле  $B_1$ , помня про начальное условие (5.3). Это показано на рис. 5.4, 5.5 и 5.6.

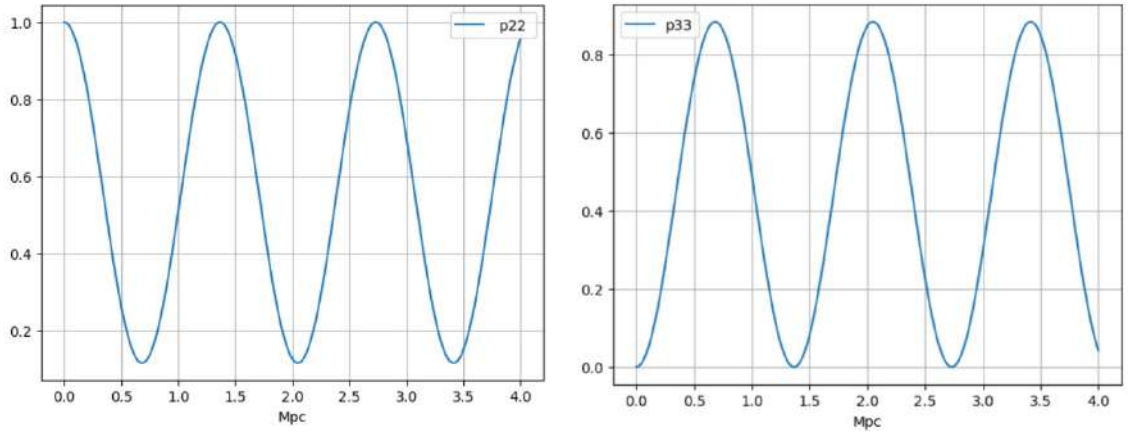


Рис. 5.1: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-13} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = 0 \text{ Гс}$ ,  $B_2 = 10^{-6} \text{ Гс}$

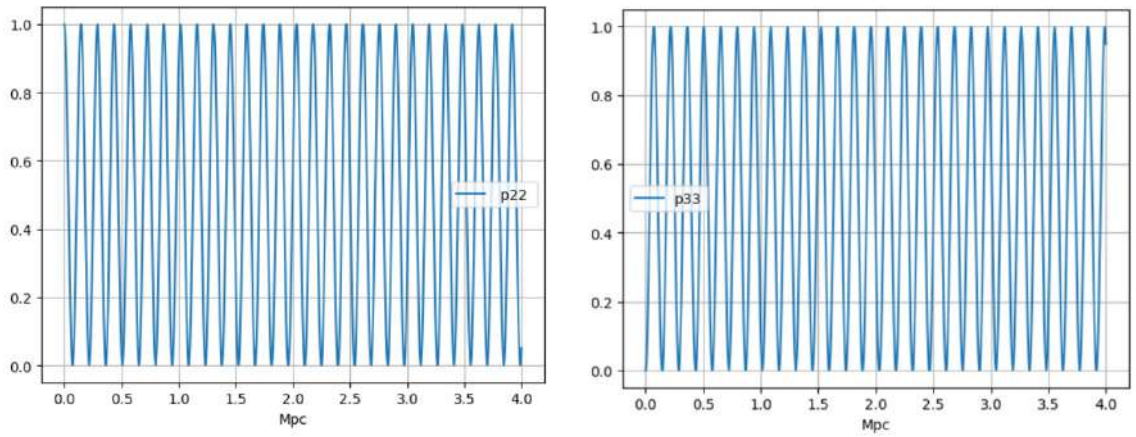


Рис. 5.2: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = 0 \text{ Гс}$ ,  $B_2 = 10^{-6} \text{ Гс}$

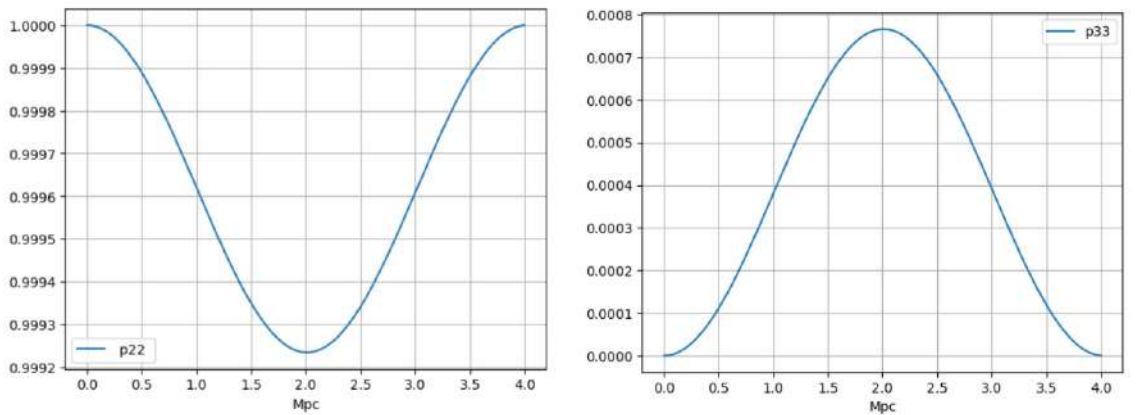


Рис. 5.3: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = 0 \text{ Гс}$ ,  $B_2 = 10^{-9} \text{ Гс}$

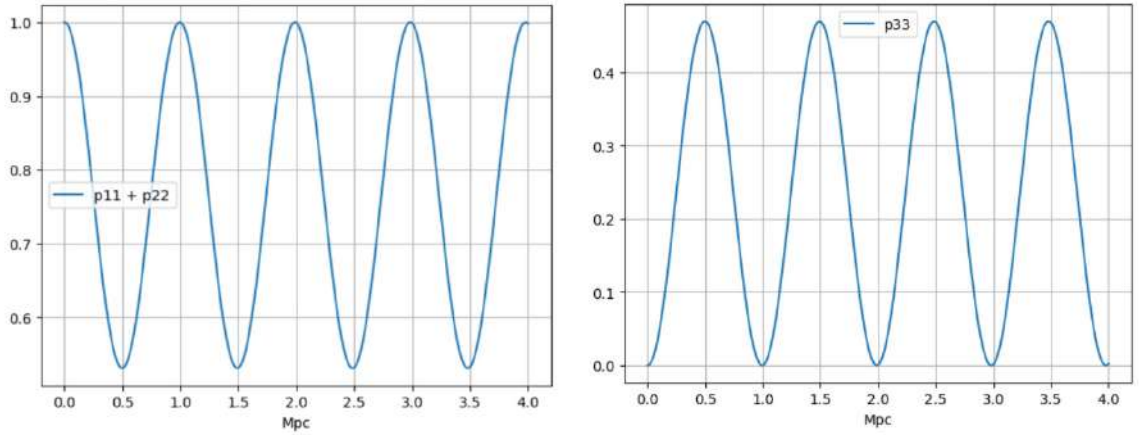


Рис. 5.4: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-13} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = B_2 = 10^{-6} \text{ Гс}$

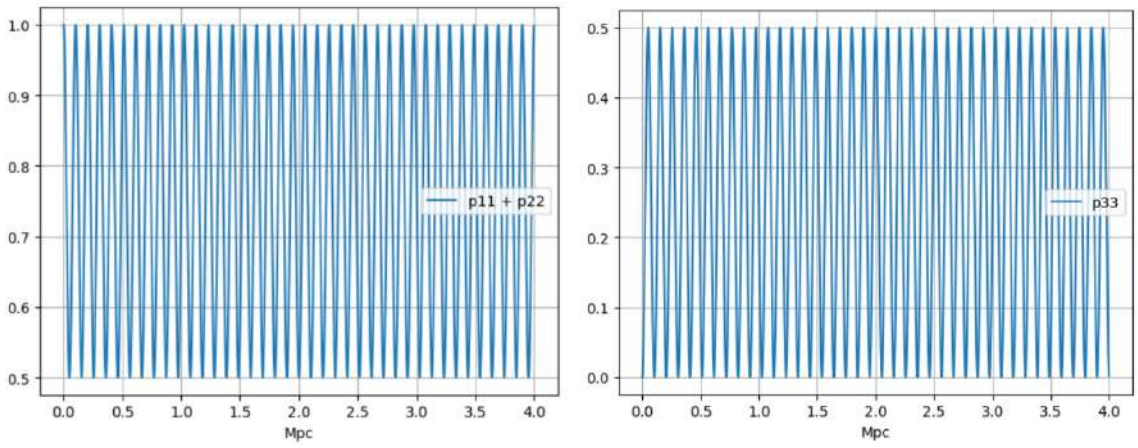


Рис. 5.5: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = B_2 = 10^{-6} \text{ Гс}$

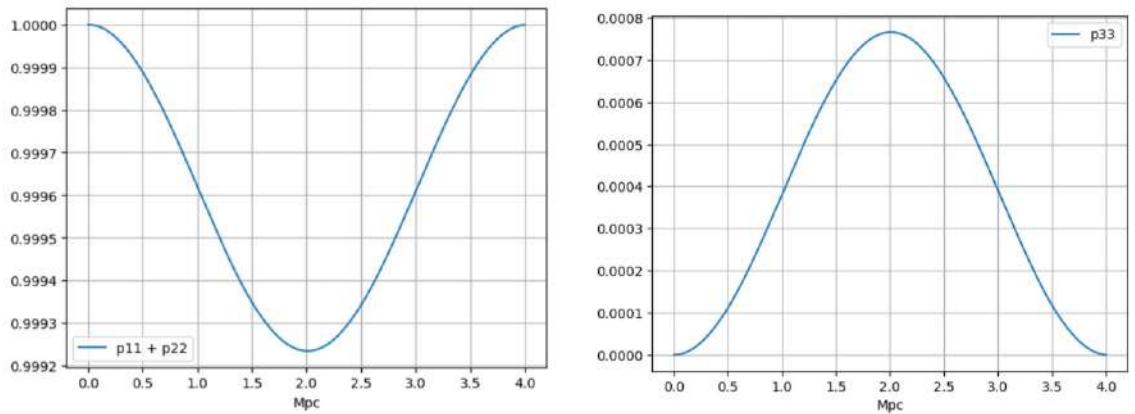


Рис. 5.6: Осцилляции вероятности при следующих параметрах:  
 $g_{a\gamma\gamma} = 10^{-12} \text{ GeV}^{-1}$ ,  $B_1 = B_2 = 10^{-9} \text{ Гс}$

# Глава 6

## Заключение

### 6.1 Выводы

Первым пунктом в подытоживании результатов является построение модели рождения легких аксионов в термоядерной сверхновой типа Ia. Для этого был рассмотрен эффект Примакова в звездах и использована W7 модель сверхновой. Результаты приведены в виде спектра, свойства которого, стоит отметить, неочевидны и проанализированы в 3.3.

Также не менее важным результатом является изучение распространения аксионов в галактиках и межгалактическом пространстве и его свойств. Для этого была решена система из уравнений типа Шредингера, и в этом формализме получена вероятность наблюдения той или иной частицы на расстоянии  $L$  от источника излучения. Показана рабочая область параметров теории и проиллюстрирована мотивация работы в изучении данного региона, не являющегося экспериментально закрытым на сегодняшний день. Был построен поток фотонов, приходящих на Землю от сверхновой SN 2014J. Их относительно немалое количество говорит о возможности телескопа задетектировать соответствующий сигнал, что показывает мотивацию изучения данной задачи.

Все вышеперечисленное свидетельствует о следующем: основным выводом данной работы является подготовка материала для дальнейших исследований. Это означает, что задача была "на развилке": если бы был получен безнадежный эффект, заключающийся, например, в малом количестве фотонов, прилетающих на Землю, то на этом этапе можно было бы остановиться. Однако проведенная работа показывает, что данный эффект не является таковым, что свидетельствует о возможности более детальных исследований в этом направлении в дальнейшем.



## 6.2 Научные результаты

В ходе данной работы показано, что эффект излучения аксионов и аксионоподобных частиц от мало изученных с этой точки зрения сверхновых типа Ia не является безнадежным и бессмысленным, и что его можно искать в будущих исследованиях. Конечно, в данном случае мы ограничились нулевым приближением магнитного поля, полагая его постоянным в галактике и межгалактическом пространстве. Однако для поиска данного эффекта такого приближения недостаточно, и необходимо сделать более точные вычисления магнитного поля в зависимости от направления на сверхновую. Данный шаг является следующим этапом в нашем исследовании.

# Литература

- [1] C. P. Salemi, J. W. Foster, J. L. Ouellet, A. Gavin, K. M. Pappas, S. Cheng, K. A. Richardson, R. Henning, Y. Kahn, R. Nguyen, N. L. Rodd, B. R. Safdi, L. Winslow, Search for low-mass axion dark matter with ABRACADABRA-10 cm, *Physical Review Letters* 127 (8) (aug 2021). doi:10.1103/physrevlett.127.081801.
- [2] T. Dafni, F. J. Iguaz, Axion helioscopes update: the status of cast and iaxo (2015). arXiv:1501.01456.6
- [3] J. Galan, Axion search with babyiaxo in view of iaxo (2020). arXiv:2012.06634.6
- [4] I. Arnquist, F. Avignone, A. Barabash, C. Barton, K. Bhimani, E. Blalock, B. Bos, M. Busch, M. Buuck, T. Caldwell, Y.-D. Chan, C. Christofferson, P.-H. Chu, M. Clark, C. Cuesta, J. Detwiler, Y. Efremenko, H. Ejiri, S. Elliott, G. Giovanetti, M. Green, J. Gruszko, I. Guinn, V. Guiseppe, C. Haufe, R. Henning, D. H. Aguilar, E. Hoppe, A. Hostiuc, M. Kidd, I. Kim, R. Kouzes, T. L. V., A. Li, A. Lopez, J. L´opezCasta˜no, E. Martin, R. Martin, R. Massarczyk, S. Meijer, T. Oli, G. Othman, L. Paudel, W. Pettus, A. Poon, D. Radford, A. Reine, K. Rielage, N. Ruof, D. Schaper, D. Tedeschi, R. Varner, S. Vasilyev, J. Wilkerson, C. Wiseman, W. Xu, C.-H. Yu, B. Z. and, Search for solar axions via axion-photon coupling with the Majorana demonstrator, *Physical Review Letters* 129 (8) (aug 2022). doi:10.1103/physrevlett.129.081803.
- [5] J.-F. Fortin, H.-K. Guo, S. P. Harris, E. Sheridan, K. Sinha, Magnetars and axion-like particles: probes with the hard x-ray spectrum, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2021 (06) (2021) 036.doi:10.1088/1475-7516/2021/06/036.
- [6] K. Mori, Heavy axion-like particles and MeV decay photons from nearby type ia supernovae, *Publications of the Astronomical Society of Japan* 73 (5) (2021) 1382–1388.doi:10.1093/pasj/psab082.

- [7] K. Nomoto, F. K. Thielemann, K. Yokoi, Accreting white dwarf models for type I supern. III. Carbon deflagration supernovae., 286 (1984) 644–658. doi:10.1086/162639.
- [8] <https://www.universetoday.com/117715/end-the-year-with-a-bang-see-a-bright-supernova-in-virgo/>
- [9] H. Primakoff, Photo-production of neutral mesons in nuclear electric fields and the mean life of the neutral meson, Phys. Rev. 81 (1951) 899–899. doi:10.1103/PhysRev.81.899.
- [10] D. A. Dicus, E. W. Kolb, V. L. Teplitz, R. V. Wagoner, Astrophysical bounds on the masses of axions and higgs particles, Phys. Rev. D 18 (1978) 1829–1834. doi:10.1103/PhysRevD.18.1829.
- [11] G. G. Raffelt, Stars as laboratories for fundamental physics: The astrophysics of neutrinos, axions, and other weakly interacting particles, 1996.
- [12] G. G. Raffelt, Astrophysical axion bounds diminished by screening effects, Phys. Rev. D 33 (1986) 897–909. doi:10.1103/PhysRevD.33.897.
- [13] Wilczek, F. Two Applications of Axion Electrodynamics. Phys. Rev. Lett. 1987, 58, 1799. doi: 10.1103/PhysRevLett.58.1799.
- [14] Battye, R.A.; Garbrecht, B.; McDonald, J.I.; Pace, F.; Srinivasan, S. Dark matter axion detection in the radio/mm waveband. Phys. Rev. D 2020, 102, 023504, [arXiv:astro-ph.CO/1910.11907]. doi: 10.1103/PhysRevD.102.023504
- [15] P. Tinyakov, M. Pshirkov, S. Popov, Astroparticle Physics with Compact Objects, Universe 7 (11) (2021) 401. arXiv:2110.12298, doi:10.3390/universe7110401.
- [16] G. Raffelt, L. Stodolsky, Mixing of the Photon with Low Mass Particles, Phys. Rev. D 37 (1988) 1237. doi:10.1103/PhysRevD.37.1237.
- [17] Dafni, Theopisti Galan, Javier. (2022). Digging into Axion Physics with (Baby)IAXO. Universe. 8. 37. 10.3390/universe8010037.
- [18] M. Fairbairn, T. Rashba, S. V. Troitsky, Photon-axion mixing and ultra-high-energy cosmic rays from BL Lac type objects - Shining light through the Universe, Phys. Rev. D 84 (2011) 125019. arXiv:0901.4085, doi:10.1103/PhysRevD.84.125019.

- [19] M. Libanov, S. Troitsky, On the impact of magnetic-field models in galaxy clusters on constraints on axion-like particles from the lack of irregularities in high-energy spectra of astrophysical sources, *Phys. Lett. B* 802 (2020) 135252. arXiv:1908.03084, doi:10.1016/j.physletb. 2020.135252.