

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

Кафедра физики частиц и космологии

ПРОБЛЕМЫ ПЕРВИЧНОГО НУКЛЕОСИНТЕЗА

Выполнил:
студент 213 группы
Чугайнов Алексей Александрович

Научный руководитель
доктор физ.-мат. наук, член-корр. РАН
Горбунов Дмитрий Сергеевич

Москва
2023

Содержание

1	Введение	3
2	Основные понятия	3
3	Первичный нуклеосинтез	4
4	Обозначение проблемы лития	5
5	Варианты решения	7
5.1	Химический потенциал нейтрино	7
5.2	Резонансные реакции	9
5.3	Общий вид	9
5.4	Особый случай	11
6	Заключение	12

1 Введение

В настоящее время считается, что наша Вселенная образовалась около 13.8 миллиардов лет назад в результате Большого Взрыва. Эта модель позволяет объяснить многие явления, такие как существование микроволнового фонового излучения, высокая распространенность гелия, отношение числа барионов и фотонов 10^{-9} . Однако, теория Большого Взрыва ставит перед человечеством другие вопросы.

По значимым событиям эволюцию Вселенной можно условно разделить на 13 этапов: от квантового хаоса в самые первые мгновения ее жизни, до образования атомов спустя сотни тысяч лет. В работе будет рассмотрен этап 1 – 300 с после Большого Взрыва. Данный этап знаменуется дозвездным или нуклеосинтезом – одним из трех основных механизмов нуклеосинтеза, где образование ядер происходит вне звезд. [1]

2 Основные понятия

Динамика расширяющейся Вселенной описывается уравнением Фридмана:

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G_N}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (1)$$

где $\rho = \rho_\gamma + \rho_e + N_\nu \rho_\nu$ – плотность энергии, G_N – гравитационная постоянная.

Для удобства количественной оценки определим n_i как объемную плотность изотопа i , а n_b как барионную (или нуклонную) объемную плотность. Тогда массовая доля изотопа будет определена как

$$X_i \equiv A_i \frac{n_i}{n_b}$$

где A_i – безразмерный интегральный коэффициент, барионное число. Следовательно, закон сохранения барионного заряда требует выполнения $\sum_i A_i n_i = n_b$ или $\sum_i X_i = 1$. Для ${}^4\text{He}$ массовая доля имеет отдельное обозначение

$$Y_P \equiv X_{{}^4\text{He}},$$

или для удобства

$$Y_P^{(4)} \equiv 10^4 Y_P$$

Для остальных элементов используется отношение, связанное с ${}^1\text{H}$ и определяемое как $n_i/n_{{}^1\text{H}}$. Результат первичного нуклеосинтеза сильно зависит от следующих важнейших параметров: барион-фотонного соотношения $\eta \equiv n_b/n_\gamma$, числа типов нейтрино N_ν и времени жизни нейтрона τ_n .

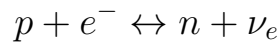
Барион-фотонное отношение по современным экспериментальным данным лежит в диапазоне $(5.8 - 6.6) \cdot 10^{-10}$. Поэтому для удобства используется величина $\eta_{10} = \eta \cdot 10^{10}$. При ее увеличении возрастает относительная концентрация

нуклонов, что приводит как к более раннему началу дозвездного нуклеосинтеза, так и к большей распространенности получившихся изотопов.

3 Первичный нуклеосинтез

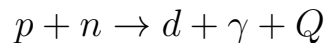
К моменту, когда после Большого Взрыва прошло около одной секунды, Вселенная оказалась наполнена в основном фотонами, электронами, нейтрино и небольшим количеством легчайших барионов.

При температурах $T \gg 10^{10}$ К протоны и нейтроны переходили друг в друга и находились в состоянии термодинамического равновесия. Этот процесс представляется следующими реакциями



Скорость протекания этих реакций уменьшалась по мере расширения Вселенной. К моменту второй секунды после Большого Взрыва равновесие между протонами и нейтронами начинает нарушаться. Равновесное отношение концентраций протонов и нейтронов n_n/n_p уменьшается до $\approx 1/6$ и далее снижается до начала первичного нуклеосинтеза из-за распада нейтронов.

К моменту, когда Вселенная остывает до $T \leq 2.2$ MeV, что соответствует энергии связи дейтрона, кажется, что возможно начало нуклеосинтеза. Но из-за большой разницы в концентрациях барионов и фотонов ($n_\gamma/n_b \approx 10^9$) происходит интенсивное разрушение ядер дейтерия, вследствие чего начало первичного нуклеосинтеза откладывается. При $T \sim 80$ keV запускается основная реакция нуклеосинтеза



За несколько минут практически все нейтроны оказываются связаны в ${}^4_2\text{He}$. Массовая доля первичного гелия оказывается равна $Y_P = 0.2449 \pm 0.0040$. Изменения массовых долей различных изотопов в процессе первичного нуклеосинтеза представлены на рисунке 3

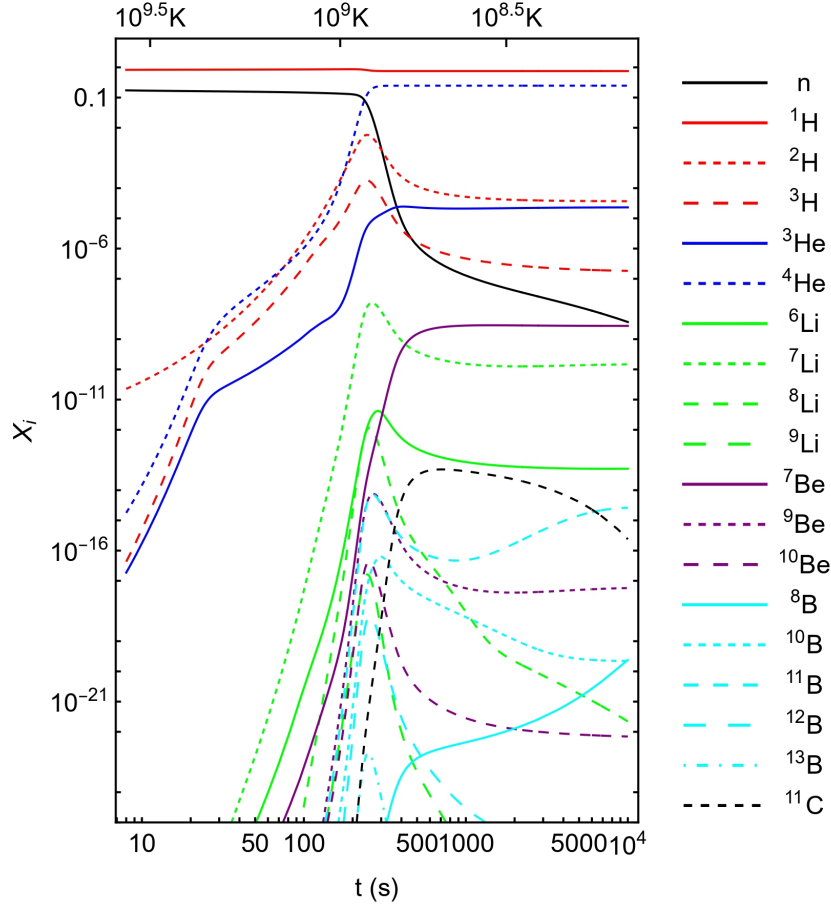


Рис. 1: Эволюция массовых долей легких элементов в ходе первичного нуклеосинтеза. График получен с помощью программного кода PRI MAT. [2]

Спустя примерно пять минут снижение температуры и плотности Вселенной останавливает реакции синтеза, фиксируются массовые доли получившихся легких элементов.

4 Обозначение проблемы лития

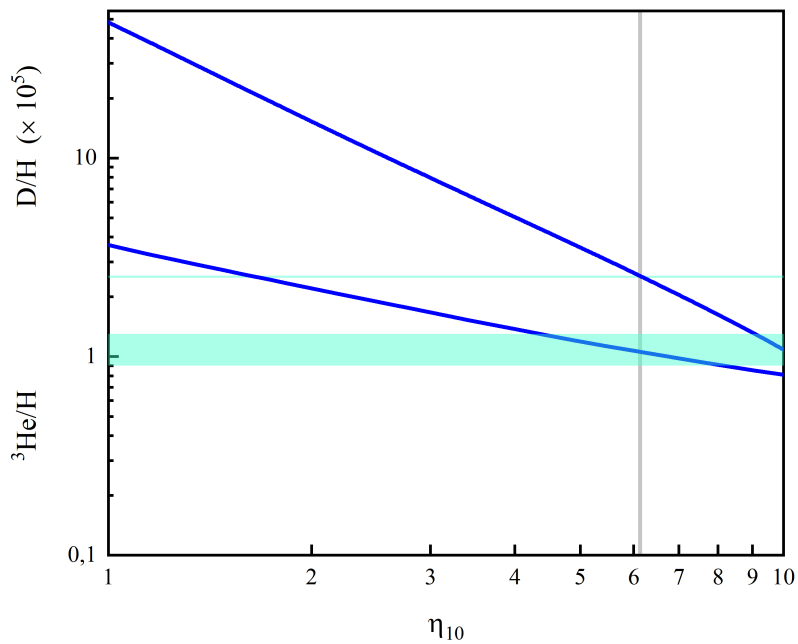
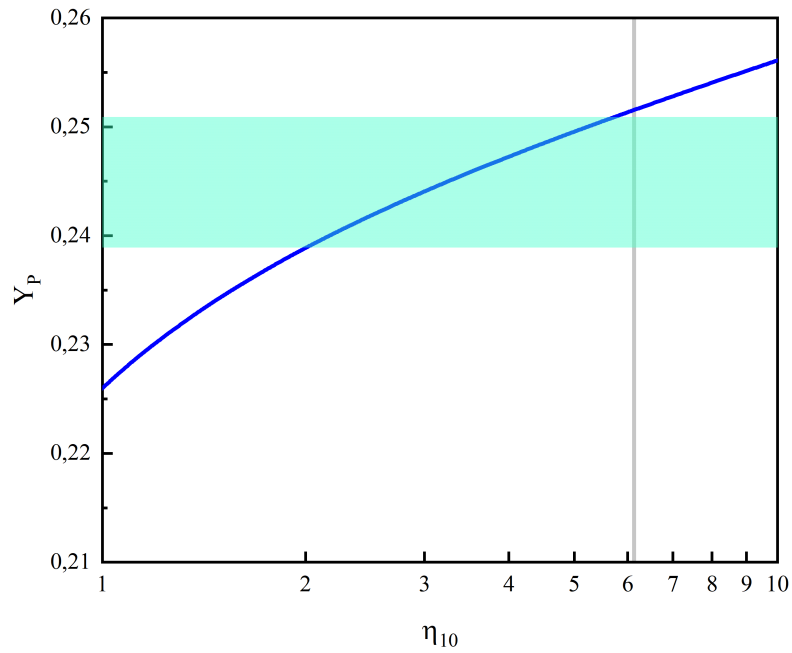
Расчеты, основанные на наблюдениях текущего объема лития в галактике, противоречат количеству лития, полученному в результате дозвездного нуклеосинтеза. Согласно расчетам, на основе BBN, в ранней вселенной должно было образоваться примерно в 3 раза больше лития, чем фактически было обнаружено.

	Наблюдаемые данные	Теоретические данные
Y_P	0.2449 ± 0.0040	0.24721
$D/H (\times 10^{-5})$	2.527 ± 0.030	2.43841
${}^3\text{He}/H (\times 10^{-5})$	$< 1.1 \pm 0.2$	1.03149
${}^7\text{Li}/H (\times 10^{-10})$	$1.58^{+0.35}_{-0.28}$	5.50457

Таблица 1: Сравнение теор. и наблюдаемых данных о количествах легких элементов, $\eta_{10} = 6.13$, $\tau_n = 879.4c$

Для получения оценки первичного содержания лития проводились наблюдения за звездами населения II. Это звезды возрастом более 10 млрд. лет, сформировавшиеся вскоре после Большого Взрыва из материала, который не был существенно изменен другими процессам. Звезды населения II наблюдаются в галактическом гало. Между собой они составляют шаровые скопления.

Наиболее наглядно проблему несоответствия лития показывает график зависимости массовой доли элемента от барион-фотонного отношения:



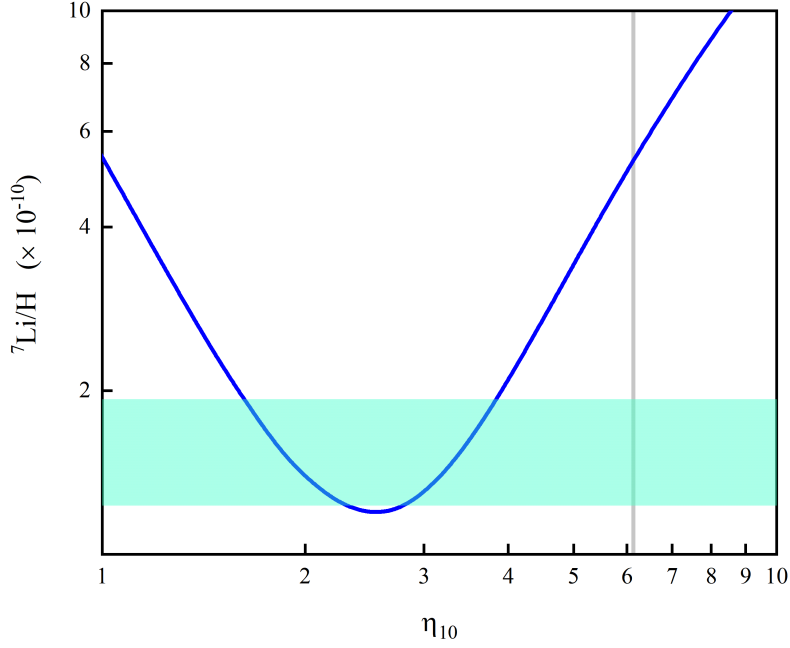


Рис. 2: Синяя линия соответствует теоретической симуляции. Зелёная линия показывает наблюдаемые данные. Серая линия представляет собой значение барион-фотонного отношения, проходящая через узкое пересечение D/H

5 Варианты решения

Варианты решения проблемы лития можно отнести условно к трем областям. Астрофизические решения: предполагается, что предсказания BBN верны и решение вопроса лежит в пересмотре астрофизических данных – учет диффундирования лития внутрь звезды и конвективные выбросы. Данный вариант не будет затронут в этой работе.

Другие варианты заключаются в поиске решений в области ядерной физики или за пределами стандартной модели.

5.1 Химический потенциал нейтрино

Условие равновесия химического потенциала для некоторой реакции $a_1 + a_2 + \dots \leftrightarrow b_1 + b_2 + \dots$

$$\sum_i \mu_{a_i} = \sum_i \mu_{b_i}$$

Поэтому для частиц и античастиц верно равенство

$$\mu + \bar{\mu} = 0$$

Тот факт, что Вселенная наполнена веществом, говорит о существовании барионной асимметрии – преобладании барионной материи над антибарионной.

Но что если существует асимметрия и в лептонном секторе?

Нейтринная асимметрия выражается в преобладании нейтрино над антинейтрино :

$$\eta \equiv \frac{n_\nu - n_{\bar{\nu}}}{n_\gamma} = \frac{I_+^{(1,1)}(0, \xi_\nu) - I_+^{(1,1)}(0, -\xi_\nu)}{2I_-^{(1,1)}}$$

где $\xi_\nu \equiv \mu_\nu/T_\nu$.

Используемые интегралы определены следующим образом:

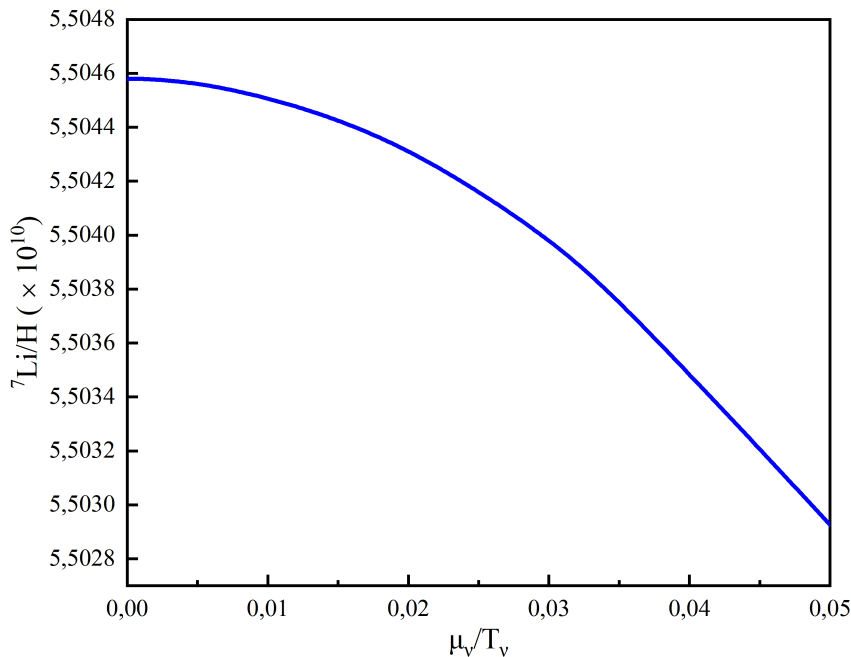
$$I_\pm^{(m,n)}(x, y) = \int_0^\infty \frac{(v^2 + x^2)^{(m-1)/2} v^{n+1}}{e^{\sqrt{v^2+x^2-y} \pm 1}} dv$$

Данное предположение может сыграть свою роль в реакциях слабого взаимодействия. Получим модификацию термодинамически равновесного отношения между протонами и нейтронами. С учетом $\mu_n - \mu_p = -\mu_\nu$

$$\frac{n_n}{n_p} = \frac{n_n}{n_p} \Big|_{\xi_\nu=0} \times e^{-\xi_\nu}$$

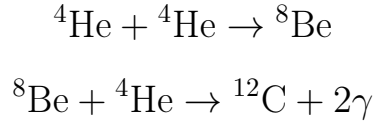
Для моделирования BBN в работе был использован программный код PRIMAT – код, написанный в Wolfram Mathematica, посвященный вычислению количества легких элементов, образованных в первые секунды после Большого Взрыва.

Учет химического потенциала нейтрино привел к небольшому приближению количества первичного лития к наблюдаемым значениям



5.2 Резонансные реакции

На мысль о возможном влиянии неизвестных резонансных реакциях наводит резонанс Хойла. Тройной альфа процесс – необычная реакция образования углерода-12. Трехчастичное столкновение невозможно, однако в тройном альфа процессе реакция проходит следующим образом:



Образуется короткоживущее ядро бериллия-8 (резонанс) $T_{1/2} \sim 10^{-18}$ с, которое успевает за свое короткое время жизни провзаимодействовать с ещё одним ядром гелия, превращаясь в стабильное ядро углерода.

Предполагается, что существует ещё не открытая реакция с участием резонанса, которая вносит свой вклад в финальную массовую долю первичного лития-7.

5.3 Общий вид

Для проведения симуляции VBN необходимо получить сечение предполагаемой реакции как функцию температуры $\sigma = \sigma(T)$.

Если известна зависимость сечения реакции как функция скоростей частиц, то, вычислив вероятность туннелирования и свернув сечение и вероятность туннелирования с распределением частиц по скоростям, получим желаемый результат.

Для получения выражения вероятности туннелирования рассмотрим налёт частицы на прямоугольный потенциальный барьер.

Решение волновой функции будет иметь вид

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & x < 0 \\ Ce^{iqx} + De^{-iqx} & 0 \leq x < d \\ Fe^{iqx} & x > d \end{cases}$$

Где $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$, $q = \sqrt{2m(E - U_0)/\hbar^2}$

Для сшивки на границе запишем непрерывность волновой функции и первой производной

$$\begin{cases} A + B = C + D \\ ikA - ikB = iqC - iqD \\ Ce^{iqd} + De^{-iqd} = Fe^{ikd} \\ iqCe^{iqd} - iqDe^{-iqd} = ikFe^{ikd} \end{cases}$$

Вероятность туннелирования $T = \left| \frac{F}{A} \right|^2$. Значит, необходимо разрешить систему относительно $\frac{F}{A}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ k & -k & -q & q & 0 \\ 0 & 0 & e^{iqd} & e^{-iqd} & -e^{ikd} \\ 0 & 0 & qe^{iqd} & -qe^{-iqd} & -ke^{ikd} \end{pmatrix} = \Theta$$

После преобразований и упрощений матрицы получим связь первого и пятого столбцов, откуда следует искомое выражение для вероятности туннелирования:

$$T = \left(1 + \frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2} \left| \frac{\sin qd}{q} \right|^2 \right)^{-1}$$

Рассматриваем случай $E < U_0$, поэтому $q = i\xi$ и

$$T = \left(1 + \frac{(k^2 + \xi^2)^2 \sinh^2 \xi d}{4k^2 \xi^2} \right)^{-1}$$

В случае, когда $\xi d \gg 1$, экспоненту с минусом в гиперболическом синусе можно считать пренебрежимо малой и $\sinh \xi d \approx 1/2e^{\xi d}$

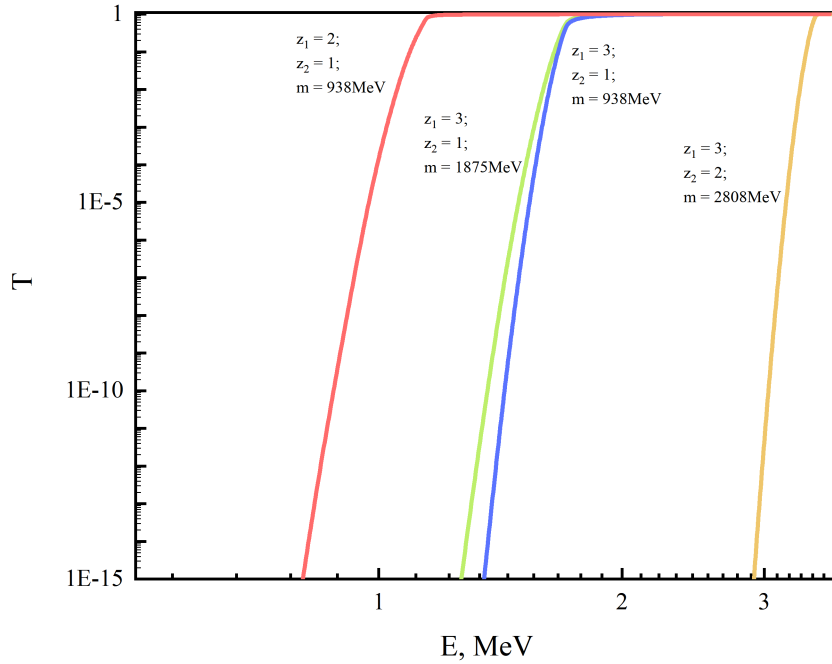
$$\begin{aligned} T &\approx \frac{16k^2 \xi^2}{(k^2 + \xi^2)^2} \exp \left(-2d \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} \right) = T_0 \exp \left(-2d \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} \right) \approx \\ &\approx \exp \left(-2d \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} \right) \end{aligned}$$

Для вычисления вероятности туннелирования через произвольный потенциал разобьем его на систему прямоугольных барьеров шириной Δx . Откуда получим

$$T = \prod T_i = \prod \exp \left(-2\Delta x \sqrt{\frac{2m(U_i - E)}{\hbar^2}} \right) = \exp \left(-2 \sum \Delta x \sqrt{\frac{2m(U_i - E)}{\hbar^2}} \right)$$

Переходя к пределу $\Delta x \rightarrow 0$ получим

$$T = \exp \left(-2 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{2m(U_i - E)}{\hbar^2}} dx \right)$$



Наконец, учитывая, что $f(v)$ есть распределение Максвелла по скоростям, можем записать выражение для определения сечения реакции как функцию температуры

$$\sigma = \frac{\int_0^{\infty} T \sigma(v_1, v_2) f(v_1) f(v_2) dv_1 dv_2}{\int_0^{\infty} f(v_1) f(v_2) dv_1 dv_2}$$

Если получится определить зависимость сечения интересующей реакции как функцию скоростей участвующих частиц, то с помощью выражения выше появляется возможность симуляции BBN этой дополнительной реакцией.

5.4 Особый случай

В недавней статье[3] получено необходимое значение сечения реакции как функции температуры для реакции ${}^7\text{Li}(n, \gamma){}^8\text{Li}$

$$\sigma = 0.7306979 \times 10^4 + \frac{0.1116921 \times 10^7}{T_9^{5/2}} \exp\left(\frac{-6.682375}{T_9^{1/2}}\right) - 0.9260274 T_9^{2.871425}$$

Идея заключается в том, чтобы использовать данное выражение для схожей по участвующим частицам реакции, а именно ${}^7\text{Li}(p, \gamma){}^8\text{Be}$ – реакция образования короткоживущего бериллия-8, который впоследствии распадется на две альфа-частицы. В результате симуляции первичного нуклеосинтеза с учетом этих реакций с помощью программы PRI MAT было получено небольшое приближение финального количества лития-7 к наблюдаемым данным

	Наблюдаемые данные	Теор. данные	Доп. реакция
Y_P	0.2449 ± 0.0040	0.24721	0.24721
$D/H (\times 10^{-5})$	2.527 ± 0.030	2.43841	2.438410
${}^3\text{He}/H (\times 10^{-5})$	$< 1.1 \pm 0.2$	1.03149	1.039259
${}^7\text{Li}/H (\times 10^{-10})$	$1.58^{+0.35}_{-0.28}$	5.50457	5.22336

6 Заключение

В данной работе был изучен процесс дозвездного нуклеосинтеза и постановка проблемы лития-7.

Для решения проблемы были выдвинуты следующие идеи: возможное существование лептонной асимметрии и наличие у нейтрино химического потенциала могло сыграть свою роль в слабых реакциях, предположительное существование неизвестной резонансной реакции могло внести свой вклад в процессы образования лития-7.

С помощью программного кода PRI MAT была проведена симуляция VBN с учетом химического потенциала нейтрино. Итоговые изменения оказались крайне малыми, что не позволяет говорить о влиянии гипотетического хим. потенциала нейтрино на финальное количество первичного лития.

Попытка получить выражение для сечения реакции приведена до конечной формулы, однако, без экспериментальных данных о зависимости сечения реакции от скорости полученная формула не может быть использована для симуляции.

Другая ситуация с третьим вариантом решения вопроса. Идея использования выражения для сечения схожей реакции для новой привела к небольшому приближению к наблюдаемым данным.

Список литературы

- [1] Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, and Н. П. Юдин.
. Классический университетский учебник. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: ЛЕНАНД, 2018.
- [2] Cyril Pitrou, Alain Coc, Jean-Philippe Uzan, and Elisabeth Vangioni. Precision big bang nucleosynthesis with improved helium-4 predictions. *Physics Reports*, 754:1–66, sep 2018.
- [3] Vinay Singh, Debasis Bhowmick, and D. N. Basu. Revisiting the lithium abundance problem in big-bang nucleosynthesis. 2023.