

Московский государственный университет

имени М.В. Ломоносова

Физический факультет

Кафедра физики частиц и космологии

Курсовая работа

Влияние чёрной дыры на распад ложного  
вакуума

Выполнил:

Студент 207 группы

Фадеев Иван Сергеевич

Научный руководитель:

член-корр. РАН, доктор физ.- мат. наук,

Горбунов Дмитрий Сергеевич

г. Москва

2022

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Теория действия</b>	<b>4</b>
2.1	Действие поля в классической механике . . . . .	4
2.2	Действие скалярного поля . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Простейший топологический солитон - кинк</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Туннелирование</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Распад ложного вакуума</b>	<b>14</b>
5.1	О пузыре и отскоке . . . . .	14
5.2	Тонкостенное приближение . . . . .	17
<b>6</b>	<b>Решение поставленной задачи</b>	<b>19</b>
6.1	Метрика Шварцшильда . . . . .	19
6.2	Поиск поправки . . . . .	20
<b>7</b>	<b>Вывод</b>	<b>24</b>
<b>8</b>	<b>Заключение</b>	<b>24</b>
	<b>Список используемой литературы</b>	<b>25</b>

# 1 Введение

В данной работе я собираюсь исследовать процесс распада пузыря ложного вакуума в истинный вблизи маленькой чёрной дыры. Актуальность данной темы исследования заключается в том, что вокруг нас на данный момент проходит огромное количество информации о чёрных дырах. Поэтому мы должны понимать, как их наличие будет влиять на параметры системы, такие как, например, вероятность распада ложного вакуума, что является крайне важным критерием в любой теоретической работе, связанной с энергией в космосе.

В соответствующей научной литературе безусловно поднимались подобные задачи, но внутри этого пузыря было пусто, и рассматривалась самая простая ситуация. Моей же задачей стоит разобраться, какую пертурбативную поправку внесёт в систему наличие маленькой чёрной дыры. В своих трудах я буду опираться, в основном, на учебник "Классические калибровочные поля" под авторством Рубакова В.А. и первые два тома "Курсов общей физики" под авторством Ландау и Лифшица.

Целью работы является описание процесса распада и туннелирования ложного вакуума в истинный, а также поиск пертурбативной поправки к точному решению, которую даёт небольшая чёрная дыра в центре пузыря истинного вакуума.

В соответствии с этой целью в работе решаются следующие проблемы:

- Введение понятия действия и отскокового решения
- Описание координат, представляющих чёрную дыру
- Сопоставление этих координат и формул, описывающих соответствующий процесс

Курсовая работа на тему: "Влияние чёрной дыры на распад ложного вакуума" состоит из введения, теоретического описания, решения поставленных задач, заключения и списка использованной литературы.

## 2 Теория действия

### 2.1 Действие поля в классической механике

Наиболее общая формулировка закона движения механических систем даётся так называемым принципом наименьшего действия (или принципом Гамильтона). Согласно этому принципу каждая механическая система характеризуется определённой функцией

$$L(q_1, q_2, \dots, q_s, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s, t)$$

или, в более компактной записи,  $L(q, \dot{q}, t)$ .

Пусть в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$  система занимает определённые положения, характеризующиеся двумя наборами значений координат  $q^{(1)}$  и  $q^{(2)}$ . Тогда между этими положениями система движется таким образом, чтобы интеграл

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

имел наименьшее значение.

Функция  $L$  называется *функцией Лагранжа* данной системы, а  $S$  — действием. Пусть  $q = q(t)$  есть функция, для которой  $S$  имеет минимум. Значит,  $S$  возрастает при замене  $q(t)$  на любую функцию вида

$$q(t) + \delta q(t),$$

где  $\delta q(t)$  — функция, малая во всём интервале от  $t_1$  до  $t_2$  (её называют *вариацией* функции  $q(t)$ ). Причём  $\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$ .

Можем записать

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt.$$

Необходимым условием минимальности(экстремальности)  $S$  в этом случае будет равенство  $\delta S = 0$ . Или после варьирования получим

$$\int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q} \delta q + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right) dt = 0.$$

Заметим, что  $\delta \dot{q} = \frac{d}{dt} \delta q$ . Интегрируя по частям второй член, получим

$$\delta S = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \delta q \Big|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \delta q dt = 0.$$

Первый член в следствие  $\delta q = 0$  исчезает, поэтому в итоге получим

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

Это и есть искомое уравнение движения, называемое в механике *уравнением Лагранжа*. С помощью него можно описать большинство механических систем.

## 2.2 Действие скалярного поля

Рассмотрим действительное скалярное поле  $\varphi(x)$  и построим для него простейший лагранжиан. Нужно потребовать, чтобы в результате вариации

действия получились дифференциальные уравнения второго порядка — тогда производные в лагранжиан должны входить не более, чем квадратично. Потребуем, далее, линейность уравнений поля. Это условие означает квадратичность действия по полю. Указанные требования приводят к действию

$$S = \int d^4x \left[ \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{1}{2}m^2\varphi^2 \right],$$

где  $m^2$  — единственный произвольный параметр,  $(\partial_\mu\varphi)^2 = \partial_\mu\varphi\partial_\mu\varphi$ .

Знаки здесь определяются требованием неотрицательности энергии; Варирование данного действия приводит к уравнению Клейна-Гордона-Фока

$$\partial_\mu\varphi\partial_\mu\varphi + m^2\varphi = 0$$

### 3 Простейший топологический солитон - кинк

В классической механике принято рассматривать малые линейные возбуждения полей над основным состоянием (классическим вакуумом). Однако в квантовой теории поля этим элементарным возбуждениям соответствуют точечные частицы. Здесь и выходят на сцену солитоны — решения классических уравнений поля, которые сами по себе, без квантования, похожи на частицы. Они представляют собой сгустки полей (энергии) конечного размера. (поля быстро убывают от центра сгустка)

Существование и устойчивость подобных солитонов обусловлено нелинейностью уравнений поля. В квантовой теории солитонам соответствуют протяжённые частицы, которые, грубо говоря, состоят из элементарных ча-

стиц в каждой конкретной модели.

Простейший солитон — кинк — возникает в теории одного действительного скалярного поля в двумерном пространстве-времени. Действие для модели выберем в виде

$$S = \int d^2x \left[ \frac{1}{2}(\partial_\nu \varphi)^2 - V(\varphi) \right], \quad (*)$$

где  $\nu = 0, 1$ ;

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \frac{\mu^2}{4\lambda},$$

или можно записать так

$$V(\varphi) = \frac{\lambda}{4}(\varphi^2 - v^2)^2, \quad v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}.$$

Действие инвариантно относительно дискретного преобразования  $\varphi \rightarrow -\varphi$ ;

В двумерном пространстве-времени поле  $\varphi$  безразмерно (т.к.  $\hbar = c = 1$ ).

Тогда размерности параметров будут таковыми

$$[\mu] = M, \quad [\lambda] = M^2, \quad [v] = 1.$$

Линейные возбуждения относительно одного из классических вакуумов имеют массу

$$m = \sqrt{2}\mu$$

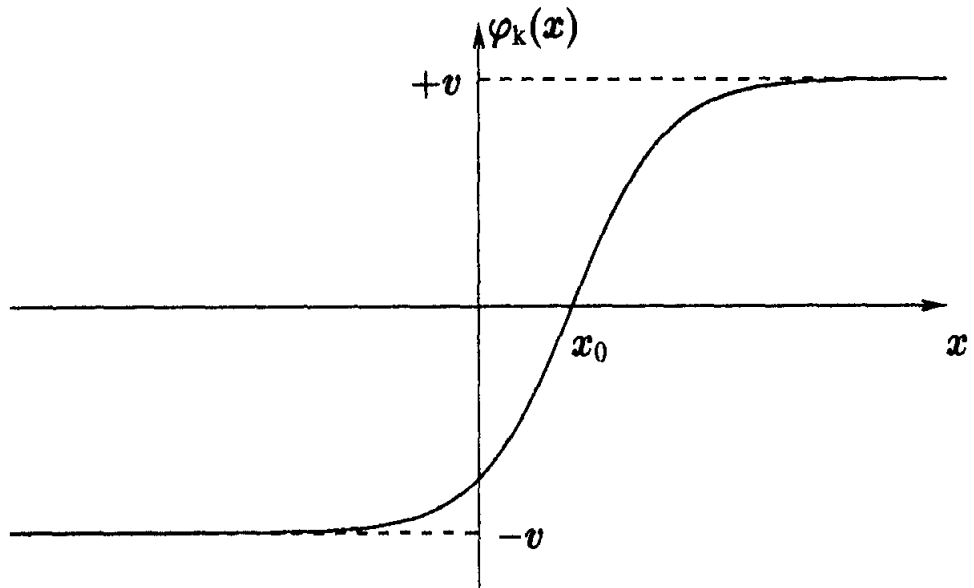


рис. 1

Кинк — это статистическое решение уравнений поля  $\varphi_k(x)$ , интерполирующее между вакуумом  $\varphi = -v$  и вакуумом  $\varphi = +v$ , когда  $x$  изменяется от  $x = -\infty$  до  $x = +\infty$  (рис. 1).

Поскольку  $\dot{\varphi} = 0$ , уравнение (которое мы получаем после варьирования вышеуказанного действия (\*)) поля имеет вид

$$\varphi'' - \frac{\partial V(\varphi)}{\partial \varphi} = 0, \quad (!)$$

где штрих обозначает  $\frac{d}{dx}$ .

Заметим, что уравнение (!) имеет, формально, вид закона Ньютона для частицы с координатой  $\varphi$ , движущейся во времени  $x$  в потенциале

$$U(\varphi) = -V(\varphi)$$

(см. рис. 2).



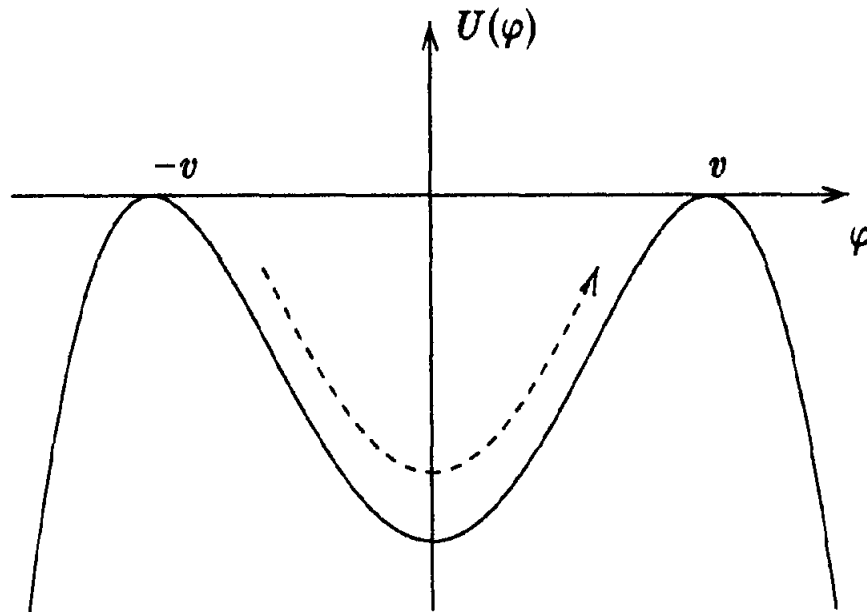


рис. 2

Решение уравнения (!) найдём явно. Первый интеграл этого уравнения имеет вид

$$\frac{1}{2}\varphi'^2 - V(\varphi) = \varepsilon_0$$

Для кинка  $\varphi' \rightarrow 0$ ,  $V(\varphi) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow \pm\infty$ , поэтому  $\varepsilon_0 = 0$  (причём  $\varepsilon_0$  — это энергия «частицы» в отмеченной выше аналогии). Следовательно,

$$\frac{d\varphi}{dx} = +\sqrt{2V} \equiv \sqrt{\frac{\lambda}{2}}(v^2 - \varphi^2).$$

Выбор знака перед корнем обусловлен направлением движения на рис. 2 слева направо, т.е. из  $\varphi = -v$  в  $\varphi = v$ . Отсюда

$$\varphi = v \operatorname{th} \left( \sqrt{\frac{\lambda}{2}} v (x - x_0) \right),$$

где  $x_0$  — постоянная интегрирования, имеющая смысл положения центра

кинка. При  $x_0 = 0$  конфигурация кинка

$$\varphi_k(x) = v \operatorname{th} \left( \sqrt{\frac{\lambda}{2}} vx \right)$$

симметрична относительно замены  $\varphi \rightarrow -\varphi$ ,  $x \rightarrow -x$ .

В дальнейшем солитоны будут использоваться как решения уравнений поля, и с их помощью мы сможем найти нужные действия.

## 4 Туннелирование

Туннелирование — преодоление микрочастицей потенциального барьера в случае, когда её полная энергия (остающаяся при туннелировании неизменной) меньше высоты барьера. Туннельный эффект — явление исключительно квантовой природы, невозможное в классической механике и даже полностью противоречащее ей.

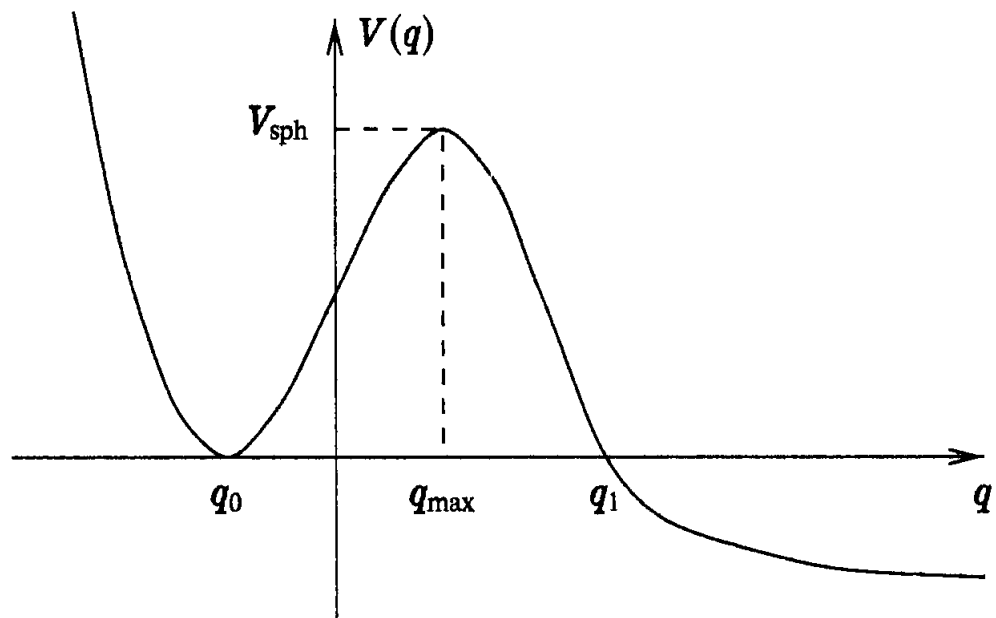


рис. 3

Рассмотрим один из случаев туннелирования: распад метастабильного состояния. Метастабильное состояние — состояние квазиустойчивого равновесия

физической системы, в котором система может находиться длительное время. Вид потенциала такого состояния см. на рис. 3.

В квазиклассической ситуации вероятность туннелирования через потенциальный барьер даётся известным выражением

$$\Gamma = Ae^{-S_b},$$

где  $\Gamma$  — ширина метастабильного состояния,  $A$  — предэкспоненциальный множитель, а  $S_b$  — главная квазиклассическая экспонента,

$$S_b = 2 \int_{q_0}^{q_1} \sqrt{2MV(q)} dq, \quad (1)$$

здесь  $M$  — масса частицы;  $q_1$  — точка поворота, в которой  $V(q_1) = 0$ , см. рис. 3; мы положили для удобства  $V(q_0) = 0$ . На рис. 4 продемонстрирован процесс квантового туннелирования из ложного вакуума в истинный.



рис. 4

Запишем обычное действие для классической частицы в потенциале

$V(q)$ :

$$S = \int \left[ \frac{M}{2} \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 - V(q) \right] dt.$$

Произведём замену  $t = -i\tau$ , и будем считать  $\tau$  действительным. Тогда действие будет выглядеть

$$S_E = \int \left[ \frac{M}{2} \left( \frac{dq}{d\tau} \right)^2 + V(q) \right] d\tau.$$

Функционал  $S_E$  будем называть евклидовым действием, а  $\tau$  — евклидовым временем. Уравнение движения в таком случае запишется так:

$$M \frac{d^2 q}{d\tau^2} = \frac{\partial V}{\partial q} \equiv - \frac{\partial(-V)}{\partial q}.$$

Это уравнение совпадает по виду с уравнением ньютоновской механики для частицы в потенциале  $-V$ , изображённом на рис. 5.

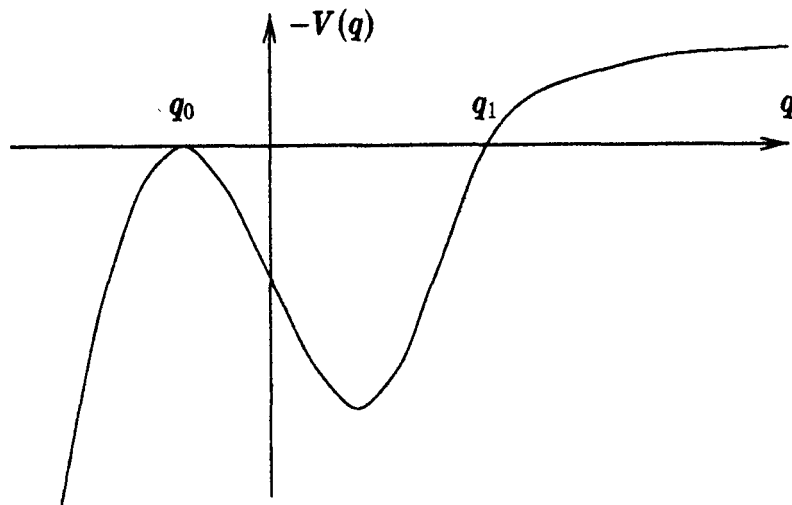


рис. 5

Интеграл движения этого уравнения

$$\frac{M}{2} \left( \frac{dq}{d\tau} \right)^2 - V(q) = \varepsilon$$

мы будем называть евклидовой энергией.

Теперь нам нужно рассмотреть решение с нулевой евклидовой энергией, которое начинается при  $\tau \rightarrow -\infty$  в точке  $q = q_0$ , достигает точки  $q_1$  и возвращается в точку  $q_0$  при  $\tau \rightarrow +\infty$ . Такое решение называется «отскоком», или отскоковым решением; будем обозначать его  $q_b(\tau)$ .

Запишем евклидово действие отскока

$$S_E[q_b] = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \left[ \frac{M}{2} \left( \frac{dq_b}{d\tau} \right)^2 + V(q_b) \right] = 2 \int_{-\infty}^0 2V(q_b(\tau)) d\tau, \quad (2)$$

где мы использовали  $\varepsilon = 0$  для отскока. Интеграл (2) преобразуется к интегралу (1) путём перехода к переменной  $q_b$  с помощью формулы  $d\tau = \sqrt{\frac{M}{2V(q_b)}} dq_b$ . Тогда

$$S_b = S_E[q_b(\tau)].$$

Мы доказали, что квазиклассическая экспонента распада метастабильного состояния равна евклидову действию на отскоковом решении.

## 5 Распад ложного вакуума

### 5.1 О пузыре и отскоке

Запишем действие в  $d$ -мерном пространстве-времени

$$S = \int d^d x \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) - V(\varphi) \right],$$

где скалярный потенциал  $V(\varphi)$  имеет вид, показанный на рис. 6. В дан-

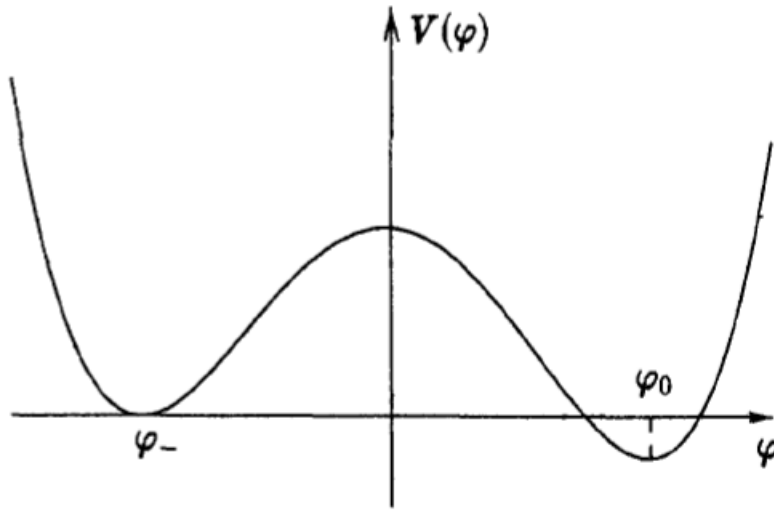


рис. 6

ной модели мы имеем 2 устойчивых состояния: состояние  $\varphi = \varphi_-$  (ложный вакуум), плотность энергии ( $V(\varphi)$ ) в котором выбрана равной нулю; состояние  $\varphi = \varphi_0$  (истинный вакуум), где плотность энергии отрицательна, а полная энергия пропорциональна пространственному объёму (и равна  $-\infty$  в пределе бесконечного объёма).

Пусть вначале система находится в ложном вакууме  $\varphi = \varphi_-$ . Из квантовой теории известно, что в данной ситуации возможен процесс туннелирования в истинный вакуум  $\varphi = \varphi_0$ . Оба состояния являются пространственно однородными, однако туннельный переход между ними таковым не является, так как для однородного перехода туннельная экспонента пропорциональна

объёму, поэтому в бесконечном пределе объёма вероятность такого перехода стремится к нулю.

Аналогом потенциала в квантовой механике можно смело назвать статическую энергию

$$E_{stat} = \int d^{d-1}x \left[ \frac{1}{2}(\partial_i \varphi)^2 + V(\varphi) \right],$$

так как в ней не содержатся производные  $\varphi$  по времени.

Для того, чтобы  $E_{stat} = 0$ , а  $\varphi \neq \varphi_-$  локально в пространстве, рассмотрим пузырёк истинного вакуума в ложном (см. рис. 7). Его статическая

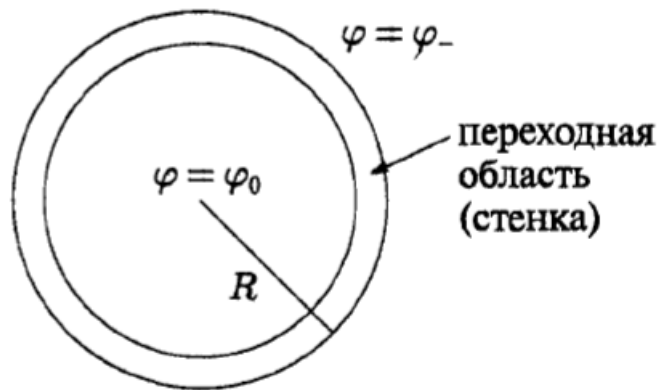


рис. 7

энергия будет складываться из энергии стенки, которая пропорциональна площади, и энергии внутренней области, которая пропорциональна объёму пузыря. То есть,

$$E_{stat} = \mu R^{d-2} - cR^{d-1},$$

где  $\mu, c > 0$ .

Напомним, как выглядит евклидово действие

$$S_E = \int d^d x \left[ \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) + V(\varphi) \right],$$

Отсюда получим уравнение поля

$$-\partial_\mu \partial^\mu \varphi + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0.$$

Найдём отскоковое решение, которое стремилось бы к ложному вакууму  $\varphi_-$  при  $\tau \rightarrow \pm\infty$  и имело бы «точку поворота».

Точка поворота означает момент времени, при котором

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0 \quad (*)$$

для всех  $x$ .

Требованию

$$\varphi(\tau, x) \rightarrow \varphi_-$$

при  $\tau \rightarrow \pm\infty$  и условию (\*) можно удовлетворить, если рассмотреть гладкие сферически-симметричные поля  $\varphi(r)$ , где  $r = \sqrt{\tau^2 + x^2}$ , с асимптотикой

$$\varphi(r \rightarrow \infty) = \varphi_-.$$

Тогда уравнение поля переписется в виде

$$\varphi'' + \frac{d-1}{r} \varphi' = \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \quad (!)$$

где штрих обозначает производную по  $r$ .

Отскок в  $d$ -мерном евклидовом пространстве-времени представляет собой



сферически-симметричный «евклидов пузырь», вне которого поле быстро стремится к ложному вакууму  $\varphi_-$ , а внутри сильно отличается от  $\varphi_-$ . В центре пузыря поле принимает значение, меньшее, чем  $\varphi_0$ , но может быть довольно близко к истинному вакууму  $\varphi_0$ .

Итак, для нахождения вероятности туннелирования необходимо найти отскоковое решение, и вероятность образования пузырька истинного вакуума в ложном будет равна

$$\Gamma = Ae^{-S_b},$$

где  $S_b$  — евклидово действие отскока,  $A$  — предэкспоненциальный фактор. Пузырь может образоваться в любой точке пространства, поэтому  $\Gamma$  представляет собой в действительности вероятность рождения пузырька *на единицу пространственного объёма в единицу времени*.

## 5.2 Тонкостенное приближение

Теперь попытаемся найти явный вид решения для евклидова пузыря. Это можно сделать, когда разность энергий ложного и истинного вакуумов мала по сравнению с другими параметрами системы. Рассмотрим скалярный потенциал

$$V(\varphi) = V_0(\varphi) - \varepsilon V_1(\varphi),$$

где  $V_0(\varphi)$  симметричен относительно замены  $\varphi \rightarrow \varphi_-$  и имеет вырожденные минимумы при  $\varphi = -\varphi_0$  и  $\varphi = +\varphi_0$ ,  $V_1(\varphi)$  не инвариантен относительно этой симметрии. Предположим, что  $\varepsilon$  мало.

Поскольку  $\varepsilon$  мало, частица должна потерять мало энергии, двигаясь из окрестности горба  $\varphi = \varphi_0$  в окрестность горба  $\varphi = \varphi_-$ . Вдали от горбов скорость частицы конечна при малом  $\varepsilon$ , поэтому основное движение частицы должно происходить при больших  $r$ , когда сила трения мала.

При этом движении как силой трения, так и частью потенциала, пропорциональной  $\varepsilon$ , можно пренебречь, так что (!) сводится к

$$\varphi'' = \frac{\partial V}{\partial \varphi}.$$

На сферически-симметричных конфигурациях

$$S_E = 2\pi^2 \int_0^\infty r^3 dr \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + V_0(\varphi) - \varepsilon V_1(\varphi) \right]$$

( $2\pi^2$  — площадь единичной трёхмерной сферы). Вдали от области кинка(стенки) поле  $\varphi_b$  не зависит от  $r$ ; кроме того  $V_0(\varphi) = 0$ . Внешняя область пузыря не даёт вклада в  $S_E$ , а внутренняя область даёт вклад

$$S_E^{in} = -\frac{\pi^2}{2} R^4 \varepsilon.$$

Вклад стенки пропорционален  $R^3$  и в главном порядке не зависит от  $\varepsilon$ ; для его вычисления положим  $r = R$  и пренебрежём  $\varepsilon V_1$ . Получим

$$S_E^{wall} = 2\pi^2 R^3 \mu,$$

где

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} dr \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi(r) \partial^\mu \varphi(r) + V_0(\varphi(r)) \right].$$

Тогда евклидово действие отскока размера  $R$  равно

$$S_b(R) = 2\pi^2 R^3 \mu - \frac{\pi^2}{2} R^4 \varepsilon.$$

Экстремум этого выражения достигается при

$$R = R_b = \frac{3\mu}{\varepsilon}.$$

Для евклидова действия в экстремуме получим окончательно

$$S_b = \frac{27}{2} \pi^2 \frac{\mu^4}{\varepsilon^3}.$$

## 6 Решение поставленной задачи

### 6.1 Метрика Шварцшильда

Итак, мы подошли к решению поставленной цели: найти пертурбативную поправку, вносимую чёрной дырой, которая находится в центре евклидова пузыря.

Поведение чёрной дыры описывается известной метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - r^2 (\sin^2(\theta) d\varphi^2 + d\theta^2) - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}}.$$

Это решение уравнений Эйнштейна. Им полностью определяется гравитационное поле в пустоте, создаваемое любым центрально-симметричным распределением масс. Это, по сути, криволинейные координаты, которыми можно описать поведение чёрных дыр.

## 6.2 Поиск поправки

Теперь, чтобы перейти от одних координат к нужным нам криволинейным, под интегралом должен произойти переход  $d\Omega \rightarrow \sqrt{-g}d\Omega$ , где  $d\Omega = d^4x$  — 4-мерная поверхность, а  $g = \det g_{ik}$  (метрический тензор). В метрике Шварцшильда метрический тензор запишется в таком виде

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} (1 - \frac{r_g}{r}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 - \frac{r_g}{r})^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Тогда его определитель  $g = \det g_{ik} = -r^4 \sin^2(\theta)$ . Пусть  $\nu = [\frac{1}{2}\partial_\mu\partial^\mu\varphi + V(\varphi)]$

$$\Rightarrow S_E = \int d^4x \nu = \int \sqrt{r^4 \sin^2} \nu d\Omega$$

Теперь, опираясь на тонкостенное приближение, попробуем найти явное решение. Запишем действие в метрике Шварцшильда

$$S = 2\pi^2 \int_0^\infty r^2 |\sin(\theta)| dr d\theta d\phi dt \left[ \frac{1}{2} \frac{r}{r - R_g} (\partial_t \varphi)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{r - R_g}{r} (\partial_r \varphi)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} (\partial_\theta \varphi)^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{r^2 (\sin(\theta))^2} (\partial_\phi \varphi)^2 + \right. \\ \left. + V_0(\varphi) - \varepsilon V_1(\varphi) \right],$$

где  $R_g$  — радиус Шварцшильда, равный  $\frac{2GM}{c^2}$ .

$R_g$  представляет собой характерный радиус, определённый для любого физического тела, обладающего массой: это радиус сферы, на которой находился бы горизонт событий, создаваемый этой массой (с точки зрения ОТО), если бы она была распределена сферически симметрично, была бы

неподвижной (в частности, не вращалась, но радиальные движения допустимы) и целиком лежала бы внутри этой сферы. Введён в научный обиход немецким учёным Карлом Шварцшильдом в 1916 году.

Теперь сделаем формальную замену  $t = -i\tau$  и получим евклидово действие

$$S_E = 2\pi^2 \int_0^\infty r^2 |\sin(\theta)| dr d\theta d\phi d\tau \left[ \frac{1}{2} \frac{r}{r - R_g} (\partial_\tau \varphi)^2 - \frac{1}{2} \frac{r - R_g}{r} (\partial_r \varphi)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} (\partial_\theta \varphi)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{r^2 (\sin(\theta))^2} (\partial_\phi \varphi)^2 + V_0(\varphi) - \varepsilon V_1(\varphi) \right].$$

Рассматриваемое поле не зависит от  $\theta$  или  $\phi$ , поэтому  $\partial_\theta \varphi = 0$ ,  $\partial_\phi \varphi = 0$ . Поскольку мы рассматриваем всю сферу, то пространственные углы  $\theta, \phi \in (0, 2\pi)$ .

Перепишем действие в виде

$$S_E = 16\pi^3 \int_0^\infty r^2 dr d\tau \left[ \frac{1}{2} \frac{r}{r - R_g} (\partial_\tau \varphi)^2 - \frac{1}{2} \frac{r - R_g}{r} (\partial_r \varphi)^2 + V_0(\varphi) - \varepsilon V_1(\varphi) \right].$$

По аналогии с тонкостенным приближением:  $\varphi \approx r \Rightarrow \partial_r \varphi = 0$ , а т.к.

$$\partial_\tau \varphi = \frac{\tau}{r} \frac{d\varphi}{dr}, \text{ то и } \partial_\tau \varphi = 0. V_0 = 0, V_1 = 1.$$

Тогда получим для внутренней области

$$S_E^{in} = -\frac{16}{3}\pi^3\varepsilon\tau R^3.$$

Для стенки( $\varphi \sim r$  и  $S_E^{wall} \propto \varepsilon$ ) можно разложить метрические  $g^{00}, g^{11}$  в ряд Тейлора в точке ( $R$ )

$$g^{00} = \frac{r}{r - R_g} = r \frac{R}{R - R_g} - \frac{R_g}{(R - R_g)^2}(r - R),$$

$$g^{11} = \frac{r - R_g}{r} = \frac{R - R_g}{R} + \frac{R_g}{R^2}(r - R).$$

И действие запишется

$$S_E^{wall} = 16\pi^3 R^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dr d\tau \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{R^2}{(R - R_g)^2} - \frac{R_g}{(R - R_g)^2} r \right) (\partial_\tau \varphi)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{R - 2R_g}{R} + \frac{R_g}{R^2} r \right) (\partial_r \varphi)^2 + V_0 \right]$$

Поскольку чёрная дыра маленькая ( $R_g \ll R$ ), то действие стенки будет

$$S_E^{wall} = 16\pi^3 R^2 (\mu + R_g \nu),$$

где

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} dr d\tau \left[ \frac{1}{2} (\partial_\tau \varphi)^2 - \frac{1}{2} (\partial_r \varphi)^2 + V_0(\varphi) \right],$$

а

$$\nu = \int_{-\infty}^{\infty} r dr d\tau \left[ -\frac{1}{2} \frac{1}{(R - R_g)^2} (\partial_\tau \varphi)^2 - \frac{1}{2} \frac{1}{R^2} (\partial_r \varphi)^2 \right].$$

В таком случае евклидово действие отскока размера  $R$  равно

$$S_b(R) = 16\pi^3(\mu + R_g\nu)R^2 - \frac{16}{3}\pi^3\varepsilon\tau R^3.$$

Экстремум этого выражения достигается при

$$R = R_b = \frac{2(\mu + R_g\nu)}{\tau\varepsilon}.$$

Для евклидова действия в экстремуме получим окончательно

$$S_b(R_b) = \frac{64\pi^3(\mu + R_g\nu)^3}{3\tau^2\varepsilon^2}.$$

## 7 Вывод

Какой вывод можно сделать из всего этого? Чёрная дыра, даже самая маленькая, будет вносить свои коррективы в нашу механическую систему. Эта поправка будет напрямую зависеть от её массы, которая отнюдь не маленькая относительно космических тел. Этот случай сложнее, чем рассмотренное тонкостенное приближение, так как это действие получилось зависимым от времени. То есть, в

$$\Gamma = Ae^{-S_b}.$$

$S_b$  будет уменьшаться со временем, что означает рост вероятности распада ложного вакуума. Также и масса чёрной дыры будет увеличивать вероятность образования пузырьков истинного вакуума за счёт найденной пертурбативной поправки  $R_g\nu$ .

## 8 Заключение

В данной работе я исследовал влияние чёрной дыры на распад ложного вакуума.

Были выполнены следующие задачи:

- Введение понятия действия скалярного поля
- Рассмотрен простейший топологический солитон - кинк
- Рассмотрен процесс туннелирования и распада ложного вакуума
- Предоставлен обзор метрики Шварцшильда
- Найдена поправка

Как выяснилось, даже маленькая и незначительная чёрный дыра вно-



сит серьёзные коррективы в механическую систему, что ещё раз подтверждает актуальность выбранной темы.

## Список используемой литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. - "Теоретическая физика. Том 1. Механика"
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. - "Теоретическая физика. Том 2. Теория поля"
- [3] В.А.Рубаков - "Классические калибровочные поля"