

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М. В.
Ломоносова
Кафедра физики частиц и космологии

КУРСОВАЯ РАБОТА

на тему:

"Каустики в распределении темной материи в галактиках"

Выполнил:

студент 2 курса 218 группы

Давыдов Даниил Дмитриевич

Научный руководитель:

чл.-корр. РАН,

д. ф.-м. н.,

Троицкий Сергей Вадимович

Москва — 2021

Аннотация

При "втекании" темной материи в галактику она создает уплотнения (т.н. каустики), которые проявляются как "горбики" ("волн") на кривой вращения. Была выдвинута гипотеза универсальности каустик, состоящая в том, что они находятся на одинаковых перемасштабированных расстояниях от центра для всех галактик. В ходе работы будет описано, как каустики могут появляться, их свойства, а также проведена проверка данной гипотезы, построены графики, ставящие ее под сомнение.

Оглавление

1	Введение. Постановка задачи	2
2	Обзорная часть	3
2.1	Как определять распределение масс в галактиках по кривым вращения	3
2.2	Откуда берутся каустики?	4
3	Практическая часть	10
3.1	Итерационная процедура. Гипотеза универсальности каустик	10
3.2	Наш статистический метод. Результат применения его к выборке галактик Сикиви	13
3.3	Выборка из 170 галактик. Результат применения нашего метода к этой выборке	15
3.4	Выборка из 170 галактик. Результат применения метода Сикиви к этой выборке	17
4	Заключение	18
4.1	Что было сделано	18
4.2	Научные результаты	19

Глава 1

Введение. Постановка задачи

Наличие невидимого вещества во Вселенной (темной материи), не объясняемое в рамках Стандартной модели физики частиц, является одной из основных нерешенных проблем физики. При изучении графиков зависимостей скоростей вращения вещества от расстояния до центра (кривых вращения) можно построить профиль распределения массы в галактике. Если сравнить его с профилем распределения видимого вещества, то можно будет сделать вывод о наличии невидимого вещества.

В некоторых моделях темной материи предсказываются каустики — концентрические уплотнения темной материи, проявляющиеся в виде "горбиков" ("волн") на кривой вращения. Были заявки, что такие "волны" обнаруживали, однако ученые продолжают сомневаться в этом результате, так как найденный эффект может иметь другое происхождение, а может и вовсе оказаться случайным в силу малой выборки галактик.

В данной работе будет рассмотрен метод определения массы по кривым вращения, а также проведены "поиски" каустик в реальных астрофизических данных, как использованных ранее, так и полученных совсем недавно.

Глава 2

Обзорная часть

2.1 Как определять распределение масс в галактиках по кривым вращения

Для начала рассмотрим такую задачу: пусть для галактики имеется центральносимметричное распределение плотности $\rho(R)$, $0 \leq R \leq R_{max}$. Тогда масса $M(R)$ будет равна:

$$M(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr \quad (2.1)$$

так как темная материя, составляющая основную часть массы, распределена сферически симметрично. Полная масса галактики будет $M(R_{max})$.

Пусть звезда вращается на расстоянии $R_0 < R_{max}$ от центра галактики со скоростью $V(R_0)$. Задача: найти $M(R_0)$.

Сразу отметим, что влияние внешних слоев на звезду равно нулю за счет того, что нет гравитационного заряда (массы) этих слоев внутри орбиты звезды. Это не что иное, как теорема Гаусса для ньютоновской гравитации (аналогия с электростатикой: если заряда внутри поверхности нет, то напряженность поля равна нулю). То есть вклады всего несимметричного относительно текущего положения звезды распределения масс при $R_0 < R < R_{max}$ в точности сократятся. Поэтому, ответ будет таким же, как для точечной массы $M(R_0)$, помещенной в центр.

Если звезда вращается по круговой орбите, то, используя второй Закон Ньютона, можно приравнять:

$$\frac{V^2(R_0)}{R_0} = \frac{GM(R_0)}{R_0^2} \quad (2.2)$$

Откуда можно получить ответ для данной задачи:

$$M(R_0) = \frac{V^2(R_0)R_0}{G} \quad (2.3)$$

Мы видим, что, зная зависимость $V(R)$ (иначе говоря - зная кривую вращения для данной галактики), можно определить распределение масс. Стоит отметить, что в данном случае $M(R_0)$ — масса как видимой части галактики, так и невидимой, так как скорость $V(R_0)$ одинакова для обеих частей и определяется массой, находящейся внутри ($0 < r < R_0$).

В местах, где могут находиться каустики, больше массы, чем в других местах. Это мотивирует на изучение кривых вращения для поиска этих каустик. Если в кривой вращения будет какой-то горбик в скорости, то, как видно из (2.3), будет горбик ("волна") в массе, которую можно интерпретировать как каустику.

Посмотреть на кривые вращения разных галактик можно в [5] и [6].

2.2 Откуда берутся каустики?

Темная материя — бесстолкновительная текучая среда. Это означает, что для описания этой среды нам необходимо знать распределение в фазовом пространстве. Для примера, при рассмотрении обычной материи мы можем знать плотность $d(\vec{r}; t)$ и скорость $\vec{V}(\vec{r}; t)$ в любой точке пространства, что дает возможность знать, как будет эволюционировать система с течением времени. Для темной материи мы должны следить за эволюцией системы в фазовом пространстве.

Для начала представим себе бассейн с водой, помещенный на улицу в солнечный ветреный день (см. Рис. 2.1). Фронт световой волны (красная линия сверху) приходящий от Солнца, после прохождения границы раздела воздуха и воды будет "закручиваться" из-за преломления. Как следствие, в некоторой области на дне бассейна плотность (интенсивность) света будет гораздо больше, чем в остальных областях. Так появляются каустики на дне бассейна (см. Рис. 2.2).

Caustics of light at the bottom of a swimming pool on a sunny breezy day

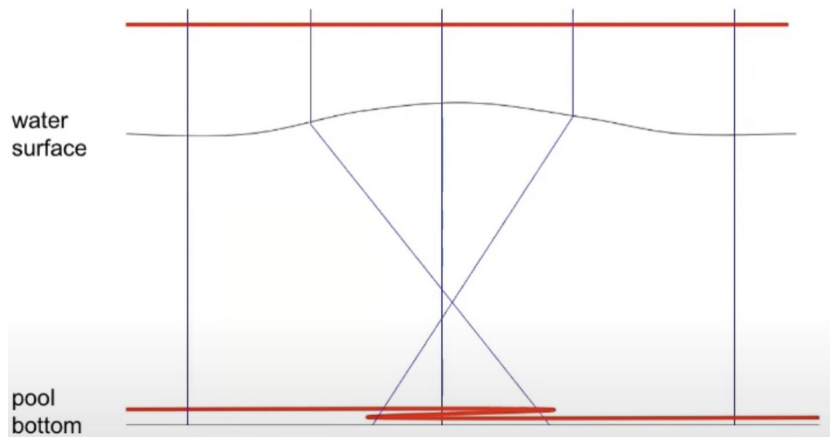


Рис. 2.1: *Картинка взята с лекции Pierre Sikivie



Рис. 2.2: *Картинка взята с YouTube

Как видно из примера, каустики встречаются и в нашей повседневной жизни (радуга, мерцание звезд и т.д.). Однако нужны условия, необходимые для образования каустик. Во-первых, среда должна быть бессталкивающейся (на рисунке 2.1 свет проходит сквозь себя). Во-вторых, нужна малая дисперсия скорости. На выше изложенном примере это означает, что свет приходит в одном направлении. Если бы было облачно, мы бы не видели каустик, так как свет приходил бы в разных направлениях.

Темная материя удовлетворяет этим условиям: она проходит сквозь себя и имеет незначительную изначальную дисперсию скорости. Поэтому мы должны ожидать каустики. Почему темная материя бессталкивающаяся? Если бы темная материя могла бы взаимодействовать сама с

собой, то она могла бы образовывать какие-либо соединения, а то и планеты, галактики и т.д. Но так как мы не видим никаких ее соединений, а уж тем более "темных" планет или галактик, мы делаем вывод, что темная материя является бессталкивающейся.

Представим себе невращающуюся галактику. Когда темная материя "захватывается" гравитационным потенциалом этой галактики, происходят ее колебания в фазовом пространстве. Поэтому, прежде чем снова "упасть" внутрь галактики, частицы темной материи достигают максимального радиуса, где образуют каустики (в данном случае будет сфера). При этом, при достижении центра галактики эти частицы снова будут образовывать каустики в местах, где проходят сквозь друг друга.

Однако следует помнить, что частицы темной материи еще и вращаются. Для более наглядного представления рассмотрим, как некоторая оболочка частиц темной материи проходит сквозь друг друга:

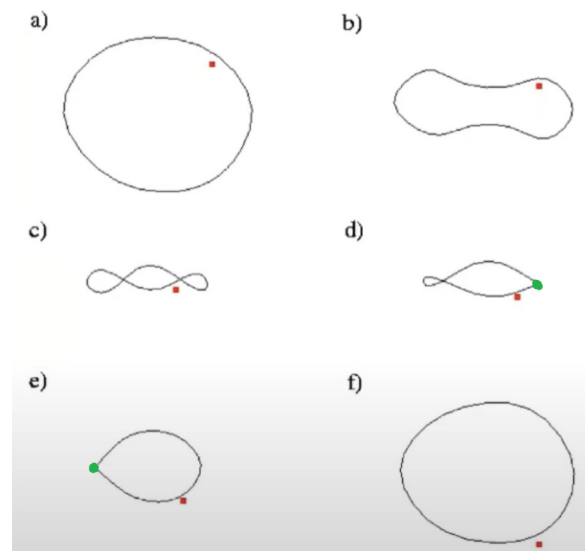


Рис. 2.3: *Картинка взята с лекции Pierre Sikivie

В выделенных зеленых точках будут каустики, так как в этих местах плотность частиц будет выше, чем в остальных местах. Красная точка показана для того, чтобы видеть, что эта оболочка оказалась "вывернута наизнанку". Так как таких оболочек много, в сумме мы можем получить сферы или кольца (см. ниже).

Теперь, если мы будем рассматривать вращающуюся галактику, на которую "падает" темная материя с некоторой изначальной дисперсией скорости, то ситуация изменится. Из-за выделенности направления вместо внутренних сфер будут кольца в той же плоскости, что и видимая

часть галактики. Внешняя сфера останется. Таким образом, у нас будут внутренние кольца и внешние сферы (или 1 сфера, см. [1]).

Отметим, что кольца являются стабильными. Это означает, что при изменении каких-либо начальных условий (гравитационного потенциала или потока частиц) каустика потеряет свою симметрию, однако ее структура останется той же (см. 2.4 и 2.5).

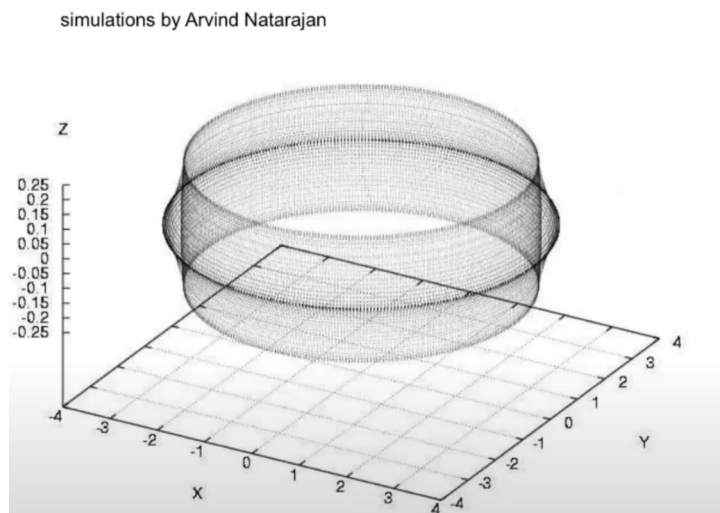


Рис. 2.4: *Картинка взята с лекции Pierre Sikivie (см. [2])

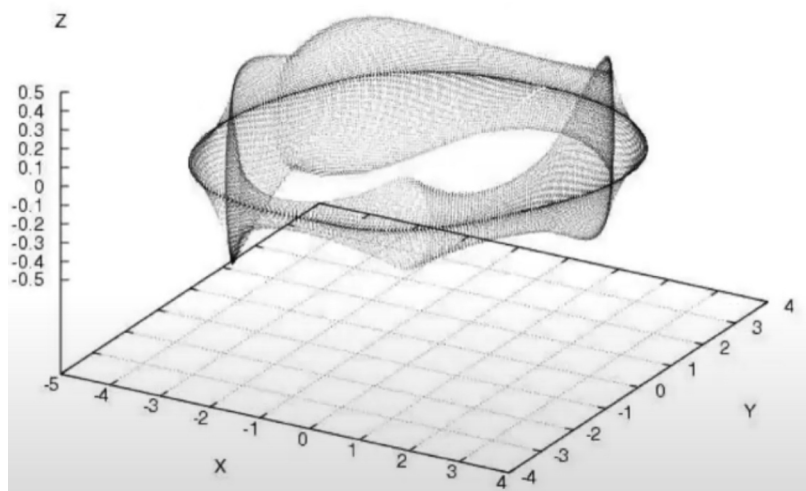


Рис. 2.5: *Картинка взята с лекции Pierre Sikivie (см. [2])

Так как эти уплотнения стабильны, то это мотивирует нас на возможное предсказание колец на галактической плоскости. Почему колец, а не сфер? Потому что каустические кольца лучше подходят для анализа кривых вращения, так как они имеют высокую плотность и расположены ближе к галактическому центру, где кривые вращения измеряются. Специальная пропорция (см. [1]) для n -ого каустического кольца, находящегося на расстоянии a_n от центра:

$$a_n = \frac{40_{\text{кпк}}}{n} \left(\frac{V_{\text{rot}}}{220_{\text{км/с}}} \right) \left(\frac{j_{\text{max}}}{0.26} \right), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

где $j_{\text{max}} \simeq 0.26$ для Млечного пути — максимум безразмерного распределения углового момента частиц темной материи. Отметим, что число 40кпк зависит от конкретных параметров галактики. Предложенная авторами [1] гипотеза (они ее не доказывают) состоит в следующем:

- 1.) Коэффициент 40кпк одинаковый для всех галактик;
- 2.) Угловой момент j_{max} частиц темной материи также является одинаковым.

То есть, помимо утверждения, что каустики должны быть, авторы выдвигают гипотезу о том, что они должны быть на одних и тех же расстояниях (перемасштабированных) в разных галактиках. Если пересчитать данные в $\tilde{r}_i$ и $\delta\tilde{v}_i$ и сложить получившиеся кривые вращения, то "горбики" в суммарной кривой будут более заметны, чем в индивидуальных. Сикиви в своей статье [1] приводит такой график зависимости средней пекулярной скорости от перемасштабированного радиуса для выборки из 32 галактик:

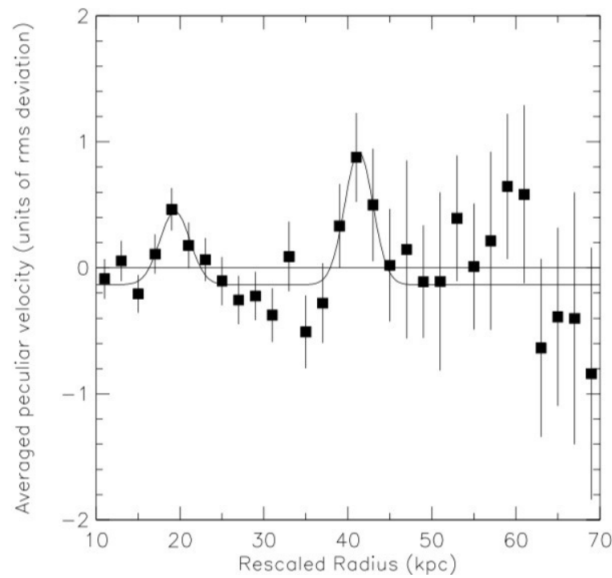


Рис. 2.6: График зависимости средней пекулярной скорости от перемасштабированного радиуса для 32 галактик (см. [1])

На графике видны два "горбика", которые он интерпретирует как каустические кольца, находящиеся на расстоянии 20 кпк и 40 кпк в перемасштабированном радиусе. В ходе дальнейшей работы будет проведена проверка результатов Сикиви и выдвинутой гипотезы, а также анализ полученных результатов.

Глава 3

Практическая часть

3.1 Итерационная процедура. Гипотеза универсальности каустик

Мы ищем области, где концентрация темной материи высокая, при этом в этих областях проявляется флуктуация скорости (она растет) относительно других областей. В реальности кривые вращения не плоские, они либо "растут", либо "падают" с увеличением расстояния. К тому же, есть некоторые источники (например, газ), скорость которых не зависит от каустических структур в галактике. Поэтому, авторы статьи используют процедуру для отделения фонового вращения галактики и для измерения "шума". Процедура состоит в следующем.

Каждая кривая вращения характеризует радиус r_i в кпк и скорость вращения v_i в км/с, то есть набор (r_i, v_i) . Предполагая, что кривая вращения "плоская", v_{rot} является средней скоростью в той ее части, где она выходит на плато. Эту скорость обозначают как $\bar{v}$. Если кривая вращения "растет" или "падает", v_{rot} определяется менее точно. В статье авторы работают с точностью $v_{rot} \equiv \bar{v}$ во всех случаях. Таким образом, получается формула для перемасштабированных радиусов $\tilde{r}_i$:

$$\tilde{r}_i \equiv r_i \left(\frac{220 \text{ км/с}}{\bar{v}} \right), \quad (3.1)$$

где $\bar{v}$ высчитывается с нижеописанной процедурой.

Итак, нас интересует "внешняя" часть кривой вращения, где она приблизительно плоская. По этой причине мы убираем "внутреннюю" ее часть с помощью "разреза": все точки с перемасштабированными радиусами $\tilde{r}_i < 10 \text{ кпк}$ выкидываются. Оставшиеся точки в кривой вращения

подгоняются к линии, а $\bar{v}$ — соответствующее среднее для них (то есть это линейная функция от $\tilde{r}_i$). Процедура "среза" фактически проводится по итерациям: начинаем с предположения $\bar{v}$, высчитываем радиус среза, пересчитываем $\bar{v}$ после среза, и так далее, пока обе величины $\tilde{r}_i$ и $\bar{v}$ примерно не сойдутся со своими предыдущими значениями. Как только линейный фит был высчитан, это фоновое вращение вычитается из кривой вращения, оставляя набор пекулярных скоростей δv_i . После этого высчитывается "шум" $\sqrt{\delta v}$ для каждой галактики:

$$\sqrt{\delta v^2} \equiv \sqrt{\frac{1}{N - N_{fit}} \sum_i (\delta v_i)^2}, \quad (3.2)$$

где N это число точек, а N_{fit} — число степеней свободы в фите ($N_{fit} = 2$ для линии).

Наконец, пекулярные скорости выражены в безразмерных величинах:

$$\delta \tilde{v}_i \equiv \frac{\delta v_i}{\sqrt{\delta v^2}} \quad (3.3)$$

Далее в их методе делается усреднение по радиальным контейнерам (бинам):

$$b_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \delta \tilde{v}_j, \quad (3.4)$$

где N_i — число точек в i -ом бине (число галактик, для которых определена $\delta \tilde{v}_j$). Погрешность представляет из себя просто $\frac{1}{\sqrt{N_i}}$.

В итоге у них получается график (см. Рис 2.6). Чтобы убедиться или наоборот усомниться в их графике, я взял тот же самый набор из 32 галактик (см. [5] и [6]) и по их методу построил график. Результат приведен ниже:

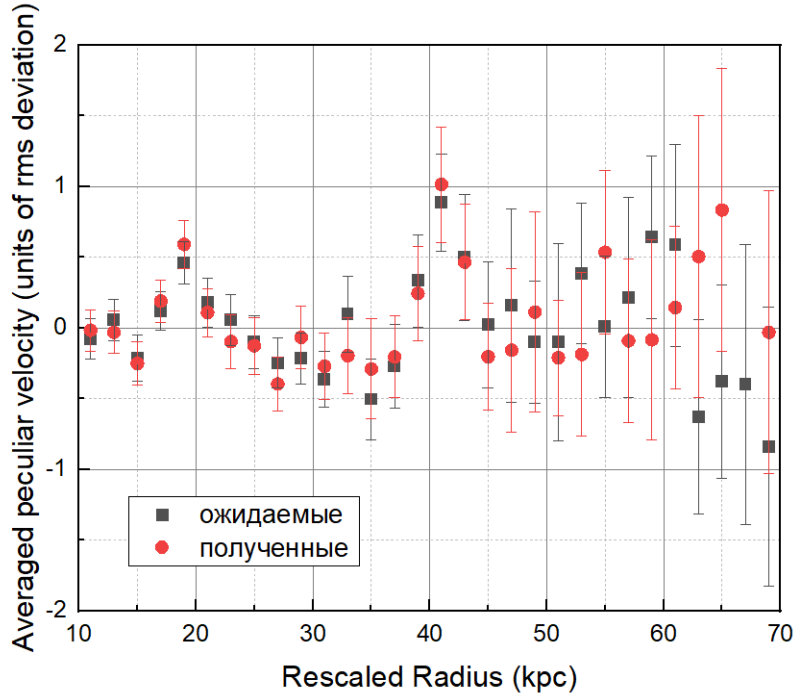


Рис. 3.1: График зависимости средней пекулярной скорости от перемасштабированного радиуса для 32 галактик

где ожидаемые точки — точки, полученные авторами [1] (см. Рис. 2.6), взяты для сравнения с полученными результатами.

Как видно из графика, есть расхождение между моим и приведенным в статье [1] графиками. Причин может быть много. Во-первых, изначально я не имел таблиц для 32 галактик, а лишь их кривые вращения. В специальной программе я снимал каждую точку и ее погрешность с графика, после чего сохранял точки в таблице для отдельно взятой галактики. Это уже говорит о том, что я не могу получить график, идентичный исходному. Во-вторых, неизвестно, как авторы строили этот график технически, из-за чего невозможно даже оценить, какая может быть причина расхождения. В-третьих, есть некоторые сомнения в корректности использованного ими статистического метода, так как распределение по бинам и учет этих ошибок является достаточно произвольным. Однако стоит заметить, что, в целом, удалось получить те же самые "горбики" на 20 кпс и 40 кпс, что и в статье [1].

Увиденные "горбики" показали, что выдвинутая авторами гипотеза универсальности каустик подтверждается.

Данный результат смотивировал применить новый статистический метод обработки, который может показать, являются ли увиденные ав-

торами "горбики" закономерными или случайными. Это может как подтвердить их гипотезу, так и подвергнуть сомнению. В следующем параграфе этот метод будет рассмотрен подробнее.

3.2 Наш статистический метод. Результат применения его к выборке галактик Сикиви

Начнем с того, что у нас есть точки для каждой галактики: $(r_i, v_i \pm \Delta v_i)$, где Δv_i — погрешность измерения скорости. К этим точкам применим итерационное перемасштабирование и вычитание фона так же, как и в методе Сикиви. В результате у нас будут входные точки для нашей процедуры: $(\tilde{r}_i, \delta v_i \pm \Delta v_i)$. Дальше мы не будем делать усреднения по выборке галактик, а сделаем следующее. Для каждой галактики строим точки $(\tilde{r}_i, \sigma_i)$, где $\sigma_i = |\frac{\delta v_i}{\Delta v_i}|$. Каждому σ_i ставится в соответствие p_i ($0 \leq p_i \leq 1$), имеющая смысл вероятности случайного отклонения от нуля на величину δv_i (и более) для нормального распределения с дисперсией Δv_i . p_i вычисляется по формуле для Гауссова распределения со средним 0, дисперсией 1, для отклонения σ_i :

$$p_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sigma_i}^{\infty} \exp\left[-\frac{\sigma_i^2}{2}\right] d\sigma \quad (3.5)$$

Пределы интегрирования взяты таковыми, так как нас интересует вероятность отклонения от нуля на величину δv_i и более. Итак, мы получили набор точек $(\tilde{r}_i, p_i)$ для каждой галактики. Грубо говоря, мы знаем "функцию" $p(\tilde{r}_i)$ для каждой галактики.

Переходим к следующему шагу. Составляем функцию $Z(\tilde{r})$:

$$Z(\tilde{r}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{r})} \frac{\ln[p_i(\tilde{r})]}{N(\tilde{r})} \quad (3.6)$$

где $N(\tilde{r})$ — число галактик, для которых есть измерение в точке $\tilde{r}$ (ведь не исключено, что для какой-то галактики значение $p_i(\tilde{r})$ может быть не определено из-за того, что нет измеренных точек в этой области). Спрашивается, в чем смысл данной процедуры? У каждой галактики есть выбросы в кривой вращения. Если они окажутся в одном месте у всех галактик, они перемножаются (сумма логарифмов), а если в разных — то затеряются.

Мы использовали эту процедуру для той же выборки из 32 галактик, что брал Сикиви. Результат представлен на следующих графиках:

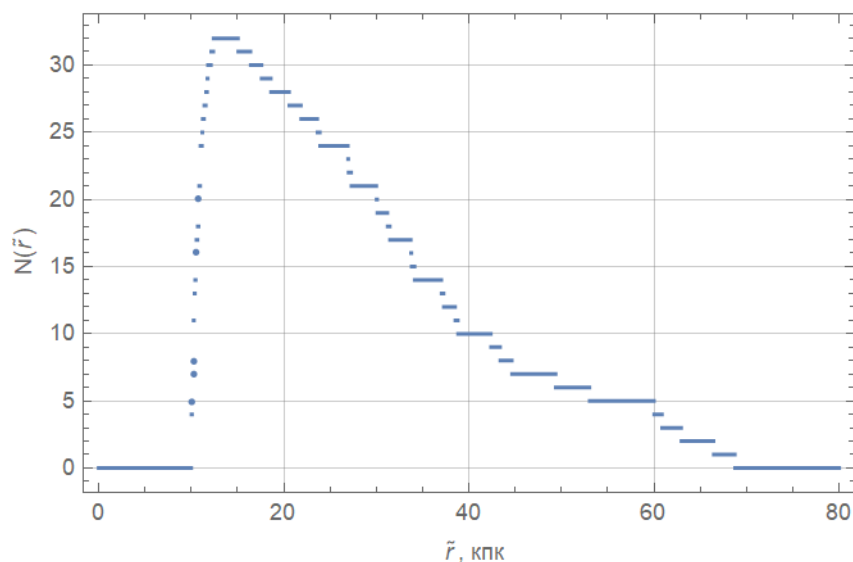


Рис. 3.2: График зависимости числа галактик, для которых определена вероятность на $\tilde{r}$ от перемасштабированного радиуса $\tilde{r}$ для выборки из 32 галактик

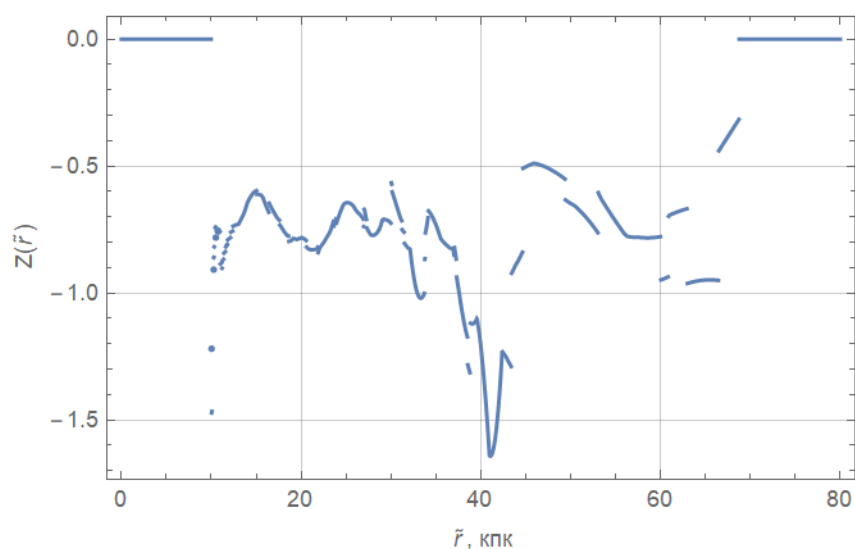


Рис. 3.3: График зависимости суммы логарифмов вероятностей (деленная на $N(\tilde{r})$) случайного отклонения скорости от нуля на величину δv и более от перемасштабированного радиуса $\tilde{r}$ для выборки из 32 галактик

Получилась довольно интересная картина: мы четко видим пока непонятный провал на 41 кпк, однако провала на 20 кпк нет. Следующий вопрос, насколько глубоким является провал на 41 кпк и что он означает. Итак, исходя из графика 3.2, мы знаем, что на 41 кпк $N(41) = 10$, а $Z(41) = -1.64$. По формуле (3.6) мы получаем, что

$$\sum_{i=1}^{10} \ln[p_i(\tilde{r})] = -16.4 \quad (3.7)$$

откуда получаем, что произведение вероятностей равно $\approx 7.5 * 10^{-8}$. Для грубой оценки значимости этой вероятности ее можно возвести в степень $\frac{1}{N(41)} = \frac{1}{10}$. Получим ≈ 0.19 . То есть полученная вероятность не значима. В следующем параграфе мы возьмем выборку из 170 галактик и для нее применим наш статистический метод.

3.3 Выборка из 170 галактик. Результат применения нашего метода к этой выборке

Для дальнейшего анализа мы решили взять новую выборку из 170 галактик и для нее провести нашу статистическую обработку. Кривые вращения брались с базы данных для 175 галактик с высококачественными кривыми вращения. Результаты вычислений приведены ниже:

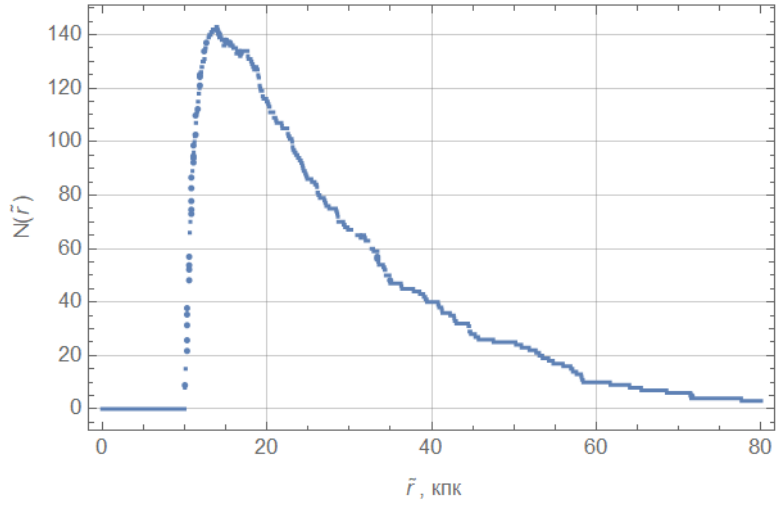


Рис. 3.4: График зависимости числа галактик, для которых определена вероятность на $\tilde{r}$ от перемасштабированного радиуса $\tilde{r}$ для выборки из 170 галактик

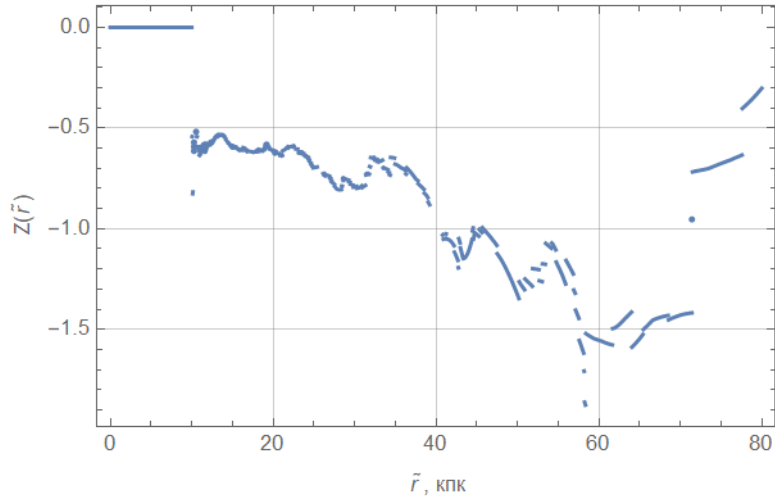


Рис. 3.5: График зависимости суммы логарифмов вероятностей (деленное на $N(\tilde{r})$) случайного отклонения скорости от нуля на величину δv и более от перемасштабированного радиуса $\tilde{r}$ для выборки из 170 галактик

Как видно из Рис. 3.5, с ростом радиуса $\tilde{r}$ вероятность случайного отклонения скорости уменьшается. Это говорит о том, что каустические кольца в данном случае никак не проявляются, что еще больше ставит под сомнение гипотезу универсальности каустик, выдвинутую авторами статьи [1].

3.4 Выборка из 170 галактик. Результат применения метода Сикиви к этой выборке

Теперь сделаем следующее. Мы возьмем новую выборку галактик и применим к ней статистический метод Сикиви. Результат приведен на Рис. 3.6. На графике видно четкое расхождение результатов Сикиви для выборки из 32 галактик с результатами для 170 галактик. Это очередной раз показывает, что результаты, полученные в [1], подвергаются сомнению.

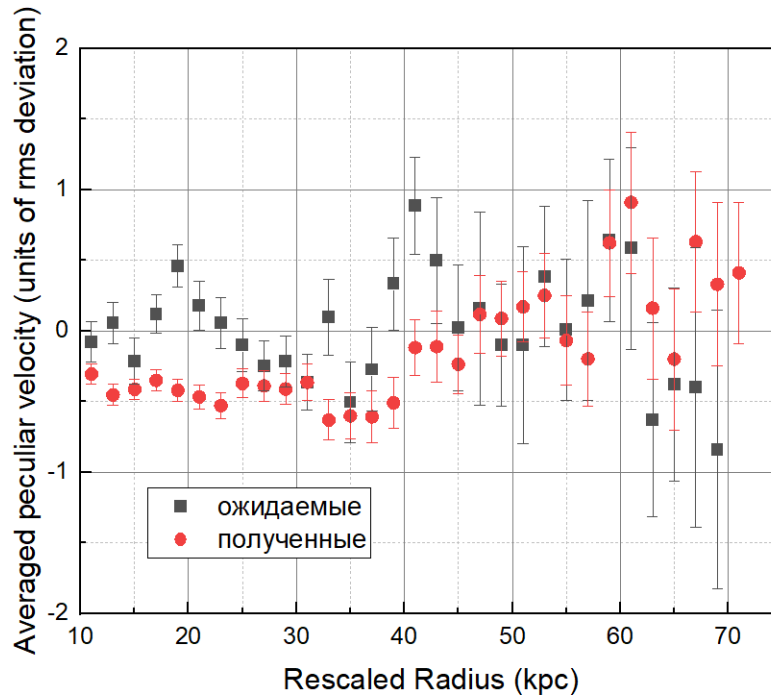


Рис. 3.6: График зависимости средней пекулярной скорости от перемасштабированного радиуса для 32 галактик

Глава 4

Заключение

4.1 Что было сделано

В ходе данной работы мною было изучено:

- как определять распределение масс в галактиках по кривым вращения;

- как появляются каустики и какими свойствами они обладают;

- выдвинутая авторами [1] гипотеза универсальности каустик.

Для проверки этой гипотезы мною было сделано:

- написана программа для статистического метода, приведенного в статье [1];

- построен график для выборки из 32 галактик (для метода из статьи [1]) (см. Рис 3.1), показывающий некоторые различия с графиком 2.6.

- написанна программа для нашего статистического метода, позволяющий проверить гипотезу универсальности каустик;

- Для той же выборки из 32 галактик (для нашего метода) построены графики (см. 3.2 и 3.3), показывающие, что на 40 кпк каустических колец не наблюдается;

- Для новой выборки из 170 галактик (для нашего метода) построены графики (см. 3.4 и 3.5), показывающие, что ни на 20 кпк, ни на 40 кпк каустики не наблюдаются, что опять ставит под сомнение гипотезу;

- Для выборки из 170 галактик был применен метод из статьи [1] и построен график, показанный на Рис. 3.6.

4.2 Научные результаты

Основным научным результатом является, что гипотеза универсальности каустик, выдвинутая авторами [1], не подтверждается. Данные, полученные в ходе работы, говорят о том, что каустические кольца не наблюдаются на одних и тех же перемасштабированных расстояниях $\tilde{r}$. При этом они не говорят об отсутствии каустических колец. Это означает, что либо каустик нет, либо они есть, но у разных галактик они находятся на разных расстояниях, либо угловой момент j_{max} частиц темной материи не является одинаковым у всех галактик. Хотя стоит отметить, что для более точного анализа следует провести точную оценку статистических значимостей.

Литература

- [1] William H. Kinney and Pierre Sikivie, Physics Department, University of Florida, arXiv: hep-ph / 0002154
- [2] Pierre Sikivie, Dark Matter Caustics by Pierre Sikivie, — lecture 2020.
- [3] SPARC: Mass Models for 175 Disk Galaxies with Spitzer Photometry and Accurate Rotation Curves
- [4] Горбунов Д. С., Рубаков В. А. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва. Российская акад. наук, Ин-т ядерных исслед., 2007.
- [5] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, MNRAS 249 (1991) 523.
- [6] R. H. Sanders, astro-ph/9606089, to appear in Ap. J.