

Производство и детектирование аксионоподобных частиц в сверхпроводящих резонаторах

Сальников Дмитрий

научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук, профессор
Белокуров Владимир Викторович

научный консультант:

кандидат физ.-мат. наук, н.с. ОТФ ИЯИ РАН
Сатунин Пётр Сергеевич

31 мая 2021



План презентации

- Обзор литературы;
- Схема эксперимента;
- Производство аксионоподобных частиц:
 - Средняя по времени плотность энергии;
 - Диаграмма направленности;
- Детектирование аксионоподобных частиц:
 - Чувствительность модели эксперимента;
- Заключение.



Обзор литературы

- Аксион как решение сильной CP - проблемы в КХД:
 - [R. V. Peccei and H. R. Quinn, 1977].
- Аксионоподобные частицы - кандидаты на роль частиц *тёмной материи*:
 - [J. Preskill *et al.*, 1983],
 - [L. F. Abbott and P. Sikivie, 1983],
 - [M. Dine and W. Fischler, 1983].
- Аксионы в *теории струн*:
 - [P. Svrcek and E. Witten, 2006],
 - [A. Arvanitaki *et al.*, 2010].
- Полный обзор *экспериментов*, направленным на поиски аксионоподобных частиц:
 - [I. G. Irastorza and J. Redondo, 2018].



Обзор литературы

■ *Поиски аксионоподобных частиц:*

■ галоскопы:

- ADMX [S. J. Asztalos *et al.*, 2001], [Y. Kahn *et al.*, 2016],
- CASPEr [D. F. Jackson Kimball *et al.*, 2017].

■ гелиоскопы:

- CAST [V. Anastassopoulos *et al.*, 2017].

■ ускорительные эксперименты:

- FASER at the LHC [J. L. Feng *et al.*, 2018],
- LDMX [A. Berlin *et al.*, 2018].

■ гамма - телескопы:

- GAMMA-400 [A. E. Egorov *et al.*, 2020].

■ *Недавние исследования по поиску аксионоподобных частиц в лаборатории:*

- [Z. Bogorad *et al.*, 2019],
- [R. Janish *et al.*, 2019],
- [C. Gao *et al.*, 2020].



Схема эксперимента

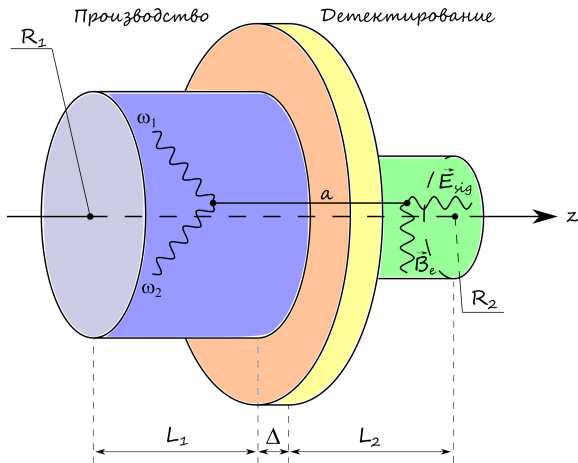


Рисунок 1 - Схема эксперимента



Теоретическая модель

- Аксионоподобные частицы описываются вещественным массивным псевдоскалярным полем $a(\vec{x}, t)$ с массой m_a .
- Лагранжиан взаимодействия аксионоподобных частиц с электромагнитным полем имеет вид:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu a \partial^\mu a - \frac{1}{2}m_a^2 a^2 + \frac{g_{a\gamma\gamma}}{4} a F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (1)$$

где $g_{a\gamma\gamma}$ - константа взаимодействия, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ - дуальный тензор поля.

- Из (1) получаем уравнения движения:

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_a^2) a = \frac{g_{a\gamma\gamma}}{4} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (2)$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = g_{a\gamma\gamma} \tilde{F}^{\mu\nu} \partial_\mu a. \quad (3)$$



Производство аксионopodobных частиц

- В случае, когда инвариант электромагнитного поля

$$F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = -4(\vec{E} \cdot \vec{B}) \quad (4)$$

отличен от нуля, будут рождаться аксионopodobные частицы.

- Так как для собственных мод резонатора $(\vec{E} \cdot \vec{B}) = 0$, необходимо использовать как минимум две моды.
- В случае использования двух мод накачки будут рождаться две волны:

$$a_{\pm}(\vec{x}, t) = -\frac{g_{a\gamma\gamma}}{4\pi} \Re \int_{V_{cav}} d^3x' \frac{F_{\pm}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \cdot e^{ik_{\pm}|\vec{x} - \vec{x}'| - i\omega_{\pm}t}, \quad (5)$$

где $k_{\pm} = \sqrt{\omega_{\pm}^2 - m_a^2}$, $\omega_{\pm} = |\omega_1 \pm \omega_2|$, $\omega_{1,2}$ - частоты мод накачки, а $F_{\pm}(\vec{x})$ - функция их комплексных амплитуд.



Моделирование аксионного поля

$$m = 8 \cdot 10^{-7} \text{ eV},$$

$$R_1 = 1 \text{ m}, L_1 = 1 \text{ m}, \omega_+ = 14.7 \cdot 10^{-7} \text{ eV}.$$



Плотность энергии аксионоподобных частиц

- Для описания интенсивности рождения аксионоподобных частиц была вычислена их средняя по времени плотность энергии:

$$\langle \rho_{\pm}^E \rangle_T = \frac{1}{2} \langle \dot{a}_{\pm}^2 \rangle_T + \frac{1}{2} \langle \partial_i a_{\pm} \partial^i a_{\pm} \rangle_T + \frac{1}{2} m_a^2 \langle a_{\pm}^2 \rangle_T . \quad (6)$$

- Пространственное распределение средней плотности энергии (6) зависит от:
 - массы аксионоподобных частиц;
 - геометрии цилиндрического резонатора;
 - мод накачки.



Сравнение $\langle \rho_+^E \rangle$ и $\langle \rho_-^E \rangle$

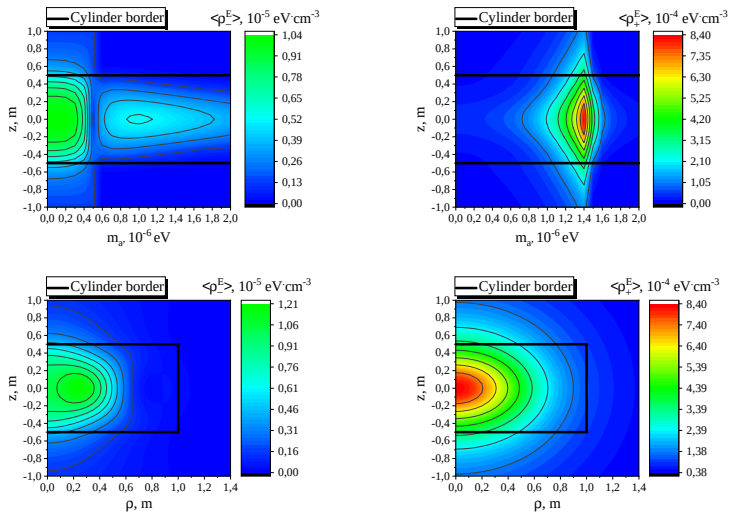


Рисунок 2 - Средняя плотность энергии для $\text{TM}_{010} + \text{TE}_{011}$



Сравнение различных мод накачки

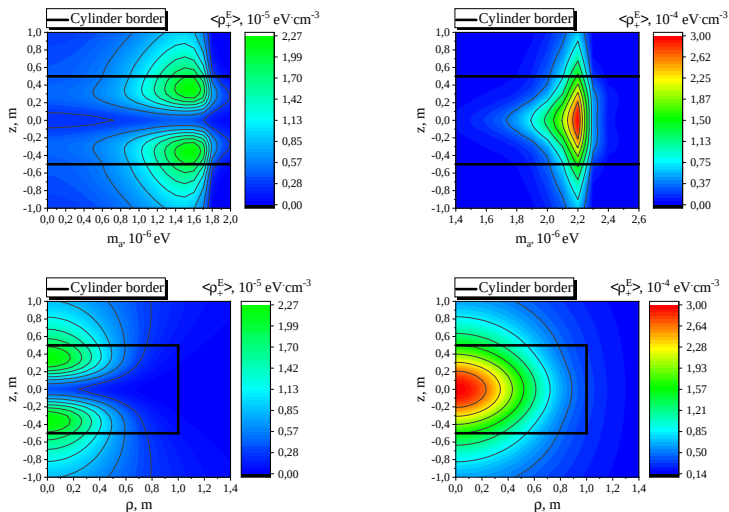


Рисунок 3 - Средняя плотность энергии для $TM_{011} + TE_{011}$ и $TM_{011} + TE_{012}$



Сравнение различных геометрий цилиндра

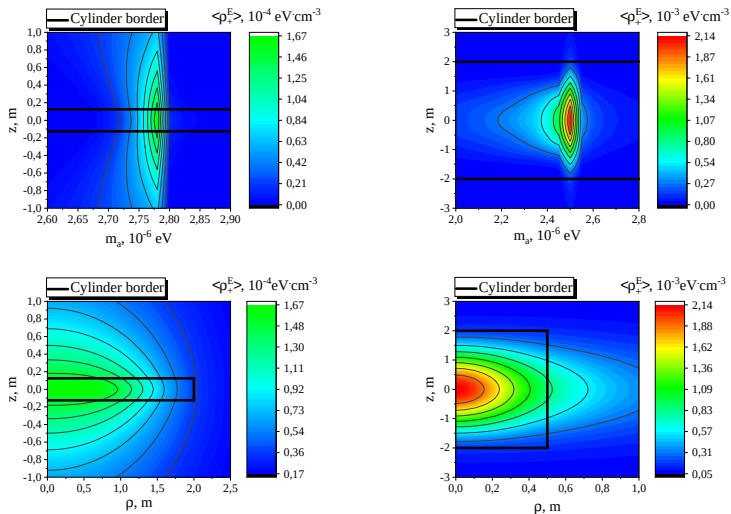


Рисунок 4 - Средняя плотность энергии для $TM_{010} + TE_{011}$ для разных геометрий цилиндрического резонатора



Диаграмма направленности

- Напомним формулу (5) для $a_{\pm}(\vec{x}, t)$:

$$a_{\pm}(\vec{x}, t) = -\frac{ga\gamma\gamma}{4\pi} \Re \int_{V_{cav}} d^3x' \frac{F_{\pm}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \cdot e^{ik_{\pm}|\vec{x} - \vec{x}'| - i\omega_{\pm}t}. \quad (5)$$

- В дальней зоне $|\vec{x}| \gg |\vec{x}'|$ можем разложить подынтегральную функцию в (5) по малому параметру $\vec{x}'$. Тогда получим асимптотическую формулу:

$$a_{\pm}(\vec{x}, t) = -\frac{ga\gamma\gamma}{4\pi|\vec{x}|} \Re e^{ik_{\pm}|\vec{x}| - i\omega_{\pm}t} \int_{V_{cav}} d^3\vec{x}' F_{\pm}(\vec{x}') \cdot \exp \left[-ik_{\pm} \left(\vec{x}' \cdot \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|} \right) \right] + o \left(\frac{1}{|\vec{x}|} \right). \quad (7)$$

- Введём функцию диаграммы направленности:

$$f_{\pm}(\varphi, \theta) = \lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} \frac{\langle a_{\pm}^2 \rangle_T}{\max_{\varphi, \theta} \langle a_{\pm}^2 \rangle_T}. \quad (8)$$



Диаграмма направленности

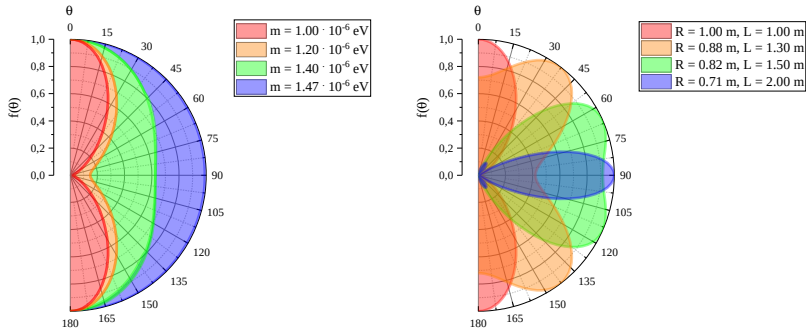


Рисунок 5 - Диаграмма направленности для $\text{TM}_{010} + \text{TE}_{011}$ для разных масс аксионоподобных частиц и геометрий цилиндрического резонатора



Детектирование аксионоподобных частиц

- Уравнение (3)

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = g_{a\gamma\gamma} \tilde{F}^{\mu\nu} \partial_\mu a. \quad (3)$$

описывает генерацию сигнального электромагнитного поля при взаимодействии аксионоподобных частиц с полем $\vec{B}_e$.

- Для описания сигнального электромагнитного поля разложим его по собственным модам *детектирующего* резонатора:

$$\vec{E}^{\text{sig}}(\vec{x}, t) = \sum_m \vec{\mathcal{E}}_m(\vec{x}) E_m^{\text{sig}}(t). \quad (9)$$

- Количество рождённых фотонов сигнальной моды:

$$N_s \simeq \frac{1}{2\omega} \int_{2\text{ cav}} d^3x \langle |\vec{E}^{\text{sig}}(\vec{x}, t)|^2 \rangle \simeq \frac{V_2}{2\omega} \langle |E_m^{\text{sig}}(t)|^2 \rangle. \quad (10)$$



Детектирование аксионоподобных частиц

- Средняя плотность энергии сигнальной электромагнитной моды:

$$\langle \rho_{\text{ЕМ}}^E \rangle = \frac{1}{2} \langle |E_m^{\text{sig}}(t)|^2 \rangle = \frac{1}{4} \left[\frac{g_{a\gamma\gamma}^2 E_0^2 Q B_e}{4\pi} \cdot \frac{V_{1\text{ cav}}}{\Delta} \cdot \kappa_m^{\pm} \right]^2. \quad (11)$$

- Соотношение сигнал - шум:

$$\text{SNR} \simeq \frac{N_s}{N_{\text{th}}} \frac{1}{2L_2 Q} \sqrt{\frac{t}{B}}. \quad (12)$$

- Оценка для константы связи:

$$g_{a\gamma\gamma} \simeq \left[\frac{128\pi^2 T L_2 \Delta^2}{E_0^4 B_e^2 Q \kappa_m^2 V_1^2 V_2} \sqrt{\frac{B}{t}} \text{SNR} \right]^{1/4}. \quad (13)$$



Чувствительность установки

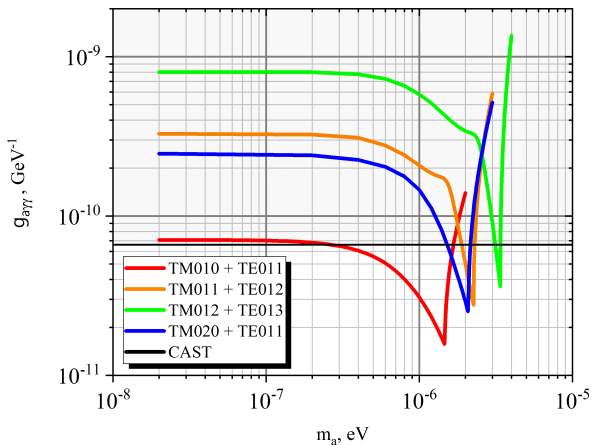


Рисунок 6 - Зависимость $g_{a\gamma\gamma}$ от массы аксионоподобных частиц m_a для различных мод производящего резонатора для TM_{010} - моды детектирующего резонатора



Выводы

- Средняя плотность энергии $\langle \rho_+^E \rangle_T$ существенно выше средней плотности энергии $\langle \rho_-^E \rangle_T$;
- Средняя плотность энергии $\langle \rho_+^E \rangle_T$ имеет «резонанс» при массе аксионоподобных частиц $m_a \lesssim \omega_+$;
- Средняя плотность энергии $\langle \rho_+^E \rangle_T$ существенно зависит от мод накачки, наиболее оптимальными являются моды, для которых $n_1 = n_2$ и нечётное $q_1 + q_2$;
- Диаграмма направленности излучения аксионоподобных частиц существенно зависит от геометрии цилиндра и их импульса. Были найдены условия, при которых реализуется тот или иной тип диаграммы направленности;
- Чувствительность установки соответствует другим экспериментам. Наиболее оптимальным для малых масс аксионоподобных частиц m_a является комбинация $TM_{010} + TE_{011}$ мод производящего резонатора.



Спасибо за внимание!



Ссылки на публикации

- Более подробные результаты опубликованы в работе:

D. Salnikov, P. Satunin, D. Kirpichnikov, M. Fitkevich, «Examining axion-like particles with superconducting radio-frequency cavity». J. High Energ. Phys. 2021, **143** (2021). doi:[10.1007/JHEP03\(2021\)143](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2021)143) [arXiv:[2011.12871](https://arxiv.org/abs/2011.12871) [hep-ph]];

- Код программы и её описание выложены на сайте: <https://github.com/dmitry-salnikov-msu/Axion>;

- Для ускорения были применены параллельные вычисления с помощью программного интерфейса MPI. Расчёты были проведены на кластере ИЯИ РАН http://cluster.inr.ac.ru/for_users.php.



Дальнейшие исследования

- В дальнейшие планы входят следующие исследования:
 - анализ другой конфигурации установки, при которой производящий резонатор имеет форму «трубы», а детектирующий представляет собой цилиндрический слой вокруг него (как показано на рисунке 7):

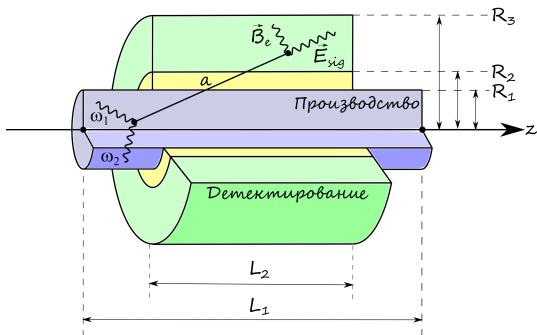


Рисунок 7 - Другой тип конфигурации эксперимента



Дальнейшие исследования

- оптимизация эксперимента: подбор наиболее подходящей геометрии производящего и детектирующего резонаторов, их взаимного расположения и режима генерации аксионоподобных частиц (ультрарелятивистский или нерелятивистский);
- описание взаимодействия аксионоподобных частиц с полем $\vec{B}_e$ в детектирующем резонаторе на языке квантовой теории поля для получения более точных результатов;
- исследование другого типа эксперимента, в котором производство и детектирование аксионоподобных частиц происходит в одном резонаторе.



Функция источника

- Выражения для электромагнитного поля имеют вид:

$$\vec{E}_i(\vec{x}, t) = \sqrt{2} \Re \left[\vec{\mathcal{E}}_i(\vec{x}, \omega_i) e^{-i\omega_i t} \right], \quad i = 1, 2; \quad (14)$$

$$\vec{B}_i(\vec{x}, t) = \sqrt{2} \Re \left[\vec{\mathcal{B}}_i(\vec{x}, \omega_i) e^{-i\omega_i t} \right], \quad i = 1, 2; \quad (15)$$

где $\vec{\mathcal{E}}_i(\vec{x}, \omega_i)$ и $\vec{\mathcal{B}}_i(\vec{x}, \omega_i)$ - комплексные амплитуды TM_{npq} и TE_{npq} мод цилиндрического резонатора

- Для скалярного произведения $(\vec{E} \cdot \vec{B})$ получим:

$$\left(\vec{E}(\vec{x}, t) \cdot \vec{B}(\vec{x}, t) \right) = \Re \left[F_+(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_+ t} + F_-(\vec{x}) \cdot e^{-i\omega_- t} \right], \quad (16)$$

где $\omega_{\pm} = |\omega_1 \pm \omega_2|$,

$$F_+(\vec{x}) \equiv \vec{\mathcal{E}}_1(\vec{x}) \cdot \vec{\mathcal{B}}_2(\vec{x}) + \vec{\mathcal{E}}_2(\vec{x}) \cdot \vec{\mathcal{B}}_1(\vec{x}), \quad (17)$$

$$F_-(\vec{x}) \equiv \vec{\mathcal{E}}_1^*(\vec{x}) \cdot \vec{\mathcal{B}}_2(\vec{x}) + \vec{\mathcal{E}}_2(\vec{x}) \cdot \vec{\mathcal{B}}_1^*(\vec{x}). \quad (18)$$



Комплексные амплитуды TM_{npq} мод

- Явные выражения для комплексных амплитуд TM_{npq} мод имеют вид:

$$\mathcal{E}_z^{TM_{npq}} = \varepsilon_0 J_n \left(\frac{x_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{E}_\rho^{TM_{npq}} = \frac{-\varepsilon_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{q\pi}{L} \cdot \frac{x_{np}}{R} \cdot J'_n \left(\frac{x_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{E}_\varphi^{TM_{npq}} = \frac{-\varepsilon_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{nq\pi}{L} \cdot J_n \left(\frac{x_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \sin \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{B}_z^{TM_{npq}} = 0,$$

$$\mathcal{B}_\rho^{TM_{npq}} = \frac{-i\omega_{npq}^{TM} \varepsilon_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{n}{\rho} \cdot J_n \left(\frac{x_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \cos \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{B}_\varphi^{TM_{npq}} = \frac{i\omega_{npq}^{TM} \varepsilon_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{x_{np}}{R} \cdot J'_n \left(\frac{x_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos \left(\frac{q\pi}{L} z \right);$$



Комплексные амплитуды TE_{npq} мод

- Явные выражения для комплексных амплитуд TE_{npq} мод имеют вид:

$$\mathcal{B}_z^{TE_{npq}} = \mathcal{B}_0 J_n \left(\frac{x'_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{B}_\rho^{TE_{npq}} = \frac{\mathcal{B}_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{q\pi}{L} \cdot \frac{x'_{np}}{R} \cdot J'_n \left(\frac{x'_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \cos \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{B}_\varphi^{TE_{npq}} = \frac{\mathcal{B}_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{nq\pi}{L} \cdot J_n \left(\frac{x'_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \cos \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{E}_z^{TE_{npq}} = 0,$$

$$\mathcal{E}_\rho^{TE_{npq}} = \frac{i\omega_{npq}^{TE} \mathcal{B}_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{n}{\rho} \cdot J_n \left(\frac{x'_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} \sin \left(\frac{q\pi}{L} z \right),$$

$$\mathcal{E}_\varphi^{TE_{npq}} = \frac{-i\omega_{npq}^{TE} \mathcal{B}_0}{k_{npq}^2 - (q\pi/L)^2} \cdot \frac{x'_{np}}{R} \cdot J'_n \left(\frac{x'_{np}}{R} \rho \right) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} \sin \left(\frac{q\pi}{L} z \right).$$



Форм-фактор $\kappa_m^\pm$

- Напомним выражение для средней плотности энергии сигнальной электромагнитной моды:

$$\langle |E_m^{\text{sig}}(t)|^2 \rangle = \frac{1}{2} \left[\frac{g_{a\gamma\gamma}^2 E_0^2 Q B_c^z}{4\pi} \cdot \frac{V_{1\text{cav}}}{\Delta} \cdot \kappa_m^\pm \right]^2. \quad (11)$$

- Здесь форм-фактор $\kappa_m^\pm$ - это

$$\kappa_m^\pm = \sqrt{(\kappa_{m\cos}^\pm)^2 + (\kappa_{m\sin}^\pm)^2}, \quad (19)$$

где

$$\kappa_{m\sin}^\pm \cos = \left(\alpha_{m\sin}^\pm \cos + \frac{\beta_{m\sin}^\pm \cos}{\omega_\pm^2 L_1^2} \right). \quad (20)$$



Форм-фактор $\kappa_m^\pm$

■ Форм-факторы $\alpha_{m\sin}^{\pm\cos}$ и $\beta_{m\sin}^{\pm\cos}$ имеют вид:

$$\alpha_{m\sin}^{\pm\cos} = \int_{2\text{ cav}} \frac{d^3x}{V_2} \mathcal{E}_m^z(\vec{x}) \int_{1\text{ cav}} \frac{d^3x'}{V_1} \frac{|F_\pm(\vec{x}')|}{E_0^2} \cdot \frac{\Delta}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \left\{ \begin{array}{c} \cos(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \\ \sin(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \end{array} \right\},$$

$$\beta_{m\sin}^{\pm\cos} = \int_{2\text{ cav}} \frac{d^3x}{V_2} \mathcal{E}_m^z(\vec{x}) \int_{1\text{ cav}} \frac{d^3x'}{V_1} \frac{\partial_{z'}^2 |F_\pm(\vec{x}')|}{E_0^2} \cdot \frac{\Delta \cdot L_1^2}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \left\{ \begin{array}{c} \cos(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \\ \sin(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \end{array} \right\} -$$

$$- \int_{2\text{ cav}} \frac{d^3x}{V_2} \mathcal{E}_m^z(\vec{x}) \int_{1\text{ S}} \frac{\rho' d\rho' d\varphi'}{V_1} \frac{\partial_{z'} |F_\pm(\vec{x}')|}{E_0^2} \cdot \frac{\Delta \cdot L_1^2}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \left\{ \begin{array}{c} \cos(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \\ \sin(k_\pm |\vec{x} - \vec{x}'|) \end{array} \right\} \Bigg|_{z'=0}^{z'=L}.$$

