

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

«ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ ОТ
ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА С
УЧАСТИЕМ ЛЁГКИХ СГОЛДСТИНО»

Выполнила студентка
243м группы
Крюкова Екатерина Андреевна

подпись студента

Научный руководитель:
акад. РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор
Рубаков Валерий Анатольевич

подпись научного руководителя

Научные консультанты:
член-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор
Горбунов Дмитрий Сергеевич

подпись научного консультанта

кандидат физ.-мат. наук, доцент
Демидов Сергей Владимирович

подпись научного консультанта

Допущена к защите
Зав.кафедрой _____

подпись зав.кафедрой

Москва
2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 ПОТЕНЦИАЛ МОДЕЛИ	5
1.1 Потенциал при нулевой температуре	5
1.2 Потенциал при конечной температуре	8
2 ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД I РОДА	9
3 СПЕКТР ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН	13
4 УРАВНЕНИЯ РЕНОРМГРУППЫ	15
5 СВЯЗЬ С ПАРАМЕТРАМИ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ	18
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	24

ВВЕДЕНИЕ

Открытие бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере (БАК) позволило осуществить прямые исследования в скалярном секторе Стандартной модели [1], [2]. В настоящее время продолжают эксперименты по поиску других скалярных и псевдоскалярных частиц хиггсовского сектора. Одной из популярных моделей с множеством бозонов Хиггса является модель 2HDM с двумя хиггсовскими дублетами, в которой к бозону Хиггса Стандартной модели добавляются четыре новые более тяжелые частицы — скаляры H , H^\pm и псевдоскаляр A [3]. Данная модель находит естественное применение в суперсимметричных обобщениях Стандартной модели.

Поскольку легкие суперпартнеры не были обнаружены экспериментально, в реалистичных суперсимметричных моделях должна быть спонтанно нарушена суперсимметрия. В частности, представляют интерес модели, в которых суперсимметрия нарушена на довольно низком масштабе порядка десятков-сотен ТэВ. В данной работе рассматривается подобная модель [4]. В ней спонтанное нарушение суперсимметрии эффективно описывается киральным суперполем сголдстино $\Phi = \phi + \sqrt{2}\theta G + F_\phi\theta^2$, а вспомогательное поле F_ϕ имеет ненулевое вакуумное среднее $\langle F_\phi \rangle = F \neq 0$. Комплексное поле сголдстино ϕ содержит в себе два вещественных поля — скаляр s и псевдоскаляр p . Массы этих частиц могут быть порядка десятков-сотен ГэВ. Таким образом, в исследуемой модели при низких энергиях имеются три скалярные частицы: бозон Хиггса h , сголдстино s и p .

Известно, что в современной Вселенной при нулевой температуре у бозона Хиггса h есть ненулевое вакуумное среднее v . Предполагается, что в ранней Вселенной произошел электрослабый фазовый переход, при котором бозон Хиггса перешел из ненарушенной фазы $\langle h \rangle = 0$ в нарушенную. Детальное вычисление показывает, что в Стандартной модели происходит не фазовый переход первого рода, а гладкий кроссовер [5]. Ранее было показано, что в моделях с дополнительным скалярным полем при определенном выборе параметров возможен фазовый переход первого рода [6].

При сильном электрослабом фазовом переходе первого рода в столкновениях стенок соседних пузырей новой фазы могут появляться гравитационные волны. Сигналы таких волн могли бы наблюдаться с помощью планируемых детекторов гравитационных волн, таких как LISA, BBO, Taiji, TianQin, DECIGO, Ultimate DECIGO.

Цель данной работы — изучить возможность фазового перехода первого рода в модели с легким сголдстино и получить спектр рождаемых при этом гравитационных волн.

Были поставлены следующие задачи:

- найти эффективный потенциал модели при конечной температуре в однопетлевом приближении,

- численно найти точки в пространстве параметров модели, в которых при конечной температуре происходит фазовый переход первого рода,
- определить спектры рождаемых в этих точках гравитационных волн,
- получить систему уравнений ренормгруппы для исследуемой модели в однопетлевом приближении,
- сопоставить низкоэнергетическую теорию с фазовым переходом суперсимметричной теории при высоких энергиях, то есть найти связь их констант связи.

В разделе 1 записан потенциал модели при нулевой и конечной температуре в однопетлевом приближении. В разделе 2 описана процедура нахождения точек с фазовым переходом первого рода и определения его параметров. Спектр гравитационных волн от найденных фазовых переходов I рода представлен в разделе 3. Уравнения ренормгруппы для констант связи и массовых параметров модели получены в разделе 4. В разделе 5 описана суперсимметричная модель, получен древесный потенциал скалярных полей, найдена связь параметров суперсимметричной модели при высоких энергиях с константами связи в модели с фазовым переходом. В заключении изложены основные результаты работы, обсуждается возможная феноменология модели в экспериментах на ускорителях частиц высоких энергий.

1. ПОТЕНЦИАЛ МОДЕЛИ

1.1. Потенциал при нулевой температуре

Потенциал модели на древесном уровне в терминах хиггсовского дублета H и комплексного скалярного поля стюлдстино ϕ может быть записан в виде

$$V_{tree}(H, \phi) = V_{quartic}(H, \phi) + V_{cubic}(H, \phi) + V_{free}(H, \phi), \quad (1.1)$$

$$V_{quartic}(H, \phi) = \lambda_1(H^\dagger H)^2 + \lambda_2\phi^*\phi H^\dagger H + \lambda_3(\phi^*\phi)^2 + \lambda_4(\phi^2 + \phi^{*2})H^\dagger H + \\ + \lambda_5(\phi^4 + \phi^{*4}) + \lambda_6\phi^*\phi(\phi^2 + \phi^{*2}), \quad (1.2)$$

$$V_{cubic}(H, \phi) = \frac{\mu_1}{\sqrt{2}}(\phi + \phi^*)H^\dagger H + \frac{\mu_2}{\sqrt{2}}(\phi + \phi^*)\phi^*\phi + \frac{\mu_3}{\sqrt{2}}(\phi^3 + \phi^{*3}), \quad (1.3)$$

$$V_{free}(H, \phi) = -M_1^2 H^\dagger H + M_2^2 \phi^* \phi + M_3^2 (\phi^2 + \phi^{*2}) + \frac{C^3}{\sqrt{2}}(\phi + \phi^*). \quad (1.4)$$

В хиггсовском дублете H выделим поле Хиггса h и голдстоуновские бозоны: вещественное поле G_0 и комплексное поле G^+

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G^+ \\ h + iG_0 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

В комплексном поле стюлдстино выделим явно скаляр s и псевдоскаляр p

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(s + ip). \quad (1.6)$$

Подставляя разложения (1.5) и (1.6) в формулы (1.1)–(1.4), получаем древесный потенциал $V_0(h, s, p)$ трех скалярных полей h, s, p . Переобозначим константы связи следующим образом

$$\begin{aligned} \lambda_{hs} &\equiv \lambda_2 + 2\lambda_4, & \lambda_s &\equiv \lambda_3 + 2\lambda_5 + 2\lambda_6, & \lambda_p &\equiv \lambda_3 + 2\lambda_5 - 2\lambda_6, \\ \lambda_{hp} &\equiv \lambda_2 - 2\lambda_4, & \mu_s &\equiv 3(\mu_2 + \mu_3), & \mu_{sp} &\equiv \mu_2 - 3\mu_3, \\ \lambda_{sp} &\equiv 2\lambda_3 - 12\lambda_5, & M_s^2 &\equiv M_2^2 + 2M_3^2, & M_p^2 &\equiv M_2^2 - 2M_3^2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Тогда древесный потенциал принимает вид

$$V_0(h, s, p) = \frac{\lambda_1}{4}h^4 + \frac{\lambda_{hs}}{4}h^2s^2 + \frac{\lambda_{hp}}{4}h^2p^2 + \frac{\lambda_s}{4}s^4 + \frac{\lambda_p}{4}p^4 + \frac{\lambda_{sp}}{4}s^2p^2 + \\ + \frac{\mu_1}{2}sh^2 + \frac{\mu_s}{6}s^3 + \frac{\mu_{sp}}{2}sp^2 - \frac{M_1^2}{2}h^2 + \frac{M_s^2}{2}s^2 + \frac{M_p^2}{2}p^2 + C^3s. \quad (1.8)$$

Отметим, что в этом выражении опущены вклады голдстоуновских бозонов, которые нужно будет учесть при вычислении зависящих от средних

значений полей масс частиц (англ. field-dependent masses). Средние значения голдстоуновских полей равны 0, поэтому они не дают вклада в массы бозона Хиггса h и сголдстино s и p .

Древесный потенциал $V_0(h, s, p)$ удобно использовать для нахождения положения минимумов потенциала и масс частиц, а также для вывода уравнений ренормгруппы (см. раздел 4). В то же время для нахождения соотношений между константами связи данной модели и параметрами суперсимметричной модели (см. раздел 5) удобнее воспользоваться потенциалом (1.1)–(1.4).

Для того, чтобы при нулевой температуре минимум потенциала $V_0(h, s, p)$ располагался в точке $\langle h \rangle = v$, $\langle s \rangle = \langle p \rangle = 0$, где $v = 246$ ГэВ, наложим дополнительные связи на параметры модели: $M_1^2 = \lambda_1 v^2$ для экстремума по полю h и $C^3 = -\mu_1 v^2/2$ для экстремума по полю s . Здесь и далее предполагается, что M_1^2 и C^3 выражаются по указанным формулам и больше не являются свободными параметрами модели.

В однопетлевые поправки к потенциалу при нулевой и конечной температуре входят зависящие от средних значений полей массы всех частиц модели, вычисленные на древесном уровне. Учет этих поправок производится для того, чтобы получить полный потенциал трех скалярных полей h , s и p . Поэтому сначала нужно найти все вклады этих скаляров в их собственные массы, массы голдстоуновских бозонов, массы векторных бозонов и массу топ-кварка.

Квадраты зависящих от полей масс скаляров h , s , p — собственные значения матрицы вторых производных потенциала (1.8)

$$\begin{pmatrix} V_{hh} & V_{hs} & V_{hp} \\ V_{hs} & V_{ss} & V_{sp} \\ V_{hp} & V_{sp} & V_{pp} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

где

$$V_{hh} = 3\lambda_1 h^2 + \frac{\lambda_{hs}}{2} s^2 + \mu_1 s + \frac{\lambda_{hp}}{2} p^2 - M_1^2, \quad (1.10)$$

$$V_{hs} = \lambda_{hs} h s + \mu_1 h, \quad (1.11)$$

$$V_{hp} = \lambda_{hp} h p, \quad (1.12)$$

$$V_{ss} = \frac{\lambda_{hs}}{2} h^2 + 3\lambda_s s^2 + \frac{\lambda_{sp}}{2} p^2 + \mu_s s + M_s^2, \quad (1.13)$$

$$V_{sp} = \lambda_{sp} s p + \mu_{sp} p, \quad (1.14)$$

$$V_{pp} = \frac{\lambda_{hp}}{2} h^2 + \frac{\lambda_{sp}}{2} s^2 + 3\lambda_p p^2 + \mu_{sp} s + M_p^2. \quad (1.15)$$

В частности, при нулевой температуре вблизи вакуума $(v, 0, 0)$ получаем следующие значения квадратов физических масс бозона Хиггса, скаляра и

псевдоскаляра сголдстино

$$m_{h,s}^2{}_{phys} = \lambda_1 v^2 + \frac{\lambda_{hs}}{4} v^2 + \frac{M_s^2}{2} \pm \sqrt{\left(\lambda_1 v^2 - \frac{\lambda_{hs}}{4} v^2 - \frac{M_s^2}{2}\right)^2 + \mu_1^2 v^2}, \quad (1.16)$$

$$m_p^2{}_{phys} = \frac{\lambda_{hp}}{2} v^2 + M_p^2. \quad (1.17)$$

Квадраты масс голдстоуновских бозонов G_0, G^\pm

$$m_G^2(h, s, p) = \lambda_1 h^2 + \frac{\lambda_{hs}}{2} s^2 + \mu_1 s + \frac{\lambda_{hp}}{2} p^2 - M_1^2. \quad (1.18)$$

Для квадратов зависящих от средних значений полей масс t -кварка, Z, W^\pm -бозонов на древесном уровне справедливы стандартные формулы

$$m_t^2(h) = \frac{y_t^2}{2} h^2, \quad m_Z^2(h) = \frac{g_1^2 + g_2^2}{4} h^2, \quad m_W^2(h) = \frac{g_2^2}{4} h^2, \quad (1.19)$$

здесь y_t — юкавская константа связи топ-кварка, g_1 и g_2 — константы связи групп $U(1)_Y$ и $SU(2)_W$ соответственно.

Поправки к потенциалу $V_0(h, s, p)$ при нулевой температуре в однопетлевом приближении учитываются с помощью потенциала Коулмена-Вайнберга в \overline{MS} -схеме [7]

$$V_{CW}(h, s, p) = \frac{1}{64\pi^2} \sum_i (-1)^{s_i} n_i m_i^4(h, s, p) \left(\ln \frac{m_i^2(h, s, p)}{Q^2} - c_i \right), \quad (1.20)$$

где сумма берется по всем полям модели, Q — масштаб перенормировки, в вычислениях брался $Q = 100$ ГэВ. Вклады бозонов входят в сумму со знаком «+», $s_i = 0$, а фермионов со знаком «−», $s_i = 1$. $m_i(h, s, p)$ — зависящие от средних значений полей h, s, p массы частиц, выраженные выше, n_i — число степеней свободы частицы, $c_i = 3/2$ для скалярных частиц и фермионов, $c_i = 5/6$ для массивных векторных частиц.

Известно, что добавление потенциала Коулмена-Вайнберга $V_{CW}(h, s, p)$ к древесному потенциалу $V_0(h, s, p)$ приводит к смещению положения минимумов суммарного потенциала. Поэтому для того, чтобы закрепить минимум при нулевой температуре в точке $(v, 0, 0)$ и фиксировать значения масс вблизи этого минимума, дополнительно вводится потенциал контрчленов

$$V_{CT}(h, s, p) = \frac{\delta\lambda_1}{4} h^4 + \frac{\delta\lambda_{hs}}{4} h^2 s^2 + \frac{\delta\lambda_{hp}}{4} h^2 p^2 + \frac{\delta\mu_1}{2} s h^2 - \frac{\delta M_1^2}{2} h^2 + \delta C^3 s. \quad (1.21)$$

Коэффициенты с δ в потенциале $V_{CT}(h, s, p)$ подбираются так, что в точке $(v, 0, 0)$ обращаются в 0 все первые и вторые частные производные по полям h, s, p от суммы $V_{CW} + V_{CT}$ [8]

$$\delta\lambda_1 = -\frac{1}{2v^2} \left. \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial h^2} \right|_{(v,0,0)} + \frac{1}{2v^3} \left. \frac{\partial V_{CW}}{\partial h} \right|_{(v,0,0)}, \quad (1.22)$$

$$\delta\lambda_{hs} = -\frac{2}{v^2} \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial s^2} \Big|_{(v,0,0)}, \quad \delta\lambda_{hp} = -\frac{2}{v^2} \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial p^2} \Big|_{(v,0,0)}, \quad (1.23)$$

$$\delta\mu_1 = -\frac{1}{v} \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial h \partial s} \Big|_{(v,0,0)}, \quad \delta C^3 = -\frac{\partial V_{CW}}{\partial s} \Big|_{(v,0,0)} + \frac{v}{2} \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial h \partial s} \Big|_{(v,0,0)}, \quad (1.24)$$

$$\delta M_1^2 = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V_{CW}}{\partial h^2} \Big|_{(v,0,0)} + \frac{3}{2v} \frac{\partial V_{CW}}{\partial h} \Big|_{(v,0,0)}. \quad (1.25)$$

Таким образом, эффективный потенциал модели при нулевой температуре имеет вид

$$V_{T=0}(h, s, p) = V_0(h, s, p) + V_{CW}(h, s, p) + V_{CT}(h, s, p). \quad (1.26)$$

1.2. Потенциал при конечной температуре

Эффективный потенциал при конечной температуре дополнительно включает однопетлевые термальные поправки (плотность свободной энергии плазмы) [9]

$$V_T(T, h, s, p) = \frac{T^4}{2\pi^2} \sum_i n_i J_{B/F} \left(\frac{m_i(h, s, p)}{T} \right), \quad (1.27)$$

где T — температура, сумма берется по всем частицам, находящимся в тепловом равновесии в плазме, дополнительно вводятся специальные термальные функции $J_B(x)$ для бозонов и $J_F(x)$ для фермионов

$$J_{B/F}(x) = \pm \int_0^\infty dy y^2 \ln \left(1 \mp \exp \left(-\sqrt{x^2 + y^2} \right) \right). \quad (1.28)$$

Интеграл (1.28) не выражается через аналитические функции и в данной работе находится численно с помощью библиотеки `thermal_funcs` [10].

Ещё один класс поправок связан с пересуммированием так называемых ромашковых (англ. daisy) диаграмм и заменой масс частиц при нулевой температуре на дебаевские массы в плазме $m_i^2 \rightarrow m_i^2 + \Pi_i(T)$ [11]. Эти поправки дают ощутимые изменения в эффективный потенциал, если рассматриваемая температура (например, критическая температура фазового перехода) $T \gg m_i$. Исследуемые в данной работе фазовые переходы происходят при температуре 100-150 ГэВ, так что $T \sim m_i$, поэтому дебаевские массы экспоненциально подавлены и мы пренебрегаем их вкладом.

Полный эффективный потенциал модели при конечной температуре определяется (1.26) и (1.27)

$$V_{\text{eff}}(T, h, s, p) = V_{T=0}(h, s, p) + V_T(T, h, s, p). \quad (1.29)$$

2. ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД I РОДА

Точки пространства параметров модели, в которых происходит фазовый переход I рода, находились численно с помощью пакета PhaseTracer [12]. Для каждой исследуемой точки были получены положения минимумов и величина потенциала (1.29) в зависимости от температуры T .

На рисунке 1 представлены примеры графиков зависимости положения фаз от температуры для точки P_1 с координатами $\lambda_{hs} = 0.244$, $\lambda_{hp} = 0.238$, $\lambda_s = 0.55$, $\lambda_p = 0.59$, $\lambda_{sp} = 0.90$, $\mu_1 = 0.5$ ГэВ, $\mu_s = 273$ ГэВ, $\mu_{sp} = -91$ ГэВ, $m_{h\ phys} = 125$ ГэВ, $m_{s\ phys} = 110$ ГэВ, $m_{p\ phys} = 440$ ГэВ (величины λ_1 , M_s^2 , M_p^2 при фиксированных физических массах находятся с помощью (1.16), (1.17)). Видно, что вакуум по полю p всегда лежит в нуле, при высоких температурах существует только одна фаза с $h = 0$, $s \neq 0$. При температуре $T = 146$ ГэВ появляется вторая, нарушенная фаза, в которой $h \neq 0$, $s \neq 0$. При критической температуре $T_c = 134$ ГэВ две фазы становятся равными по глубине, после чего при дальнейшем уменьшении температуры нарушенная фаза опускается ниже и происходит фазовый переход.

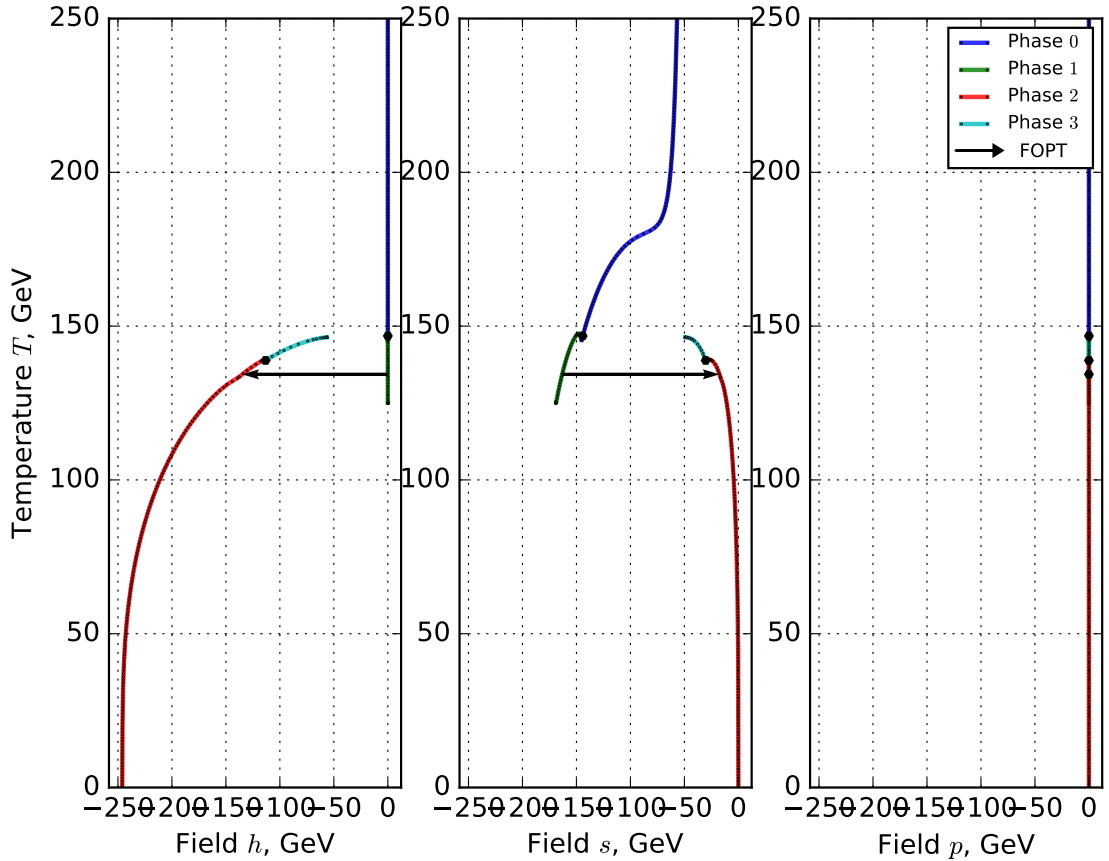


Рисунок 1 – Пример зависимости положения фаз от температуры при фазовом переходе I рода для точки P_1 , график построен с помощью пакета PhaseTracer [12].

Всего было найдено несколько десятков подобных точек. Нужно отметить, что область многомерного пространства параметров модели, в которой происходит подобный фазовый переход, является довольно узкой. В проводившихся ранее исследованиях по поиску фазовых переходов I рода в моделях с дополнительными скалярами [8], [13], [14] безразмерные константы связи λ_i в подходящих точках оказываются большими, по величине они составляют около 0.5-1. Это затрудняет применимость теории возмущений и в случае легких сголдстино может изменить ширину распада бозона Хиггса. В данной работе за счет введения нечетных степеней сголдстино и нарушения Z_2 -симметрии $s \rightarrow -s$, характерной для рассматривавшихся в литературе моделей, удалось уменьшить константы связи λ_{hs} , λ_{hp} до величины порядка 0.2.

Фазовый переход начинается с того, что во Вселенной рождаются пузыри новой фазы. Уравнения движения для пузыря при конечной температуре [15]

$$\frac{d^2\varphi_i}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{d\varphi_i}{d\rho} = \frac{\partial V_{\text{eff}}(T, h, s, p)}{\partial \varphi_i}, \quad (2.1)$$

где φ_i принимает значения из $\{h, s, p\}$. Пузырь (отскоковое решение) — сферически симметричное классическое решение этих уравнений, которое описывает следующую полевую конфигурацию: в центре ($\rho = 0$) новая фаза (истинный вакуум), $d\varphi_i(\rho = 0)/d\rho = 0$, затем переходная область «стенка» пузыря, при $\rho \rightarrow \infty$ старая фаза (ложный вакуум). Вероятность рождения одного такого пузыря на один объем Хаббла приближенно даётся формулой

$$P \sim \frac{M_{Pl}^{*4}}{T^4} \exp\left\{-\frac{S_3}{T}\right\}, \quad (2.2)$$

где S_3 — евклидово действие на отскоковом решении,

$$S_3 = \int_0^\infty 4\pi\rho^2 d\rho \left(V_{\text{eff}}(T, h, s, p) + \frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{d\varphi_i}{d\rho} \right)^2 \right). \quad (2.3)$$

Ранее было показано, что P становится порядка 1 при $S_3/T \sim 140$ [16]. Считается, что именно в этот момент начинается фазовый переход, соответствующую температуру называют температурой зарождения $T_{\text{нuc}}$.

В данной работе отскоковое решение и действие на нем находилось численно с помощью пакета `FindBounce` [17]. На рисунке 2 представлен профиль отскокового решения для точки P_1 в пространстве параметров модели при температуре $T = 126$ ГэВ. Для нахождения температуры зарождения $T_{\text{нuc}}$ действие на отскоковом решении S_3 находилось при различных температурах ниже критической температуры T_c . В результате получалась зависимость отношения S_3/T от температуры, пример которой для точки P_1 представлен на рисунке 3. В данном случае $S_3/T = 140$ при температуре

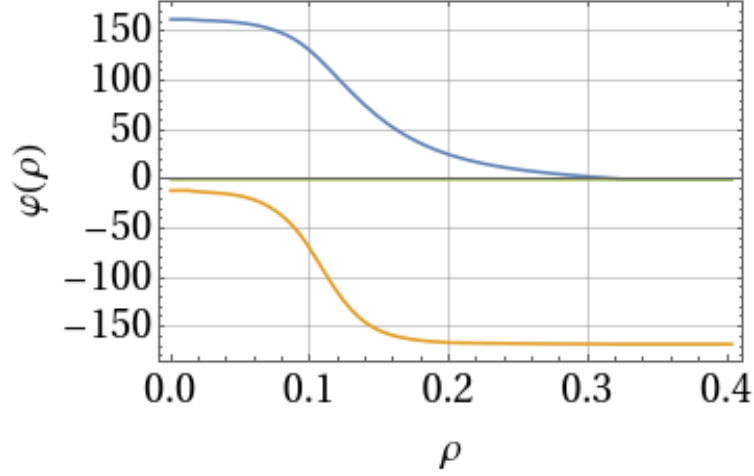


Рисунок 2 – Профиль отскокового решения для точки P_1 . Синим цветом показано поле h (линия сверху), оранжевым поле s (линия снизу), зеленым поле p ($p = 0$). По вертикальной оси отложена величина поля φ_i в ГэВ, по горизонтальной оси расстояние до начала координат в трехмерном пространстве ρ в ГэВ $^{-1}$. Начало координат помещено в центр пузыря. График построен с помощью пакета FindBounce [17].

$T_{\text{nuc}} = 126.05$ ГэВ.

Раздел 3 посвящен нахождению энергетических спектров гравитационных волн, которые могут рождаться во время найденных фазовых переходов. Важными параметрами фазового перехода I рода, влияющими на положение максимума такого спектра, являются величины α и β/H_c [18]. Параметр α определяется как отношение высвободившейся при фазовом переходе плотности энергии к плотности энергии излучения

$$\alpha \equiv \left(\frac{g_* \pi^2 T_{\text{nuc}}^4}{30} \right)^{-1} \left(\Delta V_{\text{eff}} - \frac{T}{4} \frac{d\Delta V_{\text{eff}}}{dT} \right) \Big|_{T_{\text{nuc}}}, \quad (2.4)$$

где g_* — число степеней свободы частиц, находящихся в тепловом равновесии в плазме при данной температуре, ΔV_{eff} — разность величин потенциала в старой и новой фазе. Параметр β/H_c характеризует скорость рождения пузырей новой фазы

$$\frac{\beta}{H_c} \equiv T \frac{d}{dT} \left(\frac{S_3}{T} \right) \Big|_{T_{\text{nuc}}}. \quad (2.5)$$

В таблице 1 приведены координаты нескольких точек, для которых были определены параметры фазового перехода I рода: температура зарождения T_{nuc} , α и β/H_c . Эти данные будут использованы ниже для построения энергетических спектров гравитационных волн.

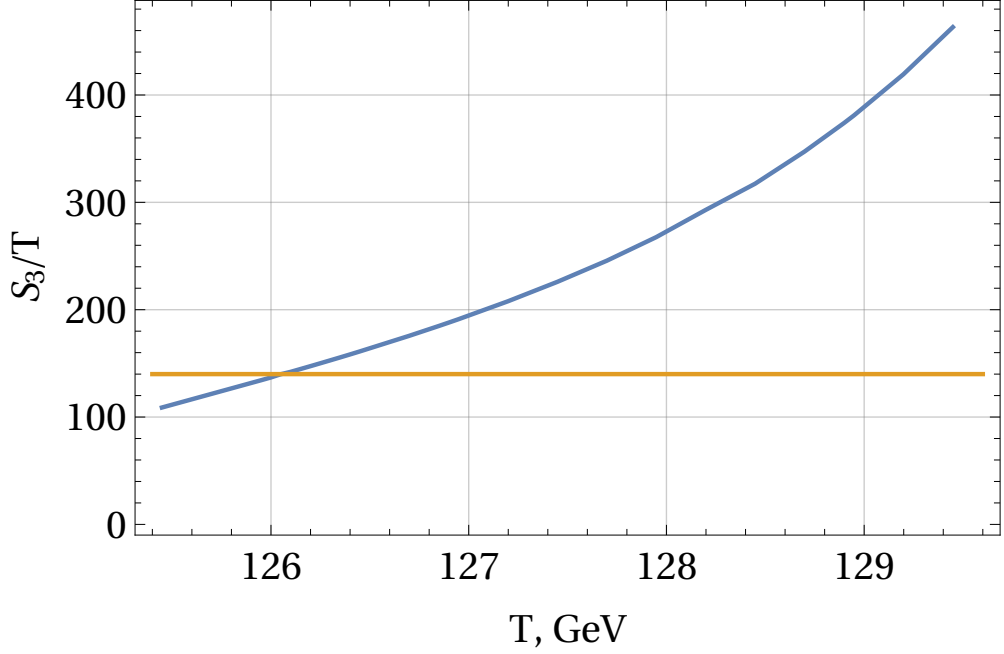


Рисунок 3 – Синяя линия: зависимость отношения действия на отскоковом решении S_3 к температуре T от температуры. Оранжевая линия: $S_3/T = 140$, линии пересекаются в точке с температурой зарождения $T_{\text{нuc}} = 126.05$ ГэВ.

Точка	λ_s	λ_p	λ_{sp}	μ_1 , ГэВ	μ_2 , ГэВ	$T_{\text{нuc}}$, ГэВ	α	β/H_c
Q_1	0.56	0.60	0.92	1.7	47.2	125.32	$5.56 \cdot 10^{-3}$	9310
Q_2	0.57	0.61	0.94	1.5	47.6	125.70	$5.38 \cdot 10^{-3}$	11300
Q_3	0.56	0.60	0.92	2.0	47.7	123.99	$5.89 \cdot 10^{-3}$	24200
Q_4	0.56	0.60	0.92	1.5	47.0	125.53	$5.42 \cdot 10^{-3}$	8640
Q_5	0.55	0.59	0.90	1.0	46.0	125.36	$5.48 \cdot 10^{-3}$	7290
Q_6	0.55	0.59	0.90	0.5	45.5	126.07	$5.23 \cdot 10^{-3}$	6710

Таблица 1 – Точки пространства параметров, в которых был найден фазовый переход I рода и определены его характеристики. Для всех точек $m_h \text{ phys} = 125$ ГэВ, $m_s \text{ phys} = 110$ ГэВ, $m_p \text{ phys} = 440$ ГэВ, $\lambda_{hs} = 0.244$, $\lambda_{hp} = 0.238$, $\mu_2 = \mu_3$, откуда $\mu_s = 6\mu_2$, $\mu_{sp} = -2\mu_2$, $g_* = 97.25$.

3. СПЕКТР ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

При понижении температуры ниже $T_{\text{нuc}}$ рождается всё больше пузырей новой фазы и происходит высвобождение энергии, запасенной в старой фазе. Ранее для различных сценариев протекания фазового перехода I рода были получены спектры рождаемых при этом гравитационных волн [19], [20]. В рассматриваемом нами случае основными источниками возникновения гравитационно-волнового сигнала являются звуковые волны и МГД-турбулентности в плазме, в то время как вкладом кинетической энергии стенок пузырей можно пренебречь. Гравитационно-волновой сигнал, таким образом, можно представить в виде

$$\Omega_{\text{GW}}h^2 = \Omega_{\text{sw}}h^2 + \Omega_m h^2, \quad (3.1)$$

где первое слагаемое описывает вклад звуковых волн, а второе — турбулентности. Известен общий вид соответствующих сигналов

$$\Omega_{\text{sw}}h^2 = 1.23 \cdot 10^{-5} \frac{v_w H_c}{g_*^{1/3} \beta} \left(\frac{\kappa_{\text{sw}} \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 S_{\text{sw}}(f), \quad (3.2)$$

$$\Omega_m h^2 = 1.55 \cdot 10^{-3} \frac{v_w H_c}{g_*^{1/3} \beta} \left(\frac{\kappa_m \alpha}{1 + \alpha} \right)^{3/2} S_m(f), \quad (3.3)$$

где v_w — скорость стенки пузыря, которую мы для определенности принимаем равной 0.55, $S_{\text{sw}}(f)$ и $S_m(f)$ — формы спектра,

$$S_{\text{sw}}(f) = \left(\frac{f v_w H_c}{1.15 \beta h_*} \right)^3 \left(\frac{7}{4 + 3(f v_w H_c / 1.15 \beta h_*)^2} \right)^{7/2}, \quad (3.4)$$

$$S_m(f) = \frac{\left(\frac{f v_w H_c}{1.65 \beta h_*} \right)^3}{\left(1 + \frac{f v_w H_c}{1.65 \beta h_*} \right)^{11/3} \left(1 + \frac{8\pi f}{h_*} \right)}, \quad (3.5)$$

$$h_* = 1.65 \cdot 10^{-5} \Gamma_{\text{ц}} \left(\frac{T}{100 \text{ ГэВ}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6}, \quad (3.6)$$

$$\kappa_{\text{sw}} = \frac{c_s^{11/5} k_a k_b}{\left(c_s^{11/5} - v_w^{11/5} \right) k_b + v_w c_s^{6/5} k_a}, \quad \kappa_m = 0.05 \kappa_{\text{sw}}, \quad c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad (3.7)$$

$$k_a = \frac{6.9 v_w^{6/5} \alpha}{1.36 - 0.037 \sqrt{\alpha} + \alpha}, \quad k_b = \frac{\alpha^{2/5}}{0.017 + (0.9997 + \alpha)^{2/5}}. \quad (3.8)$$

Используя данные таблицы 1 и (3.1)–(3.8), для точек Q_1 – Q_6 были получены спектры гравитационно-волновых сигналов, которые представлены на рисунке 4. Максимумы полученных сигналов расположены в диапазоне

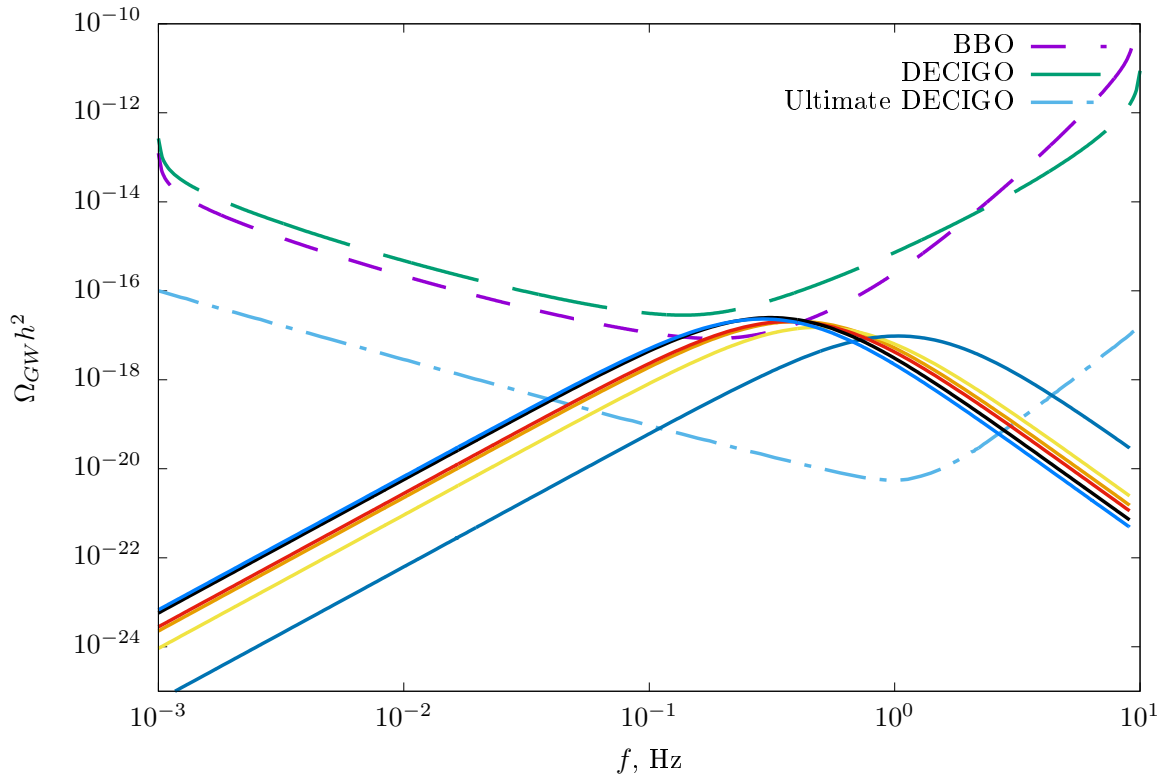


Рисунок 4 – Спектры гравитационно-волнового сигнала от фазового перехода I рода для точек Q_1 – Q_6 и кривые чувствительности экспериментов BBO, DECIGO, Ultimate DECIGO [21], [22].

частот 0.1-1 Гц, что соответствует частотам предложенных космических гравитационно-волновых обсерваторий BBO, DECIGO и Ultimate DECIGO. На рисунке 4 также представлены планируемые кривые чувствительности этих экспериментов [21], [22]. Из графика видно, что эксперименты BBO и Ultimate DECIGO потенциально могут зарегистрировать предсказанные сигналы гравитационных волн.

4. УРАВНЕНИЯ РЕНОРМГРУППЫ

Все приведенные выше константы связи λ_i , μ_i и массовые параметры M_i^2 были определены на масштабе $Q = 100$ ГэВ. Для того, чтобы найти поведение констант связи и массовых параметров при высоких энергиях (порядка десятков ТэВ), была записана система уравнений ренормгруппы в однопетлевом приближении.

Уравнения, описывающие бег безразмерных констант связи g_1 , g_2 , g_3 групп $U(1)$, $SU(2)$, $SU(3)$ Стандартной модели и юкавской константы топ-кварка, [23, 24]

$$Q \frac{\partial g_1}{\partial Q} = \frac{41g_1^3}{96\pi^2}, \quad Q \frac{\partial g_2}{\partial Q} = -\frac{19g_2^3}{96\pi^2}, \quad Q \frac{\partial g_3}{\partial Q} = -\frac{7g_3^3}{16\pi^2}, \quad (4.1)$$

$$Q \frac{\partial y_t}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left[\frac{9}{2}y_t^3 - 8g_3^2 y_t - \frac{9}{4}g_2^2 y_t - \frac{17}{12}g_1^2 y_t \right]. \quad (4.2)$$

Для вычисления β -функций безразмерных констант связи λ_i требуется найти однопетлевые поправки к четырехточечной функции Грина. На рисунке 5 приведены примеры таких поправок для вершины $\lambda_{sp}s^2p^2/4$.

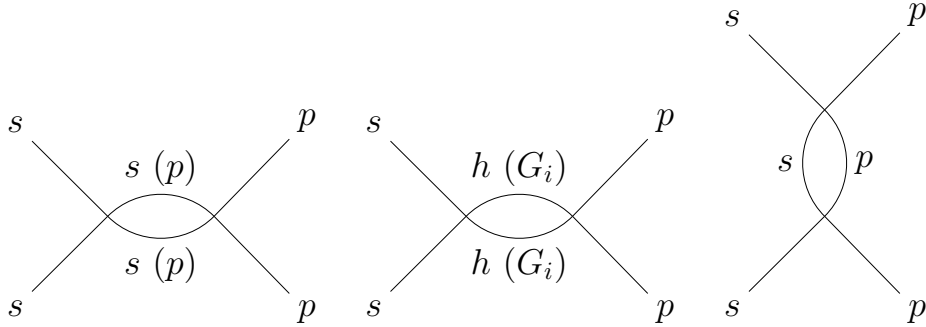


Рисунок 5 – Однопетлевые поправки к четырехточечной функции Грина, дающие вклад в выражение для β -функции константы связи λ_{sp} .

Были получены следующие β -функции

$$Q \frac{\partial \lambda_1}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(24\lambda_1^2 + \frac{1}{2}\lambda_{hs}^2 + \frac{1}{2}\lambda_{hp}^2 + 12\lambda_1 y_t^2 - 3\lambda_1 g_1^2 - 9\lambda_1 g_2^2 - 6y_t^4 + \frac{3}{8}(g_1^4 + 3g_2^4 + 2g_1^2 g_2^2) \right), \quad (4.3)$$

$$Q \frac{\partial \lambda_{hs}}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12\lambda_1 \lambda_{hs} + 6\lambda_{hs} \lambda_s + \lambda_{hp} \lambda_{sp} + 4\lambda_{hs}^2 + \lambda_{hs} \left(6y_t^2 - \frac{3}{2}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 \right) \right), \quad (4.4)$$

$$Q \frac{\partial \lambda_{hp}}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12\lambda_1 \lambda_{hp} + 6\lambda_{hp} \lambda_p + \lambda_{hs} \lambda_{sp} + 4\lambda_{hp}^2 + \right. \\ \left. + \lambda_{hp} \left(6y_t^2 - \frac{3}{2}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 \right) \right), \quad (4.5)$$

$$Q \frac{\partial \lambda_s}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(18\lambda_s^2 + 2\lambda_{hs}^2 + \frac{1}{2}\lambda_{sp}^2 \right), \quad (4.6)$$

$$Q \frac{\partial \lambda_p}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(18\lambda_p^2 + 2\lambda_{hp}^2 + \frac{1}{2}\lambda_{sp}^2 \right), \quad (4.7)$$

$$Q \frac{\partial \lambda_{sp}}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(6\lambda_s \lambda_{sp} + 6\lambda_p \lambda_{sp} + 4\lambda_{hs} \lambda_{hp} + 4\lambda_{sp}^2 \right). \quad (4.8)$$

Этот результат сходится с уравнениями ренормгруппы в [25], где была рассмотрена модель с бозоном Хиггса и одним дополнительным скаляром.

Известно, что в Стандартной модели при высоких энергиях $Q \sim 10^{10}$ ГэВ константа самодействия бозона Хиггса становится отрицательной [26]. При вычислении эволюции константы самодействия в однопетлевом приближении в рамках Стандартной модели масштаб Q получается равным примерно 10^8 ГэВ (см. рис. 8 в [27]). Отметим, что второе и третье слагаемые в (4.3) (вклады диаграмм, у которых в петле бегут скаляр и псевдоскаляр голдстино) увеличивают λ_1 и удерживают её выше 0 при больших Q вплоть до масштаба полюса констант связи. Для рассматриваемых в работе фазовых переходов константы связи имеют полюс на масштабах порядка $10^8 - 10^9$ ГэВ. Если записать уравнения ренормгруппы в двухпетлевом приближении и, начиная с масштаба порядка 10 ТэВ, учесть вклады суперпартнеров, ожидается, что полюс переместится в сторону более высоких энергий.

Также вычислялись однопетлевые поправки к трехточечной функции Грина и пропагатору. Были получены уравнения, описывающие бег размерных констант связи μ_i и массовых параметров M_i^2 ,

$$Q \frac{\partial \mu_1}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(12\lambda_1 \mu_1 + 4\lambda_{hs} \mu_1 + \lambda_{hs} \mu_s + \lambda_{hp} \mu_{sp} + \right. \\ \left. + \mu_1 \left(6y_t^2 - \frac{3}{2}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 \right) \right), \quad (4.9)$$

$$Q \frac{\partial \mu_s}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(18\lambda_s \mu_s + 3\lambda_{sp} \mu_{sp} + 12\lambda_{hs} \mu_1 \right), \quad (4.10)$$

$$Q \frac{\partial \mu_{sp}}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} \left(6\lambda_p \mu_{sp} + 4\lambda_{sp} \mu_{sp} + \lambda_{sp} \mu_s + 4\lambda_{hp} \mu_1 \right). \quad (4.11)$$

$$Q \frac{\partial M_1^2}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} (12\lambda_1 M_1^2 - \lambda_{hs} M_s^2 - \lambda_{hp} M_p^2 - 2\mu_1^2 + \\ + M_1^2 \left(6y_t^2 - \frac{3}{2}g_1^2 - \frac{9}{2}g_2^2 \right)), \quad (4.12)$$

$$Q \frac{\partial M_s^2}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} (6\lambda_s M_s^2 + \lambda_{sp} M_p^2 - 4\lambda_{hs} M_1^2 + \mu_s^2 + \mu_{sp}^2 + 4\mu_1^2), \quad (4.13)$$

$$Q \frac{\partial M_p^2}{\partial Q} = \frac{1}{16\pi^2} (6\lambda_p M_p^2 + \lambda_{sp} M_s^2 - 4\lambda_{hp} M_1^2 + 2\mu_{sp}^2). \quad (4.14)$$

Некоторые уравнения можно проверить, сравнивая с уравнениями ренорм-группы и аномальными размерностями в [28], [29].

5. СВЯЗЬ С ПАРАМЕТРАМИ СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ МОДЕЛИ

Данное исследование было мотивировано тем, что в суперсимметричном обобщении Стандартной модели с легкими скаляром и псевдоскаляром сгоддстино возможны три легких скалярных поля h , s , p . Всюду ранее предполагалось, что параметры потенциала сгоддстино (1.1)–(1.4) являются независимыми и свободными (кроме M_1^2 и C^3), при этом игнорировалась суперсимметричная природа рассматриваемой модели. Данный раздел посвящен восстановлению связи между коэффициентами потенциала (1.1)–(1.4), описывающего фазовый переход, с потенциалом суперсимметричной модели со сгоддстино. В частности, ниже будут получены связи коэффициентов λ_2 , λ_4 , μ_1 , M_2^2 , M_3^2 и некоторых параметров Минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ).

Рассматриваемая модель содержит в себе МССМ, к которой добавлены слагаемые со взаимодействием с суперполем сгоддстино Φ . Они мягко нарушают суперсимметрию за счет ненулевого вакуумного среднего F вспомогательного поля F_Φ супермультиплетта сгоддстино. Лагранжиан модели \mathcal{L} может быть записан в виде суммы [4]

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_K + \mathcal{L}_W + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_\Phi, \quad (5.1)$$

состоящей из потенциала Кэлера \mathcal{L}_K

$$\mathcal{L}_K = \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \sum_k \left(1 - \frac{m_k^2}{F^2} \Phi^\dagger \Phi \right) \Phi_k^\dagger e^{g_1 V_1 + g_2 V_2 + g_3 V_3} \Phi_k, \quad (5.2)$$

где сумма берется по всем суперполям материи Φ_k , m_k — мягкие массы, g_k и V_k — константы связи и векторные суперполя калибровочных групп $U(1)_Y$, $SU(2)_W$, $SU(3)_c$; суперпотенциала \mathcal{L}_W

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = \int d^2\theta \epsilon_{ij} & \left(\left(\mu - \frac{B}{F} \Phi \right) H_D^i H_U^j + \left(Y_{ab}^L + \frac{A_{ab}^L}{F} \Phi \right) L_a^j E_b^c H_D^i + \right. \\ & \left. + \left(Y_{ab}^D + \frac{A_{ab}^D}{F} \Phi \right) Q_a^j D_b^c H_D^i + \left(Y_{ab}^U + \frac{A_{ab}^U}{F} \Phi \right) Q_a^i U_b^c H_U^j \right) + h.c., \quad (5.3) \end{aligned}$$

где μ — вещественный параметр смешивания хиггсино, L, E — суперполя левых и правых лептонов, Q, U, D — суперполя левых, правых верхних и нижних кварков соответственно, H_U, H_D — суперполя двух хиггсовских дублетов, $Y^{L,D,U}$ — юкавские матрицы, $A_{ab}^L, A_{ab}^D, A_{ab}^U$ — мягкие трилинейные константы; вклада векторных полей \mathcal{L}_{gauge}

$$\mathcal{L}_{gauge} = \frac{1}{4} \sum_a \int d^2\theta \left(1 + \frac{2M_a}{F} \Phi \right) \text{Tr} W_\alpha W^\alpha + h.c., \quad (5.4)$$

суммирование проводится по всем калибровочным группам SM , M_1 , M_2 и M_3 — мягкие массы, соответствующие калибрино и глюино; лагранжиана супермультиплетта голдстино \mathcal{L}_Φ

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Phi = & \int d^2\theta d^2\bar{\theta} \left(\Phi^\dagger\Phi - \frac{\widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2}{8F^2}(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \frac{\widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2}{12F^2}(\Phi^\dagger\Phi^3 + \Phi^{\dagger 3}\Phi) + \right. \\ & + \left(\Delta_{\lambda_2}^u H_u^\dagger H_u + \Delta_{\lambda_2}^d H_d^\dagger H_d \right) \frac{(\Phi^\dagger\Phi)^2}{F^2} + \left(\Delta_{\lambda_4}^u H_u^\dagger H_u + \Delta_{\lambda_4}^d H_d^\dagger H_d \right) \frac{(\Phi^\dagger\Phi^3 + \Phi^{\dagger 3}\Phi)}{F^2} + \\ & \left. + \left(\Delta_{\mu_1}^u H_u^\dagger H_u + \Delta_{\mu_1}^d H_d^\dagger H_d \right) \frac{(\Phi^\dagger\Phi^2 + \Phi^{\dagger 2}\Phi)}{F^2} \right) - \left(\int d^2\theta F\Phi + h.c. \right), \quad (5.5) \end{aligned}$$

где \widetilde{m}_s^2 и \widetilde{m}_p^2 — массовые параметры скаляра и пседоскаляра голдстино, слагаемые с коэффициентами $\Delta_{\lambda_i, \mu_1}^{u,d}$ добавлены в лагранжиан модели впервые. Далее будет показано, что коэффициенты $\Delta_{\lambda_i, \mu_1}^{u,d}$ входят в выражения для соответствующих констант λ_i , μ_1 .

Решая уравнения движения для вспомогательных полей D_i и F_i , можно получить полный древесный потенциал модели V (сходится с потенциалом из [30], если положить $\Delta_{\lambda_i, \mu_1}^{u,d} = 0$)

$$V = V_{11} + V_{12} + V_{21} + V_{22}, \quad (5.6)$$

$$V_{11} = \frac{g_1^2}{8} \left(1 + \frac{M_1}{F}(\phi + \phi^*) \right)^{-1} \left[h_d^\dagger h_d - h_u^\dagger h_u - \frac{\phi^* \phi}{F^2} \left(m_d^2 h_d^\dagger h_d - m_u^2 h_u^\dagger h_u \right) \right]^2, \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} V_{12} = & \frac{g_2^2}{8} \left(1 + \frac{M_2}{F}(\phi + \phi^*) \right)^{-1} \left[h_d^\dagger \sigma_a h_d + h_u^\dagger \sigma_a h_u - \right. \\ & \left. - \frac{\phi^* \phi}{F^2} \left(m_d^2 h_d^\dagger \sigma_a h_d + m_u^2 h_u^\dagger \sigma_a h_u \right) \right]^2. \quad (5.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{21} = & \left(1 - \frac{\widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2}{2F^2} \phi^* \phi - \frac{\widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2}{4F^2} (\phi^2 + \phi^{*2}) - \frac{m_u^2}{F^2} h_u^\dagger h_u - \frac{m_d^2}{F^2} h_d^\dagger h_d - \right. \\ & \left. - \frac{m_u^4}{F^4} \phi^* \phi h_u^\dagger h_u - \frac{m_d^4}{F^4} \phi^* \phi h_d^\dagger h_d + 4 \left(\Delta_{\lambda_2}^u h_u^\dagger h_u + \Delta_{\lambda_2}^d h_d^\dagger h_d \right) \frac{\phi^* \phi}{F^2} + \right. \\ & \left. + 3 \left(\Delta_{\lambda_4}^u h_u^\dagger h_u + \Delta_{\lambda_4}^d h_d^\dagger h_d \right) \frac{(\phi^2 + \phi^{*2})}{F^2} + 2 \left(\Delta_{\mu_1}^u h_u^\dagger h_u + \Delta_{\mu_1}^d h_d^\dagger h_d \right) \frac{(\phi + \phi^*)}{F^2} \right)^{-1} \times \\ & \times |F + (-h_d^0 h_u^0 + H^- H^+) \times \\ & \times \left(\frac{B}{F} - \frac{m_u^2 + m_d^2}{F^2} \phi^* \left(\mu - \frac{B}{F} \phi \right) + \frac{\Delta_{\mu_1}^u + \Delta_{\mu_1}^d}{F^2} \phi^* (2\phi + \phi^*) \mu \right) \Big|^2, \quad (5.9) \end{aligned}$$

$$V_{22} = \frac{\mu^2 \phi \phi^*}{F^2} \left(m_u^2 h_d^\dagger h_d + m_d^2 h_u^\dagger h_u \right) + \left| \mu - \frac{B}{F} \phi \right|^2 \left(h_d^\dagger h_d + h_u^\dagger h_u \right). \quad (5.10)$$

Здесь $h_d = \begin{pmatrix} h_d^0 \\ H^- \end{pmatrix}$, $h_u = \begin{pmatrix} H^+ \\ h_u^0 \end{pmatrix}$ — дублеты полей Хиггса, σ_a — матрицы Паули. В работе было рассмотрено взаимодействие поля сголдстино с хиггсовским дублетом, включающее поле сголдстино ϕ в степени не выше второй. Вклады в потенциал со старшими степенями ϕ и хиггсовскими дублетами подавлены параметрически множителем $1/F$, поэтому ими в ответе для потенциала мы пренебрегаем.

Заметим, что в выражение для потенциала (5.6)–(5.10) входят два хиггсовских дублета h_u и h_d , что характерно для суперсимметричных теорий, в то время как в потенциал (1.1)–(1.4), записанный для низких энергий, входит только один дублет поля Хиггса из СМ H . То есть нам нужно записать связь дублетов h_u , h_d из МССМ и дублета H из СМ в пределе, когда можно исключить 4 тяжелых бозона Хиггса и оставить только легкий нейтральный бозон Хиггса h . Нейтральные компоненты дублетов h_u^0 , h_d^0 можно разложить стандартным образом, не выделяя явно вакуумное среднее [31]

$$h_u^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (h \cos \alpha + H \sin \alpha + iA \cos \beta), \quad (5.11)$$

$$h_d^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-h \sin \alpha + H \cos \alpha + iA \sin \beta). \quad (5.12)$$

Сравнивая эти разложения с (1.5), можно получить предельные переходы

$$h_u = \begin{pmatrix} H^+ \\ h_u^0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cos \alpha = H \cos \alpha, \quad (5.13)$$

$$h_d = \begin{pmatrix} h_d^0 \\ H^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^- \\ -h_d^0 \end{pmatrix} \rightarrow \epsilon_{ij} H_j^* \sin \alpha. \quad (5.14)$$

Теперь можно восстановить произведение $H^\dagger H$ во всех встречающихся комбинациях двух дублетов в (5.9), (5.10).

$$h_u^\dagger h_u \rightarrow H^\dagger H \cos^2 \alpha, \quad (5.15)$$

$$h_d^\dagger h_d = -H_j \epsilon_{ji} \epsilon_{ik} H_k^* \sin^2 \alpha \rightarrow H_j H_j^* \sin^2 \alpha = H^\dagger H \sin^2 \alpha, \quad (5.16)$$

$$H^- H^+ - h_d^0 h_u^0 = \epsilon_{ij} h_{di} h_{uj} \rightarrow \epsilon_{ij} \epsilon_{ik} H_k^* H_j \sin \alpha \cos \alpha = H^\dagger H \sin \alpha \cos \alpha. \quad (5.17)$$

Используя (5.15)–(5.17), получим из потенциала (5.6)–(5.10) выражения для λ_2 как коэффициента при операторе $\phi^* \phi H^\dagger H$, λ_4 как коэффициента при операторе $(\phi^2 + \phi^{*2}) H^\dagger H$, $\mu_1/\sqrt{2}$ как коэффициента при операторе $(\phi +$

$\phi^*)H^\dagger H$, M_2^2 как коэффициента при операторе $\phi^* \phi$, M_3^2 как коэффициента при операторе $\phi^2 + \phi^{*2}$

$$\begin{aligned} \lambda_2 = & -4 (\Delta_{\lambda_2}^u \cos^2 \alpha + \Delta_{\lambda_2}^d \sin^2 \alpha) + 4 \frac{\mu}{F} (\Delta_{\mu_1}^u + \Delta_{\mu_1}^d) \sin \alpha \cos \alpha + \\ & + \frac{1}{F^2} \left[B^2 + (\widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2)(m_u^2 \cos^2 \alpha + m_d^2 \sin^2 \alpha) + m_u^4 \cos^2 \alpha + \right. \\ & \quad \left. + m_d^4 \sin^2 \alpha + \mu^2(m_d^2 \cos^2 \alpha + m_u^2 \sin^2 \alpha) + \right. \\ & \quad \left. + B \cos \alpha \sin \alpha \left(2(m_d^2 + m_u^2) + \widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2 \right) \right], \quad (5.18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_4 = & -3 (\Delta_{\lambda_4}^u \cos^2 \alpha + \Delta_{\lambda_4}^d \sin^2 \alpha) + \frac{\mu}{F} (\Delta_{\mu_1}^u + \Delta_{\mu_1}^d) \sin \alpha \cos \alpha + \\ & + \frac{\widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2}{2F^2} [m_u^2 \cos^2 \alpha + m_d^2 \sin^2 \alpha + B \cos \alpha \sin \alpha], \quad (5.19) \end{aligned}$$

$$\frac{\mu_1}{\sqrt{2}} = -2 (\Delta_{\mu_1}^u \cos^2 \alpha + \Delta_{\mu_1}^d \sin^2 \alpha) - \frac{B\mu}{F} - \frac{(m_u^2 + m_d^2)\mu}{F} \cos \alpha \sin \alpha, \quad (5.20)$$

$$M_2^2 = \frac{\widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2}{2}, \quad (5.21)$$

$$M_3^2 = \frac{\widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2}{4}. \quad (5.22)$$

Правильный выбор вакуума в разложении (5.11), (5.12) накладывает связи на параметры суперсимметричной модели

$$B = \frac{m_A^2 \sin 2\beta}{2}, \quad (5.23)$$

$$m_d^2 = \frac{m_A^2}{2}(1 - \cos 2\beta) - \frac{m_Z^2}{2} \cos 2\beta - \mu^2, \quad (5.24)$$

$$m_u^2 = \frac{m_A^2}{2}(1 + \cos 2\beta) + \frac{m_Z^2}{2} \cos 2\beta - \mu^2, \quad (5.25)$$

где были введены обозначения для масс Z -бозона и псевдоскалярного бозона Хиггса

$$m_Z^2 \equiv \frac{g_1^2 + g_2^2}{2} v^2, \quad m_A^2 \equiv m_u^2 + m_d^2 + 2\mu^2. \quad (5.26)$$

Чтобы получить финальный результат, воспользуемся (5.23), (5.24), (5.25) и перейдем в режим отщепления, в котором $m_A \gg m_Z$ или $\sin \alpha = -\cos \beta$, $\cos \alpha = \sin \beta$. Также для удобства переобозначим $\delta_{\lambda_2} \equiv 4\Delta_{\lambda_2}^u$, $\delta_{\lambda_4} \equiv 3\Delta_{\lambda_4}^u$,

$\delta_{\mu_1} \equiv 2\Delta_{\mu_1}^u$ и примем $\Delta_{\lambda_2}^d = 0$, $\Delta_{\lambda_4}^d = 0$, $\Delta_{\mu_1}^d = 0$. В итоге получаем следующие уравнения связи (для M_2^2 и M_3^2 результат не изменяется)

$$\lambda_2 = -\frac{\delta_{\lambda_2}}{2}(1 - \cos 2\beta) - \frac{\delta_{\mu_1}\mu}{F} \sin 2\beta + \frac{1}{F^2} \left[\frac{\mu^2 m_A^2}{2}(1 + \cos^2 2\beta) + \frac{m_Z^4}{4} \cos^2 2\beta + (\widetilde{m}_s^2 + \widetilde{m}_p^2) \left(\frac{m_A^2}{4} \sin^2 2\beta - \mu^2 \right) + \frac{m_Z^2}{2} \cos^2 2\beta \left(3\mu^2 - \widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2 \right) \right], \quad (5.27)$$

$$\lambda_4 = -\frac{\delta_{\lambda_4}}{2}(1 - \cos 2\beta) - \frac{\delta_{\mu_1}\mu}{4F} \sin 2\beta + \frac{\widetilde{m}_s^2 - \widetilde{m}_p^2}{2F^2} \left[\frac{m_A^2}{4} \sin^2 2\beta - \mu^2 - \frac{m_Z^2}{2} \cos^2 2\beta \right], \quad (5.28)$$

$$\frac{\mu_1}{\sqrt{2}} = -\frac{\delta_{\mu_1}}{2}(1 - \cos 2\beta) - \frac{\mu^3}{F} \sin 2\beta. \quad (5.29)$$

Связь коэффициентов λ_2 , λ_4 , μ_1 , M_2^2 , M_3^2 из потенциала (1.1)–(1.4) с параметрами потенциала суперсимметричной модели (5.6)–(5.10) устанавливается следующим образом: сначала с помощью системы уравнений ренормгруппы (4.1)–(4.14) находятся значения этих коэффициентов на некотором масштабе Q (величина Q порядка единиц-десятков ТэВ), затем на этом масштабе записываются уравнения связи (5.21), (5.22), (5.27)–(5.29).

В качестве примера рассмотрим одну из точек пространства параметров, в которой был найден фазовый переход, назовем её точка P_2 : при низких энергиях порядка 100 ТэВ $\lambda_1 = 0.129$, $\lambda_2 = 0.241$, $\lambda_3 = 0.55$, $\lambda_4 = 1.5 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_5 = 0.015$, $\lambda_6 = -0.01$, $\mu_1 = 1.7$ ТэВ, $\mu_2 = \mu_3 = 47.2$ ТэВ, $M_2^2 = 95.6 \cdot 10^3$ ТэВ², $M_3^2 = -45.4 \cdot 10^3$ ТэВ². В таблице 2 для трех разных

Q , ТэВ	4	8	10
$\lambda_2(Q)$	0.307	0.321	0.326
$\lambda_4(Q)$	$1.28 \cdot 10^{-3}$	$1.17 \cdot 10^{-3}$	$1.13 \cdot 10^{-3}$
$\mu_1(Q)$, ТэВ	3.5	3.9	4.1
δ_{λ_2}	-0.303	-0.321	-0.327
δ_{λ_4}	$-1.24 \cdot 10^{-3}$	$-1.17 \cdot 10^{-3}$	$-1.13 \cdot 10^{-3}$
δ_{μ_1} , ТэВ	6.9	13.6	5.8
μ , ТэВ	-2.1	-5.3	-9.5
m_A , ТэВ	3.4	6.3	6.9
\sqrt{F} , ТэВ	10	30	100

Таблица 2 – Константы связи при высоких энергиях и восстановленные параметры суперсимметричной модели для точки P_2 .

масштабов энергий Q представлены значения констант связи $\lambda_2, \lambda_4, \mu_1$ на масштабе Q и параметры суперсимметричной модели, восстановленные таким образом, что $Q, \mu, m_A < \sqrt{F}$. Если рассматривать \sqrt{F} как масштаб, соответствующий масштабу нарушения суперсимметрии, то видно, что таким образом можно получить феноменологически разрешенные и реалистичные точки.

Таким образом, найденным фазовым переходам можно сопоставить конкретные точки в пространстве параметров нашей суперсимметричной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы:

1. С помощью численных пакетов `PhaseTracer` и `FindBounce` найдены точки в пространстве параметров модели, в которых при температуре $T \approx 120 - 130$ ГэВ происходит фазовый переход I рода.
2. Для найденных точек определены параметры α и β/H_c , с помощью которых получены энергетические спектры гравитационных волн, рождаемых в процессе фазового перехода I рода. Сравнение с кривыми чувствительности планируемых гравитационно-волновых обсерваторий BBO и Ultimate DECIGO позволило предположить, что предсказанные сигналы могут быть зарегистрированы в данных экспериментах.
3. В однопетлевом приближении получена и численно решена система уравнений ренормгруппы для констант связи и массовых параметров модели.
4. Найдена связь между константами связи $\lambda_2, \lambda_4, \mu_1$, массовыми параметрами M_2^2, M_3^2 низкоэнергетической теории и параметрами суперсимметричной модели при высоких энергиях.

Процедура, описанная в разделе 5, позволяет определять параметры суперсимметричной модели: μ , параметр смешивания хиггсино; m_A , массу псевдоскалярного бозона Хиггса; \sqrt{F} , параметр, определяющий масштаб, на котором нарушена суперсимметрия. На рисунке 6 представлен набросок разрешенной в нашей модели области пространства параметров. Ось m_{soft} на нем соответствует примерно одинаковым по порядку величины мягким массам — массам глюино и калибрино, а также массе m_A и параметру μ . Формально, параметр μ может быть как во много раз меньше, так и во много раз больше мягких масс, но для определенности и простоты на этом графике мы полагаем его величину порядка m_{soft} . Перечислим основные ограничения на разрешенную область.

1. Поиски суперпартнеров в экспериментах ATLAS и CMS [32]– [38] дают модельно зависимые ограничения на мягкие массы, в частности, на массу глюино. Нижняя граница массы глюино в таких экспериментах получается меньшей 3 ТэВ.
2. Решения системы уравнений ренормгруппы (раздел 4) в нашей модели имеют полюс Ландау на масштабе от 10^5 ТэВ. Поскольку \sqrt{F} примерно соответствует масштабу нарушения суперсимметрии, наша

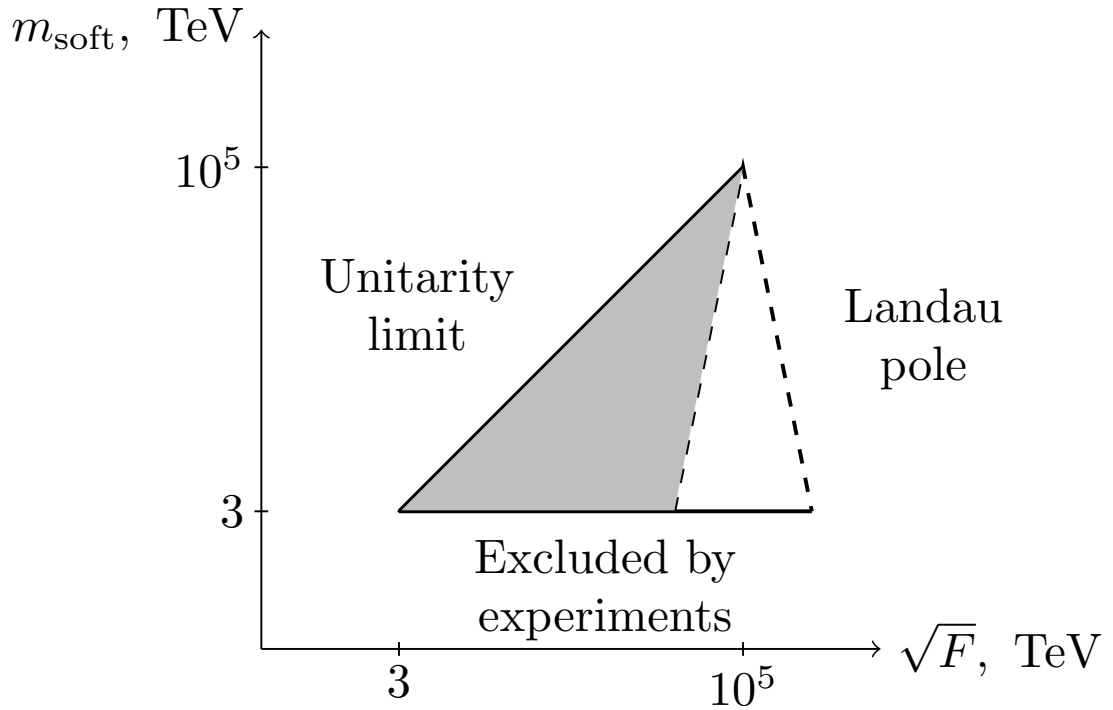


Рисунок 6 – Примерный вид разрешенной области (выделена серым) на плоскости суперсимметричных параметров $(m_{\text{soft}}, \sqrt{F})$. Область $m_{\text{soft}} > 3$ ТэВ ещё не запрещена экспериментальными поисками суперпартнеров. При $\sqrt{F} > 10^5$ ТэВ теория имеет полюс Ландау. Унитарному пределу соответствует линия $m_{\text{soft}} = \sqrt{F}$, так что точки выше этой линии запрещены. Пунктиром обозначена область, поведение в которой не определено и требует дополнительного анализа. Положение границы этой области показано качественно, не в масштабе графика.

суперсимметричная модель применима на масштабах до \sqrt{F} . Поэтому если \sqrt{F} расположен ниже полюса Ландау, резкого роста констант связи на конечном масштабе в нашей модели не происходит. Положение правой границы разрешенной области с помощью таких рассуждений точно установить невозможно, поэтому на рисунке 6 она показана пунктиром. Также отметим, что для того, чтобы точнее установить положение полюса Ландау, нужно дополнительно учесть вклад суперпартнеров в уравнения ренормгруппы, начиная с масштабов энергий порядка нескольких ТэВ (величины их масс в данной модели).

3. Наконец, мягкие массы m_{soft} в нашей модели не могут превышать масштаб нарушения суперсимметрии \sqrt{F} . Линия $m_{\text{soft}} = \sqrt{F}$ соответствует унитарному пределу.

Таким образом, охарактеризована разрешенная область в пространстве параметров суперсимметричной модели.

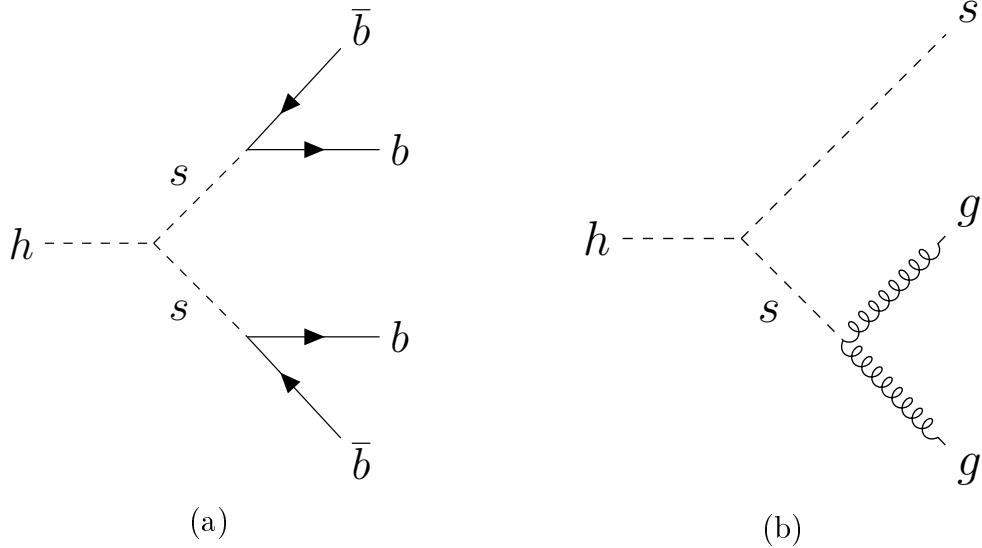


Рисунок 7 – Экзотические распады бозона Хиггса с участием сголдстино

В заключение отметим, что поиски сголдстино могут проводиться не только с помощью гравитационно-волновых обсерваторий, но и на ускорителях частиц высоких энергий. Ранее этот вопрос для моделей со сголдстино различных масс и их поисков на БАК изучался в [30] и [39]– [41]. В частности, возможно рождение сголдстино в протон-протонных столкновениях в результате слияния глюонов с последующим распадом в пары частиц Стандартной модели. В контексте рассматриваемой в данной магистерской работе модели наиболее интересны экзотические распады бозона Хиггса, например, на пару сголдстино с последующим рождением пар $b\bar{b}$ кварков (рисунок 7а), сигнатура — 4 адронных струи. Также можно рассмотреть распад на пару сголдстино, один из которых распадается на 2 глюона, а другой покидает детектор (рисунок 7b), сигнатура — 2 адронных струи и потерянная энергия. Более детальное изучение подобных процессов планируется в дальнейших исследованиях.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарна Дмитрию Сергеевичу Горбунову и Сергею Владимировичу Демидову за научное руководство, полезные обсуждения и помощь в подготовке данной работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] S. Chatrchyan *et al.* [CMS], “Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716** (2012), 30-61 doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
- [2] G. Aad *et al.* [ATLAS], “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys. Lett. B* **716** (2012), 1-29 doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
- [3] P. A. Zyla *et al.* [Particle Data Group], “Review of Particle Physics,” *PTEP* **2020** (2020) no.8, 083C01 doi:10.1093/ptep/ptaa104
- [4] D. S. Gorbunov and A. V. Semenov, “CompHEP package with light gravitino and sgoldstinos,” [arXiv:hep-ph/0111291 [hep-ph]].
- [5] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen and M. E. Shaposhnikov, “Is there a hot electroweak phase transition at $m(H)$ larger or equal to $m(W)$?,” *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996), 2887-2890 doi:10.1103/PhysRevLett.77.2887 [arXiv:hep-ph/9605288 [hep-ph]].
- [6] J. R. Espinosa, T. Konstandin and F. Riva, “Strong Electroweak Phase Transitions in the Standard Model with a Singlet,” *Nucl. Phys. B* **854** (2012), 592-630 doi:10.1016/j.nuclphysb.2011.09.010 [arXiv:1107.5441 [hep-ph]].
- [7] S. R. Coleman and E. J. Weinberg, “Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking,” *Phys. Rev. D* **7** (1973), 1888-1910 doi:10.1103/PhysRevD.7.1888
- [8] C. W. Chiang and B. Q. Lu, “First-order electroweak phase transition in a complex singlet model with Z_3 symmetry,” *JHEP* **07** (2020), 082 doi:10.1007/JHEP07(2020)082 [arXiv:1912.12634 [hep-ph]].
- [9] L. Dolan and R. Jackiw, “Symmetry Behavior at Finite Temperature,” *Phys. Rev. D* **9** (1974), 3320-3341 doi:10.1103/PhysRevD.9.3320
- [10] A. Fowlie, “A fast C++ implementation of thermal functions,” *Comput. Phys. Commun.* **228** (2018), 264-272 doi:10.1016/j.cpc.2018.02.015 [arXiv:1802.02720 [hep-ph]].
- [11] M. E. Carrington, “The Effective potential at finite temperature in the Standard Model,” *Phys. Rev. D* **45** (1992), 2933-2944 doi:10.1103/PhysRevD.45.2933

- [12] P. Athron, C. Balázs, A. Fowlie and Y. Zhang, “PhaseTracer: tracing cosmological phases and calculating transition properties,” *Eur. Phys. J. C* **80** (2020) no.6, 567 doi:10.1140/epjc/s10052-020-8035-2 [arXiv:2003.02859 [hep-ph]].
- [13] G. Kurup and M. Perelstein, “Dynamics of Electroweak Phase Transition In Singlet-Scalar Extension of the Standard Model,” *Phys. Rev. D* **96** (2017) no.1, 015036 doi:10.1103/PhysRevD.96.015036 [arXiv:1704.03381 [hep-ph]].
- [14] B. Laurent, J. M. Cline, A. Friedlander, D. M. He, K. Kainulainen and D. Tucker-Smith, “Baryogenesis and gravity waves from a UV-completed electroweak phase transition,” [arXiv:2102.12490 [hep-ph]].
- [15] M. Dine, R. G. Leigh, P. Y. Huet, A. D. Linde and D. A. Linde, “Towards the theory of the electroweak phase transition,” *Phys. Rev. D* **46** (1992), 550-571 doi:10.1103/PhysRevD.46.550 [arXiv:hep-ph/9203203 [hep-ph]].
- [16] G. W. Anderson and L. J. Hall, “The Electroweak phase transition and baryogenesis,” *Phys. Rev. D* **45** (1992), 2685-2698 doi:10.1103/PhysRevD.45.2685
- [17] V. Guada, M. Nemevšek and M. Pintar, “FindBounce: Package for multi-field bounce actions,” *Comput. Phys. Commun.* **256** (2020), 107480 doi:10.1016/j.cpc.2020.107480 [arXiv:2002.00881 [hep-ph]].
- [18] S. V. Demidov, D. S. Gorbunov and D. V. Kirpichnikov, “Gravitational waves from phase transition in split NMSSM,” *Phys. Lett. B* **779** (2018), 191-194 doi:10.1016/j.physletb.2018.02.007 [arXiv:1712.00087 [hep-ph]].
- [19] C. Caprini, M. Hindmarsh, S. Huber, T. Konstandin, J. Kozaczuk, G. Nardini, J. M. No, A. Petiteau, P. Schwaller and G. Servant, *et al.* “Science with the space-based interferometer eLISA. II: Gravitational waves from cosmological phase transitions,” *JCAP* **04** (2016), 001 doi:10.1088/1475-7516/2016/04/001 [arXiv:1512.06239 [astro-ph.CO]].
- [20] C. Caprini, M. Chala, G. C. Dorsch, M. Hindmarsh, S. J. Huber, T. Konstandin, J. Kozaczuk, G. Nardini, J. M. No and K. Rummukainen, *et al.* “Detecting gravitational waves from cosmological phase transitions with LISA: an update,” *JCAP* **03** (2020), 024 doi:10.1088/1475-7516/2020/03/024 [arXiv:1910.13125 [astro-ph.CO]].
- [21] K. Schmitz, “New Sensitivity Curves for Gravitational-Wave Signals from Cosmological Phase Transitions,” *JHEP* **01** (2021), 097 doi:10.1007/JHEP01(2021)097 [arXiv:2002.04615 [hep-ph]].

- [22] A. Ringwald, K. Saikawa and C. Tamarit, “Primordial gravitational waves in a minimal model of particle physics and cosmology,” JCAP **02** (2021), 046 doi:10.1088/1475-7516/2021/02/046 [arXiv:2009.02050 [hep-ph]].
- [23] M. x. Luo and Y. Xiao, “Two loop renormalization group equations in the standard model,” Phys. Rev. Lett. **90** (2003), 011601 doi:10.1103/PhysRevLett.90.011601 [arXiv:hep-ph/0207271 [hep-ph]].
- [24] M. Shaposhnikov and C. Wetterich, “Asymptotic safety of gravity and the Higgs boson mass,” Phys. Lett. B **683** (2010), 196-200 doi:10.1016/j.physletb.2009.12.022 [arXiv:0912.0208 [hep-th]].
- [25] K. Kainulainen, K. Tuominen and V. Vaskonen, “Self-interacting dark matter and cosmology of a light scalar mediator,” Phys. Rev. D **93** (2016) no.1, 015016 [erratum: Phys. Rev. D **95** (2017) no.7, 079901] doi:10.1103/PhysRevD.93.015016 [arXiv:1507.04931 [hep-ph]].
- [26] G. Degrandi, S. Di Vita, J. Elias-Miro, J. R. Espinosa, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, “Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO,” JHEP **08** (2012), 098 doi:10.1007/JHEP08(2012)098 [arXiv:1205.6497 [hep-ph]].
- [27] J. Brod and Z. Polonsky, “Two-loop Beta Function for Complex Scalar Electroweak Multiplets,” JHEP **09** (2020), 158 doi:10.1007/JHEP09(2020)158 [arXiv:2007.13755 [hep-ph]].
- [28] M. Holthausen, K. S. Lim and M. Lindner, “Planck scale Boundary Conditions and the Higgs Mass,” JHEP **02** (2012), 037 doi:10.1007/JHEP02(2012)037 [arXiv:1112.2415 [hep-ph]].
- [29] P. Ghorbani, “On Vacuum Stability in Real Singlet Scalar Extension of the Standard Model,” [arXiv:2104.09542 [hep-ph]].
- [30] S. Demidov, D. Gorbunov and E. Kriukova, “Sgoldstino signature in hh , W^+W^- and ZZ spectra at the LHC,” JHEP **05** (2020), 092 doi:10.1007/JHEP05(2020)092 [arXiv:2003.07388 [hep-ph]].
- [31] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **18** (1998), 1-98 doi:10.1142/9789812839657_0001 [arXiv:hep-ph/9709356 [hep-ph]].
- [32] J. S. Kim, S. Pokorski, K. Rolbiecki and K. Sakurai, “Gravitino vs Neutralino LSP at the LHC,” JHEP **09** (2019), 082 doi:10.1007/JHEP09(2019)082 [arXiv:1905.05648 [hep-ph]].

- [33] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Search for supersymmetry in final states with photons and missing transverse momentum in proton-proton collisions at 13 TeV,” JHEP **06** (2019), 143 doi:10.1007/JHEP06(2019)143 [arXiv:1903.07070 [hep-ex]].
- [34] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Search for supersymmetry in events with a photon, jets, b -jets, and missing transverse momentum in proton-proton collisions at 13 TeV,” Eur. Phys. J. C **79** (2019) no.5, 444 doi:10.1140/epjc/s10052-019-6926-x [arXiv:1901.06726 [hep-ex]].
- [35] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Inclusive search for supersymmetry in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using razor variables and boosted object identification in zero and one lepton final states,” JHEP **03** (2019), 031 doi:10.1007/JHEP03(2019)031 [arXiv:1812.06302 [hep-ex]].
- [36] A. M. Sirunyan *et al.* [CMS], “Search for supersymmetry in events with a photon, a lepton, and missing transverse momentum in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV,” JHEP **01** (2019), 154 doi:10.1007/JHEP01(2019)154 [arXiv:1812.04066 [hep-ex]].
- [37] M. Aaboud *et al.* [ATLAS], “Search for supersymmetry in events with four or more leptons in $\sqrt{s} = 13$ TeV *pp* collisions with ATLAS,” Phys. Rev. D **98** (2018) no.3, 032009 doi:10.1103/PhysRevD.98.032009 [arXiv:1804.03602 [hep-ex]].
- [38] M. Aaboud *et al.* [ATLAS], “Search for photonic signatures of gauge-mediated supersymmetry in 13 TeV *pp* collisions with the ATLAS detector,” Phys. Rev. D **97** (2018) no.9, 092006 doi:10.1103/PhysRevD.97.092006 [arXiv:1802.03158 [hep-ex]].
- [39] D. S. Gorbunov and N. V. Krasnikov, “Prospects for sgoldstino search at the LHC,” JHEP **07** (2002), 043 doi:10.1088/1126-6708/2002/07/043 [arXiv:hep-ph/0203078 [hep-ph]].
- [40] S. V. Demidov and D. S. Gorbunov, “LHC prospects in searches for neutral scalars in $pp \rightarrow \gamma\gamma + \text{jet}$: SM Higgs boson, radion, sgoldstino,” Phys. Atom. Nucl. **69** (2006), 712-720 doi:10.1134/S1063778806040156 [arXiv:hep-ph/0405213 [hep-ph]].
- [41] M. Asano and R. Garani, “Sgoldstino search at the LHC,” [arXiv:1701.00829 [hep-ph]].