Московский Государственный
Университет имени М. В. Ломоносова
Физический факультет

Кафедра физики частиц и космологии

Окологалактический газ и «потерянные барионы»

Курсовая работа
студента 209 группы
Мартыненко Н.

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук
С. В. Троицкий

Москва 2020

Содержание

Аннотация

Настоящая работа посвящена разреженному газу в гало Млечного Пути – области, простирающейся примерно на 250 килопарсек от центра галактики. Нами проанализированы и сопоставлены два основных подхода, с помощью которых ранее исследовался профиль электронной плотности в гало. Первый метод основан на наблюдении спутниковых галактик и моделировании их взаимодействия с внешней средой, второй – на анализе спектральных линий кислорода вдоль набора лучей зрения. Результаты, полученные в предыдущих работах на основании перечисленных методов, существенно различались. Одним из допущений, приводящих к этой проблеме, могло стать принятое постоянным значение металличности газа $Z = 0.3\,Z_{\odot}$. Мы показали, что отказ от этого допущения и введение профиля металличности позволяет сгладить противоречие. По результатам обработки измерений установлено, что на дальних галактоцентрических расстояниях профиль электронной плотности спадает приблизительно как $r^{-(0.84\,\ldots\,1.12)}$, а металличность меняется в диапазоне (0.12...0.22) $Z_{\odot}$. Кроме того, показано, что масса газа в гало оценивается в $\sim 10^{11}\,M_{\odot}$ и, таким образом, может содержать существенную часть «потерянных барионов».

1 Введение

В последние десятилетия большое количество научных работ посвящается исследованию газовых гало галактик (в частности, Млечного Пути), вещество которых, благодаря обширной области распространения, может вносить существенный вклад в полную массу галактики. Этот вклад может оказаться достаточен для разрешения проблемы «потерянных барионов» – недостаток наблюдаемой массы барионной материи по сравнению с теоретически ожидаемым.

Существует два основных подхода, позволяющих получить оценки электронной плотности Млечного Пути. Первый связан с движением спутниковых галактик: при взаимодействии с внешней средой, то есть с интересующим нас веществом гало, их собственный газ частично «сдувается». В недавних научных публикациях (например: Blitz & Robishaw, 2000; Grcevich & Putman, 2009; Gatto et al., 2013; Salem et al., 2015) показано, что этот процесс может быть успешно смоделирован для ряда спутников. Благодаря этому авторам удалось получить оценки электронной плотности. Второй способ позволяет обнаружить присутствие горячего газа гало путем наблюдения несмещенных (то есть вызванных «близким» к наблюдателю веществом) линий поглощения в рентгеновском спектре излучения внегалактических источников, а также линий излучения от «пустых» участков небосвода. Далее в тексте мы будем называть указанные способы метод I и метод II соответственно. Результаты, даваемыми тем и другим подходом по отдельности, существенно различаются. Наша цель – устранить это противоречие. Основная проблема заключается в том, что метод II требует «конвертации» количества ионов данного элемента (в нашем случае – кислорода) в количество электронов, в то время как подлинный химический состав газа неизвестен. Единственный параметр, который характеризует этот состав – металличность, как правило, принимается авторами постоянной величиной. Мы отказываемся от последнего допущения и вводим параметрический профиль металличности. Это позволяет согласовать результаты и одновременно получить оценочные сведения о химическом составе газа.

В оставшейся части настоящей работы будет представлено следующее. В разделе 2 мы рассматриваем аналитическую модель движения спутниковой галактики в гало и сравниваем наши результаты с ранее полученными в рамках метода I; в разделе 3 – строим параметрический профиль металличности и обсуждаем преобразование метода II; в разделе 4 описываем детали обработки данных; наконец, в разделе 5 – приводим и анализируем результаты.

2 Метод I. Аналитическая модель

Цель данного раздела – получить оценку электронной плотности газа в гало, используя упрощенную модель взаимодействия спутниковой галактики с внешней средой, после чего сверить эту оценку с известными результатами компьютерного моделирования (гораздо более точного) и убедиться в надежности используемых в дальнейшем данных. В качестве основы для рассуждений мы выберем модель, которая предложена в работе Singh, Gulati & Bagla, 2019, после чего видоизменим ее, рассмотрев сферическую галактику вместо дискообразной.

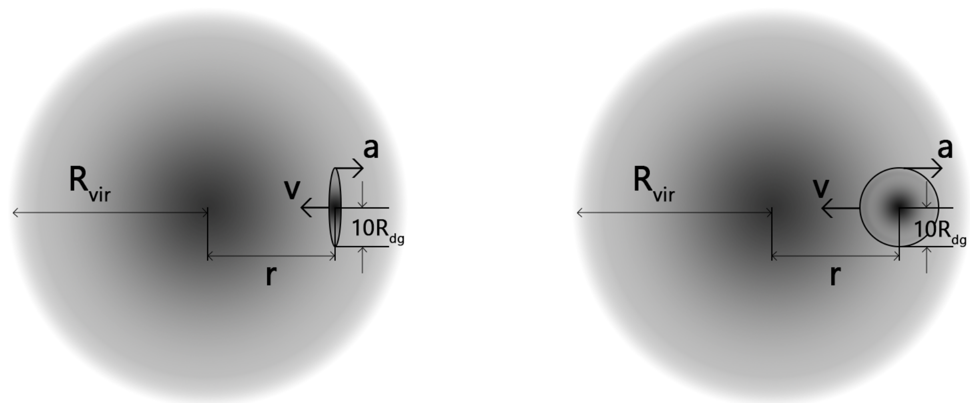

Иллюстрация 1: Движение спутниковой галактики в гало.
Слева – дисковая галактика, (к подразделу 2.1), **справа** – сферическая галактика (к подразделу 2.2)

2.1 Дискообразная галактика

Пусть дискообразная галактика движется во внешней газовой среде, испытывая при этом ее «сдувающее» воздействие (см. иллюстрацию 1, слева). Как уже было сказано, нам необходимо решить лишь оценочную задачу, поэтому далее мы будем пользоваться следующими допущениями: (а) плотность вещества внешней среды ρ в рассматриваемой области можно принять приблизительно постоянной; (б) плотность собственного газа и звездного вещества в карликовой галактике подчиняется радиально-симметричному экспоненциально спадающему профилю (см. далее в тексте), причем звездная масса значительно больше массы газа; (в) движение поступательное, и его скорость V меняется незначительно; (г) собственный газ, для которого выполнено условие «сдувания» (оно будет дано ниже), мгновенно «исчезает» из галактики, то есть мы не будем рассматривать этот процесс во времени и както учитывать взаимодействие «сдутых» порций газа с оставшимся в галактике веществом. Давление внешней среды в описанной ситуации будет описываться формулой:

$$F_{ram}(r) = \rho(r) V^2(r)$$

В то же время гравитационное давление, удерживающее газ, будет равно:

$$F_{res}(R) = 2\pi G \, \Sigma_s(R) \, \Sigma_g(R)$$

Здесь R – расстояние от оси диска, G – гравитационная постоянная, Σ_s и Σ_g – поверхностные плотности звездного вещества и собственного газа в диске, которые определяются функцией:

$$\Sigma_{g,s}(R) = \Sigma_{0g,s} \exp\left(-R/R_{dg,s}\right)$$

При этом для звездной и газовой компонент вещества мы далее используем обозначения Σ_{0s}, R_{ds} и Σ_{0g}, R_{dg} соответственно. Множители $\Sigma_{0g,s}$ мы будем определять из уравнения:

$$f_{g,s} M_d = \int\limits_0^{R_{out}} 2\pi R\, \Sigma_{0g,s} \exp\left(-R/R_{dg,s}\right)\, dR$$

Здесь M_d – полная барионная масса диска (включая звезды и газ), f_g и f_s – массовая доля газа и звезд в диске (в расчетах принимаем значения 0.1 и 0.9 соответственно), R_{out} – радиус внешней границы диска, которую мы устанавливаем на уровне $10R_{dg}$ (здесь плотность газа уже на пять порядков меньше, чем в центральной области). При этом барионная масса диска M_d и радиальный масштаб R_{dg} связаны с полной массой галактики M_{gal} следующим образом (см. eq. 12, 14, Singh et al., 2019; здесь мы полагаем z = 0):

$$M_d = f_d f_{uni} M_{gal}$$

$$R_{dg} = 4.47\,\lambda \left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{1/3} \text{ kpc}$$

Здесь f_d – доля массы, которая приходится на диск (в расчетах принимаем $f_d = 0.2$); $f_{uni} = 0.158$ – массовая доля барионной материи; λ – параметр вращения, общий для темной и барионной материи (его типичные значения лежат в диапазоне 0.02 - 0.08); $M_\odot$ – масса Солнца. Радиальный масштаб R_{ds} при вычислениях мы принимаем равным $0.5R_{dg}$. Понятно, что область, из которой газ будет «сдут», определяется условием:

$$a\left(r, R\right) = \frac{F_{ram}(r) - F_{res}(R)}{\Sigma_g(R)} > 0 \rightarrow R > R_{strip}$$

Здесь R_{strip} – критический радиус. Чтобы его вычислить, нужно положить $a\left(r,\, R\right) = 0$:

$$\frac{R_{strip}}{R_{dg}} = \frac{R_{ds}}{R_{ds} + R_{dg}} \ln\left[\frac{2\pi G\, \Sigma_{0g}\, \Sigma_{0s}}{\rho(r) V^2(r)}\right] \quad (1)$$

Будем считать, что из наблюдений нам известно значение доли «сдутого» газа по отношению к его первоначальной массе $f_{removed} \in [0, 1]$. Далее возможны несколько ситуаций, требующих отдельного рассмотрения.

A. Случай неполного «сдувания»

Пусть значение $f_{removed} \in (0, 1)$, то есть «сдувание» имело место, но часть газа в галактике все же осталась. Найдем долю «сдутого» газа как:

$$f_{removed} = \frac{1}{f_g M_d} \int\limits_{R_{strip}}^{R_{out}} 2\pi R\, \Sigma_{0g} \exp\left(-R/R_{dg}\right)\, dR$$

Вычислив записанный интеграл, получим:

$$(x_{strip}+1)\exp(-x_{strip}) = \frac{f_{removed} f_g M_d}{2\pi R_{dg}^2\,\Sigma_{0g}} + (x_{out}+1)\exp(-x_{out})$$

Здесь и далее в настоящем разделе мы будем для удобства нормировать радиусы R_{index} на величину R_{dg} и пользоваться обозначением $x_{index} = R_{index}/R_{dg}$. Выразим теперь Σ_{0g} и Σ_{0s} через полную массу диска:

$$\Sigma_{0g} = \frac{f_g M_d}{2\pi R_{dg}^2}\,[\zeta(x_{out})]^{-1}$$

$$\Sigma_{0s} = \frac{f_s M_d}{2\pi R_{dg}^2 x_{ds}^2}\,[\zeta(x_{out}/x_{ds})]^{-1}$$

В этих выражениях мы пользуемся вспомогательной функцией:

$$\zeta(x) = 1-(x+1)\exp(-x)$$

Используя формулу для Σ_{0g}, получим относительно x_{strip} следующее уравнение:

$$\zeta(x_{strip}) = (1-f_{removed})\,\zeta(x_{out}) \qquad (2)$$

Ясно, что (2) задает на интервале $(0,1)$ значение x_{strip} как неявную функцию доли сдутого газа:

$$x_{strip} = \psi(f_{removed}\,|\,x_{out}) \approx \text{(при } f_{removed}\approx 1\text{)}$$
$$\approx [2.0\times(1-f_{removed})]^{1/2}$$

При необходимости значение $\psi\in(0,10)$ несложно найти численно. Вернемся к уравнению (1) и найдем из него интересующую нас плотность вещества внешней среды:

$$\rho(r) = 2\pi G\,V^{-2}(r)\,\Sigma_{0g}\Sigma_{0s}\exp\left[-x_{strip}(1+1/x_{ds})\right]$$

Используя сюда ранее полученные выражения для $\Sigma_{0g,s}$, получим:

$$\rho(r) = \frac{f_g f_s G M_d^2}{2\pi R_{dg}^4 V^2(r)}\left[x_{ds}^2\,\zeta(x_{out})\,\zeta(x_{out}/x_{ds})\right]^{-1}\exp\left[-x_{strip}(1+1/x_{ds})\right]$$

Подставляя ранее оговоренные значения параметров и переводя массовую плотность в электронную (считаем, что на 1 а. е. м. приходится 0.682 электрона), окончательно будем иметь:

$$n_e(r) \sim 0.11\left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{2/3}\left(\frac{V(r)}{100\,\text{km/s}}\right)^{-2}\left(\frac{\lambda}{0.02}\right)^{-4} e^{-3\psi}\ \text{cm}^{-3} \qquad (3)$$

Б. Случай полного «сдувания»

Возможна и другая ситуация: собственный газ в галактике не наблюдается вообще, то есть $f_{removed}=1$. В этом случае мы уже не способны непосредственно оценить саму электронную плотность, а можем лишь ограничить ее снизу, поскольку для любых значений плотности, превосходящих некоторое критическое, газ также будет сдут полностью, и для наблюдателя ничего не изменится: он все равно зарегистрирует значение $f_{removed}=1$. Ясно, что для критической плотности $R_{strip}=0$, то есть в формуле (3) нам необходимо положить $\psi=0$, в результате чего оценка примет вид:

$$n_e(r) \geq 0.11\left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{2/3}\left(\frac{V(r)}{100\,\text{km/s}}\right)^{-2}\left(\frac{\lambda}{0.02}\right)^{-4}\ \text{cm}^{-3}$$

B. Случай отсутствия «сдувания»

Наконец, может произойти так, что в пределах R_{out} собственный газ полностью остался в галактике, то есть $f_{removed} = 0$. В такой ситуации мы также можем только ограничить электронную плотность, но теперь уже сверху. Ограничение определяется формулой (3) со значением $\psi = 10$:

$$n_e(r) \leq 1.00 \times 10^{-14} \left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{2/3} \left(\frac{V(r)}{100\,\text{km/s}}\right)^{-2} \left(\frac{\lambda}{0.02}\right)^{-4} \quad \text{cm}^{-3}$$

Отметим, что в используемом наборе измерений этот случай не возникает, поэтому неправдоподобно низкая оценка, полученная здесь, не оказывает негативного влияния на результаты.

2.2 Сферическая галактика

Перейдем теперь к рассмотрению аналогичной задачи, которая поставлена для движения сферической карликовой галактики (см. иллюстрацию 1, справа). Вновь примем допущения (а)–(г), перечисленные в предыдущем подразделе. Отметим, что если какие-либо обозначения данного подраздела совпадают с обозначениями предыдущего, то под ними понимаются те же величины. При этом на месте индекса d ($disk$) для сферического карлика мы всюду пишем индекс b ($ball$), сохраняя ранее установленные численные значения и соотношения. Давление внешней среды вновь будет задаваться формулой:

$$F_{ram}(r) = \rho(r) V^2(r)$$

В то же время противодействующее ему гравитационное давление определяется как:

$$F_{res}(R) = G\ \varrho_g(R)\ \tau(R), \text{ где}$$

$$\tau(R) = \int_0^{R_{out}} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\varrho_s(R')\ R'^2 sin\theta'}{|\vec{R}'(R', \varphi', \theta') - \vec{R}|}\, d\varphi'\, d\theta'\, dR'$$

Система координат здесь связана с центром спутниковой галактики, ось аппликат проходит через точку с радиус-вектором $\vec{R}$. Выражения для плотности $\varrho_{g,s}(R)$ (теперь уже объемной) компонент вещества галактики аналогичны принятым в предыдущем разделе:

$$\varrho_{g,s}(R) = \varrho_{0g,s} \exp(-R/R_{bg,s})$$

Значения множителей $\varrho_{0g,s}$ могут быть получены из уравнения:

$$f_{g,s} M_b = \int_0^{R_{out}} 4\pi R^2\ \varrho_{0g,s} \exp(-R/R_{bg,s}) dR$$

Здесь M_b – полная барионная масса в пределах R_{out}. Ее мы для простоты свяжем с полной массой галактики тем же соотношением, что и M_d в предыдущем подразделе. Для удобства дальнейших выкладок введем вспомогательную функцию, задаваемую следующим образом:

$$\Upsilon(x) = \int_0^{x_{out}} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-x'/x_{bs}) x'^2 sin\theta'}{(x'^2 + x^2 - 2xx' cos\theta')^{1/2}}\, d\varphi'\, d\theta'\, dx'$$

В принятых обозначениях выражение для гравитационного давления будет выглядеть как:

$$F_{res}(x) = GR_{bg}^2\ \varrho_{0s}\varrho_{0g}\Upsilon(x)\exp(-x)$$

Запишем условие «сдувания» газа:

$$F_{ram}(r) - F_{res}(x) > 0 \to R > R_{strip}$$

Наконец, выразим долю «сдутого» газа:

$$f_{removed} = \frac{1}{f_g M_b}\int\limits_{R_{strip}}^{R_{out}} 4\pi R^2 \varrho_g(R)\,dR$$

Снова предположим, что в качестве данных измерений выступает величина $f_{removed} \in (0,1)$, и преобразуем последнее уравнение, используя известную зависимость плотности от радиуса:

$$f_{removed} = \frac{4\pi R_{bg}^3 \varrho_{0g}}{f_g M_b}\int\limits_{x_{strip}}^{x_{out}} x^2\exp(-x)\,dx$$

В очередной раз введем вспомогательную функцию:

$$\eta(x) = 2 - (x^2 + 2x + 2)\ \exp(-x)$$

С учетом выражения для ϱ_{0g} получим в новых обозначениях:

$$\eta(x_{strip}) = (1 - f_{removed})\,\eta(x_{out}) \tag{4}$$

Уравнение (4), подобно (2), неявно задает на (0, 1) значение x_{strip} как функцию $f_{removed}$:

$$x_{strip} = \omega(f_{removed}\,|\,x_{out}) \approx \text{(при } f_{removed} \approx 1\text{)}$$
$$\approx [1.5 \times (1 - f_{removed})]^{1/3}$$

Для конкретных $f_{removed}$ величина $\omega \in (0,10)$ может быть найдена численно. Для вычисления оценки электронной плотности выразим $\rho(r)$ через x_{strip}:

$$\rho(r) = GR_{bg}^2 V^{-2}(r)\ \varrho_{0s}\varrho_{0g}\Upsilon(x_{strip})\exp(-x_{strip})$$

Подставляя сюда полученные ранее вспомогательные выражения, будем иметь:

$$\rho(r) = \frac{f_g f_s G M_b^2}{16\pi^2 R_{bg}^2 V^2(r)}\left[x_{bs}^2\ \eta(x_{out})\ \eta(x_{out}/x_{bs})\right]^{-1}\Upsilon(x_{strip})\exp(-x_{strip})$$

С учетом принятой зависимости M_b и R_{bg} от M_{gal} получим отсюда для электронной плотности:

$$n_e(r) \sim 2.14 \times 10^{-3}\left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{2/3}\left(\frac{V(r)}{100\,\text{km/s}}\right)^{-2}\left(\frac{\lambda}{0.02}\right)^{-4}\Upsilon(\omega)e^{-\omega}\ \text{cm}^{-3}$$

Для оценки порядка величины можно воспользоваться приближенным значением интеграла $\Upsilon(\omega) \approx \pi\exp(-0.23\omega)$ (таким образом мы завысим результат не более, чем на 60%: ясно, что на производимые вычисления гораздо сильнее влияет неизвестный параметр λ и принятые ранее допущения, поэтому такое упрощение приемлемо). Окончательно имеем:

$$n_e(r) \sim 6.7 \times 10^{-3}\left(\frac{M_{gal}}{10^8 M_\odot}\right)^{2/3}\left(\frac{V(r)}{100\,\text{km/s}}\right)^{-2}\left(\frac{\lambda}{0.02}\right)^{-4} e^{-1.23\omega}\ \text{cm}^{-3} \tag{5}$$

Таблица 1: Сравнение результатов аналитической модели и компьютерных симуляций

Спутник	M_{gal}, $10^6 M_\odot$	V, km/s	$n_e^{mod}, 10^{-4}$ cm^{-3}	n_e, 10^{-4} cm^{-3}	
Carina	13	443	0.55 - 3.9	0.06 - 14	0.003 - 0.9
Ursa Minor	23	283	0.13 - 7.2	0.20 - 51	0.012 - 3.1
Sculptor	6.4	251	0.51 - 3.9	0.11 - 28	0.007 - 1.7
Fornax	68	231	0.98 - 4.6	0.62 - 159	0.038 - 9.7

Примечания. Значения масс галактик приведены из статьи Mateo, 1998 (те же массы используются в Grcevich & Putman, 2009). Столбец n_e^{mod} содержит оценки плотности из Grcevich & Putman, 2009. В столбце n_e слева приведены результаты, рассчитанные по формуле (3), справа – по формуле (5)

2.3 Результаты анализа

Для численных оценок будем считать, что процесс «сдувания» происходит в перицентре орбиты (то есть $r = r_{peri}$), и обратимся к данным из статьи Grcevich & Putman, 2009, приведенным для четырех галактик. При вычислениях будем пользоваться формулами (3) и (5), полагая в них соответственно $\psi, \omega = 0$. С учетом наблюдаемых масс водорода в этих галактиках (см. Table 3, Grcevich & Putman, 2009) последнее приближение, на фоне уже сделанных допущений, вполне приемлемо. В таблице 1 приведены полученные нами диапазоны электронной плотности, отвечающие области изменения параметра вращения $\lambda \in [0.02, 0.08]$, в сравнении с оценками, полученными авторами упомянутой статьи. Несмотря на широкий разброс полученных значений, который обусловлен высокой чувствительностью результатов к неизвестному параметру λ, мы, тем не менее, видим, что все наши оценки (в рамках целого ряда допущений) пересекаются с аналогичными диапазонами, полученными гораздо более «честно» из других соображений, что убеждает нас в достоверности последних.

3 Метод II. Профиль металличности

Как уже было сказано, одним из основных недостатков метода II является пренебрежение зависимостью металличности от расстояния. В этом разделе мы, исходя из качественных соображений, получим параметрический профиль металличности, который затем используем в обработке данных измерений. При этом мы сохраняем договоренность об обозначениях: если в тексте встречается ранее определенный символ, то он несет прежний смысл.

3.1 Построение профиля

Будем исходить из следующего. Газ, который содержит металлы, проникает в гало из центральной области галактики, где его производят звезды. Первоначально состав газа можно считать практически идентичным звездному, но, попадая в гало, он смешивается с водород-гелиевым первичным газом, в результате чего металличность уменьшается. При этом его распространению препятстсвует гравитация, следовательно, во внутренних областях по сравнению с внешними металличность больше. Таким образом, металличность должна быть приблизительно пропорциональна концентрации «звездной» компоненты газа, которую мы примем подчиняющейся распределению Больцмана. Итак, запишем исходное выражение:

$$Z(r) = a \exp(-\Phi(r)/\Phi_0)$$

Здесь $\Phi(r)$ – гравитационный потенциал Млечного Пути, a и Φ_0 – вспомогательные множители (безразмерный и с размерностью потенциала соответственно), в которые мы на данном этапе не вкладываем физического смысла. Для получения потенциала используем NFW-профиль плотности (см. Navarro, Frenk & White, 1995):

$$\rho_{NFW}(r) \propto \left[\frac{r}{r_0}\left(1+\frac{r}{r_0}\right)^2\right]^{-1}$$

Радиальный масштаб r_0 здесь следует рассмотреть подробнее. В недавних работах по анализу кривых вращения (Sofue, 2020; Lin & Li, 2019) значение r_0 для Млечного Пути оценивается в диапазоне от ~ 7 до ~ 12 kpc. В связи с этим мы не будем далее подбирать его как свободный параметр, а зафиксируем значение r_0 = 10 kpc. Вернемся к поиску потенциала $\Phi(r)$:

$$\Phi(r) = -G \int\limits_r^{+\infty} \frac{M(r')}{r'^2} dr', \text{ где}$$

$$M(r) = \int\limits_0^r 4\pi r'^2 \rho_{NFW}(r') dr'$$

Взяв по очереди записанные интегралы, получим следующее выражение:

$$\Phi(r) \propto -(r/r_0)^{-1} \ln(1+r/r_0)$$

Возвращаясь к первоначальной формуле, введем параметр наклона d, имеющий размерность расстояния. Окончательно для параметрического профиля металличности будем иметь:

$$Z(r) = a(1+r/r_0)^{d/r} \tag{6}$$

3.2 Преобразование модели

Построенную функцию мы далее применим следующим образом. В качестве измерений нам известны поверхностные плотности ионов кислорода N, расчитанные для различных лучей зрения. Наша основная цель – определить значения параметров профиля электронной плотности, поэтому нам нужно, во-первых, ввести в рассмотрение этот профиль, и во-вторых, связать с ним данные измерений, для чего нам потребуется металличность. Электронную плотность мы будем описывать бета-профилем:

$$n_e(r) = n_0(1+(r/r_c)^2)^{-3\beta/2}$$

Здесь n_0 – центральная электронная плотность, r_c – радиальный масштаб, β – параметр наклона. Поскольку нас интересует область $r \gg r_c \sim 1$ kpc, далее мы будем использовать лишь упрощенное выражение:

$$n_e(r) = \alpha(r/r_c)^{-3\beta}, \text{ где } \alpha = n_0 r_c^{3\beta} \tag{7}$$

Хотя в выражение для α входит β, в силу свободного изменения n_0 мы считаем эти параметры независимыми. Выражение для количества ионов кислорода на единицу площади имеет вид:

$$N_{O_{VII}} = \int n_{O_{VII}}(r(s))\, ds, \text{ где}$$

$$r(s) = \left[r_\odot^2 + s^2 - 2\,r_\odot s\,\cos(l)\cos(b)\right]^{1/2} \tag{8}$$

Здесь мы обозначаем за s координату вдоль луча зрения, за $r_\odot$ – галактоцентрический радиус Солнечной системы (при вычислениях мы принимаем $r_\odot = 8.5$ kpc), за l и b – галактическую долготу и широту, характеризующие данный луч зрения, наконец, за $n_{O_{VII}}$ – концентрацию ионов кислорода. Последнюю величину нетрудно выразить через электронную плотность:

$$n_{O_{VII}}(r) = n_e(r)\,Z(r)\,f(r) \times A[O_{VII}]$$

В этом уравнении $f(r)$ – ионизационный множитель, который далее полагается тождественно равным 0.5, а $A[O_{VII}]$ – безразмерная константа, которая может быть получена на основе достаточно хорошо изученного химического состава Солнца (см. eq. 4, Miller & Bregman, 2013). Установив 0 в качестве нижнего предела интегрирования и $R_{vir} = 250$ kpc в качестве верхнего, получим итоговое выражение для $N_{O_{VIII}}$:

$$N_{O_{VII}} = 7.023 \times 10^{15} \left(\int\limits_0^{R_{vir}} \left[\frac{n_e\,(r(s))}{10^{-2}\,\text{cm}^{-3}}\right] \,[Z\,(r(s))/Z_\odot]\; ds\;\; \text{kpc}^{-1} \right) \text{cm}^{-2} \tag{9}$$

4 Процедура обработки данных

Перейдем к статистической обработке данных. В нашем распоряжении имеется два набора измерений разного типа, для каждого из которых мы построим отдельный алгоритм поиска параметров профиля электронной плотности, после чего сравним полученные результаты.

4.1 Данные метода I

Для поиска параметров бета-профиля в рамках метода I мы будем статистически описывать измерения, приведенные в таблице 2. При этом данные, отмеченные в таблице символами $(*)$ и $(**)$ используются нами не в качестве «экспериментальных точек», а как ограничения, которые наложены на область поиска наилучших параметров. Подробнее мы рассмотрим эти ограничения ниже в настоящем подразделе.

A. Построение функции правдоподобия

Воспользуемся функцией плотности вероятности, которая образована из двух «склеенных» посередине гауссиан:

$$f(\xi\,|\,\mu, \sigma_L, \sigma_R) = \frac{1}{\sigma(\xi)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\xi-\mu)^2}{2\,\sigma^2(\xi)}\right],$$

$$\sigma(\xi) = \begin{cases} \sigma_L, \;\xi < \mu, \\ \sigma_R, \;\xi > \mu \end{cases}$$

Здесь подразумевается, что нам известно измерение $\left(\mu^{+\sigma_R}_{-\sigma_L}\right)$ величины ξ. Пусть ее истинное значение равно μ^*, а сама величина ξ подчиняется такому же распределению с параметрами σ_L^* и σ_R^*. Будем использовать функцию f в качестве статистического веса для измеряемой величины. Тогда для вероятности нахождения величины на $[\xi, \xi{+}d\xi]$ справедливо следующее:

$$d\ln P \propto -(\xi - \mu^*)^2\; f(\xi\,|\,\mu, \sigma_L, \sigma_R)\,d\xi,$$

Таблица 2: Измерения электронной плотности, используемые в работе

Объект	r, kpc		n_e, 10^{-4} cm^{-3}		Источник
Carina dwarf	20	(9.7 - 46.1)	0.85	(0.67 - 2.70)	(a)
Ursa Minor dwarf	40	(21.8 - 61.9)	2.10	(0.90 - 5.20)	
Sculptor dwarf	68	(45.5 - 77.1)	2.70	(1.37 - 3.43)	
Fornax dwarf	118	(86.4 - 133.8)	3.10	(1.81 - 4.01)	
Sextant dwarf	73.5	(59.8 - 90.2)	0.86	(0.62 - 2.38)	(b)
Carina dwarf	64.7	(51.2 - 81.8)	0.81	(0.71 - 1.71)	
LMC	48.2	(43.2 - 53.2)	1.10	(0.65 - 1.54)	(c)
Distant dwarfs $(*)$	<0-250>		≥ 0.24		(d)
LMC pulsars $(**)$	<0-50>		≤ 5		(e)

Примечания. В круглых скобках приведены доверительные интервалы, соответствующие $\sim 68\%$. $(*)$ – оценка среднего значения по объему гало. (**) – оценка для мер дисперсии пульсаров БМО, то есть средняя вдоль луча зрения. Буквами обозначены: (a) – Grcevich & Putman, 2009; (b) – Gatto et al., 2013; (c) – Salem et al., 2015; (d) – Blitz & Robishaw, 2000; (e) – Anderson & Bregman, 2010.

Для вероятности получения в качестве результата измерения $\left(\mu^{+\sigma_R}_{-\sigma_L}\right)$ имеем в таком случае:

$$[-\ln P] \propto \int (\xi - \mu^*)^2 \, f(\xi \,|\, \mu, \sigma_L, \sigma_R) \, d\xi = I(\mu^*, \mu, \sigma_L, \sigma_R)$$

При вычислениях будем пользоваться следующим приближением:

$$I(\mu^*, \mu, \sigma_L, \sigma_R) \approx (\mu - \mu^*)^2 + 0.5 \, (\sigma_L^2 + \sigma_R^2) + 0.797885 \, (\mu - \mu^*)(\sigma_L - \sigma_R)$$

Окончательное выражение для вероятности P примет вид:

$$P(\mu^*, \sigma_L^*, \sigma_R^*, \mu, \sigma_L, \sigma_R) = \frac{1}{\sigma(\mu)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{I(\mu^*, \mu, \sigma_L, \sigma_R)}{2\,\sigma^2(\mu)}\right],$$

$$\sigma(\mu) = \begin{cases} \sigma_L^*, \ \mu < \mu^*, \\ \sigma_R^*, \ \mu > \mu^* \end{cases}$$

У нас имеются наборы измерений $\left(n_e^k,\, \sigma_L^k,\, \sigma_R^k\right)$ и $\left(r^k,\, \delta r_L^k,\, \delta r_R^k\right)$ электронных плотностей и радиусов соответственно. Под $k \in \overline{1, K}$ здесь понимается верхний индекс, нумерующий строчки в таблице 2 и соответствующие им величины. Известно также, что функция $n_e(r)$ задается уравнением (7). Выразим через параметры α и β истинное значение и «стандартные отклонения» (в смысле выбранного распределения) электронной плотности $\left(n_e^{*k},\, \sigma_L^{*k},\, \sigma_R^{*k}\right)$ на измеренном расстоянии $\left(r^k,\, \delta r_L^k,\, \delta r_R^k\right)$:

$$n_e^{*k} = \alpha \, (r^k)^{-3\beta}$$

$$\sigma_{L,R}^{*k} = \pm \left(\alpha \, (r^k \mp \delta r_{L,R}^k)^{-3\beta} - n_e^{*k}\right)$$

Воспользуемся теперь полученным ранее выражением для вероятности:

$$P_k \, (\alpha,\, \beta) = P(n_e^{*k},\, \sigma_L^{*k},\, \sigma_R^{*k},\, n_e^k,\, \sigma_L^k,\, \sigma_R^k)$$

Определим функцию правдоподобия $L\left(\alpha,\beta\right)$ как произведение P_k:

$$L\left(\alpha,\beta\right)=\prod_{k=1}^{K}P_k\left(\alpha,\beta\right)$$

Ясно, что максимальное значение функции $L\left(\alpha,\,\beta\right)$ будет соответствовать оптимальным значениям параметров в заданной области их изменения. На данном этапе мы уже можем приступить к поиску параметров, однако технически нам будет удобнее работать с функцией $\Lambda\left(\alpha,\,\beta\right)$, которую мы определим следующим образом:

$$\Lambda(\alpha,\beta)=-2\left(\ln\left[L(\alpha,\beta)\right]+\sum_{k=1}^{K}\ln\left[\sigma(n_e^k(\alpha,\beta))\sqrt{2\pi}\right]\right)$$

Здесь отдельно следует прокомментировать следующее. Вообще говоря, второе слагаемое, как подчеркнуто в уравнении, зависит от искомых параметров. Иными словами, мы искусственно меняем значение построенной функции, что не вполне «законно». Понятно, однако, что экспоненциальная часть L влияет на результат гораздо существеннее, чем предэкспоненциальный множитель, за который отвечает упомянутое слагаемое. С точки зрения точности наших вычислений последний вклад пренебрежимо мал, поэтому обсуждаемый шаг оправдан. С учетом этого можно утверждать, что искомый максимум L соответствует минимуму Λ.

Б. Область поиска параметров

Запишем оценки $(*)$ и $(**)$ из таблицы 2 в виде системы неравенств (10). Во втором неравенстве интеграл берется по лучу зрения, и $r(s)$ определяется уравнением (1), в которое следует подставить галактические угловые координаты БМО $(l,b)=(280.5°,-32.9°)$.

$$\begin{cases}\int\limits_{0}^{250\,\mathrm{kpc}} r^2 n_e(r)\,dr\geq 0.24\times10^{-4}\,\text{cm}^{-3}\int\limits_{0}^{250\,\mathrm{kpc}} r^2 dr\\ \int\limits_{0}^{50\,\mathrm{kpc}} n_e(r(s))\,ds\leq 5\times10^{-4}\,\text{cm}^{-3}\int\limits_{0}^{50\,\mathrm{kpc}} ds\end{cases}\tag{10}$$

В. Полученные результаты

В определяемой системой (10) области наименьшему значению Λ отвечают следующие параметры:

$$\alpha=81.2^{+55.5}_{-13.0}\times10^{-4}\,\text{cm}^{-3}\,\text{kpc}^{3\beta}$$
$$\beta=0.311^{+0.046}_{-0.031}$$

Диапазоны изменения величин найдены из условия на приращение функции:

$$\Delta\Lambda\approx\frac{\partial\Lambda}{\partial\alpha}\Delta\alpha+\frac{\partial\Lambda}{\partial\beta}\Delta\beta+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\Lambda}{\partial\alpha^2}\Delta\alpha^2+2\frac{\partial^2\Lambda}{\partial\alpha\partial\beta}\Delta\alpha\Delta\beta+\frac{\partial^2\Lambda}{\partial\beta^2}\Delta\beta^2\right)\leq1,$$

На иллюстрации 2 изображена граница задаваемого этим неравенством множества, область поиска параметров, соответствующая (10), а также точка, отвечающая наименьшему Λ.

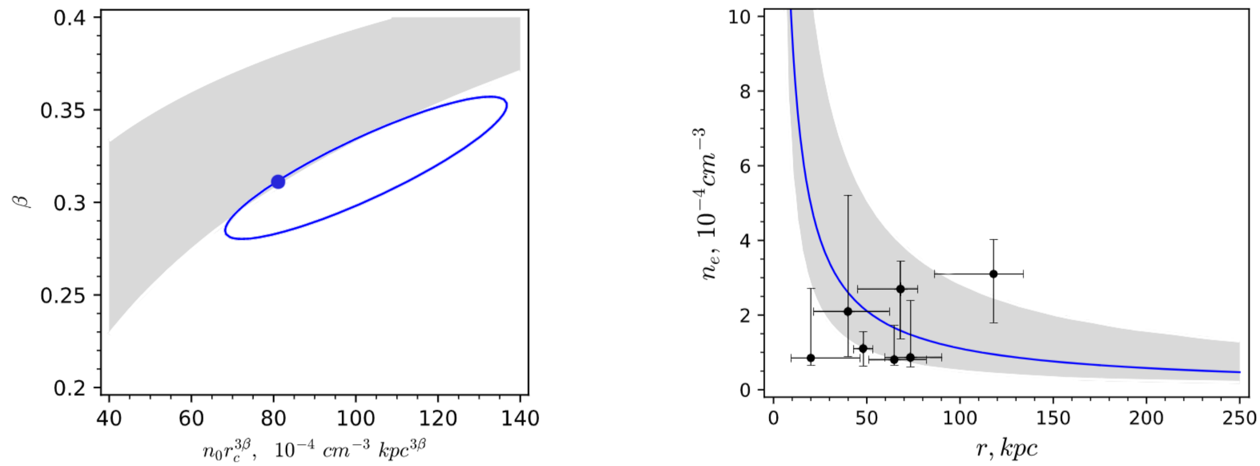

Иллюстрация 2: Результаты обработки данных метода I.
Слева: параметры бета-профиля. Точка и контур синего цвета отвечают оптимальным значениям параметров и границе диапазона их изменения. Светло-серым показана область поиска параметров.
Справа: зависимость электронной плотности от галактоцентрического радиуса. Кривая синего цвета проведена по наилучшим значениям параметров. Светло-серая область отвечает диапазону изменения параметров. Черным показаны используемые измерения (см. таблицу 2).

4.2 Данные метода II

В данном подразделе мы будем статистически описывать измерения спектра поглощения кислорода вдоль различных лучей зрения. Для этого мы воспользуемся данными, приведенными в публикации Miller & Bregman, 2013 (см. Table 1 указанной работы).

A. Построение вспомогательных функций

Воспользуемся функцией χ^2 стандартного вида:

$$\chi^2(\alpha, \beta, a, d) = \sum_{k=1}^{K} \left[\frac{1}{\sigma_N^k} \left(N^k_{O_{VII}}(\alpha, \beta, a, d) \;-\; N^k \right) \right]^2$$

Здесь (N^k, σ_N^k) – поверхностная плотность для k-го луча зрения в предположении оптически тонких или насыщенных линий спектра (эти случаи мы рассматриваем по отдельности) и погрешность этого измерения; $N^k_{O_{VII}}$ вычисляется по формуле (9) (см. подраздел 3.2). Для простоты мы не будем исследовать χ^2 на минимум сразу по всем параметрам. Вместо этого сначала отыщем минимум усредненной по (α, β) функции:

$$\chi^2_Z(a, d) = \iint \chi^2(\alpha, \beta, a, d)\, d\alpha\, d\beta \times \left(\iint d\alpha\, d\beta \right)^{-1}$$

Здесь интегрирование производится по области, определяемой (10). Когда параметры (a, d) будут найдены, зафикисируем их и будем рассматривать χ^2 как зависящую только от (α, β), после чего в области, определяемой ограничениями (10), отыщем точку, которая отвечает наименьшему значению χ^2.

Б. Постановка ограничений

Установим физически разумные ограничение на параметры профиля. Потребуем, чтобы: (а) значение металличности на галактоцентрическом расстоянии $r_\odot$ отличалось от солнечного не более, чем на полпорядка; (б) параметр d не превышал 250 kpc; (в) значение параметра a, несущее смысл металличности на дальних галактоцентрических дистанциях, не превышало $0.3\,Z_\odot$. Запишем требования (а)–(в) в виде системы неравенств:

$$\begin{cases} 10^{-0.5} \le Z(r_\odot)/Z_\odot \le 10^{+0.5} \\ d \le 250\,\text{kpc} \\ a \le 0.3\,Z_\odot \end{cases} \tag{11}$$

В. Полученные результаты

Итоги описанной процедуры отображены в иллюстрации 3 и приведены в таблице 3.

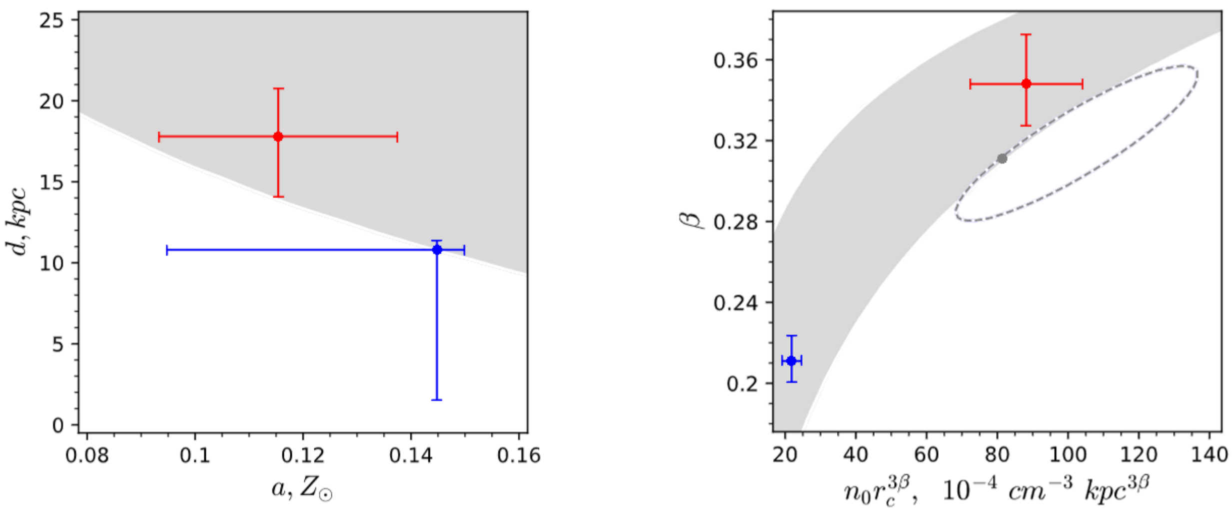

Иллюстрация 3: Результаты обработки для метода II. Красный цвет обозначает интерпретацию линий как насыщенных, синий – как оптически тонких. Погрешности соответствуют $\Delta\chi^2, \Delta\chi^2_Z \le 1$
Слева: параметры профиля металличности. Светло-серая область определяется системой (11)
Справа: параметры бета-профиля. Светло-серая область отвечает ограничениям (10). Серая точка и штриховой контур отвечают параметрам, которые получены в рамках метода I (см. подраздел 4.1).

5 Обсуждение результатов

При помощи профиля металличности нам удалось согласовать результат для спутниковых галактик с результатом для линий спектра, при описании которых учитывалось насыщение (см. иллюстрацию 4). Напомним, что мы искусственно установили условия, задающие диапазон изменения параметров, и потому судим о погрешности их определения лишь в смысле порядка величины. Ясно, что в этой трактовке две независимые процедуры дают «пересекающиеся» результаты. Если же считать линии спектра оптически тонкими, то с точки зрения статистики результаты оказываются менее надежны (см. минимальное значение

Таблица 3: Результаты обработки измерений интенсивности линий спектра поглощения кислорода

параметр \ интерпретация линий	оптически тонкие	насыщенные
r_0, kpc (зафиксирован)	10	10
a, $Z_\odot$	$0.145^{+0.005}_{-0.050}$	$0.115^{+0.022}_{-0.022}$
d, kpc	$10.8^{+0.5}_{-9.2}$	$17.8^{+2.9}_{-3.7}$
минимальное χ^2_Z	45.1	32.5
α, 10^{-4} cm^{-3} kpc$^{3\beta}$	$21.9^{+2.5}_{-2.5}$	$88.2^{+15.5}_{-15.5}$
β	$0.211^{+0.012}_{-0.010}$	$0.348^{+0.024}_{-0.020}$
минимальное χ^2	28.9	28.0

Примечания. В таблице приведены оптимальные параметры профилей металличности (6) и электронной плотности (7) (см. описание процедуры в подразделе 4.2). Радиальный масштаб профиля металличности r_0 рассматривался как фиксированный (см. раздел 3). Диапазоны изменения параметров соответствуют условиям $\Delta\chi^2_Z, \Delta\chi^2 \leq 1$.

χ^2_Z, χ^2 в таблице 3), и при установленных ограничениях (см. раздел 4) согласие двух подходов не достигается. Последнее говорит о том, что в дальнейших изысканиях следует уделить большее внимание способу перевода эквивалентных ширин в соответствующие поверхностные плотности. Здесь мы пользовались расчетами, проделанными в статье Miller & Bregman, 2013: в качестве параметра доплеровского уширения авторы выбирали величину в 150 km s^{-1}, что соответствует характерной скорости звука для водорода в гало. Для достижения большей ясности необходимо точнее изучить механизм уширения линий (лучше всего – переводить эквивалентную ширину в плотность по индивидуальному правилу для каждого отдельно взятого измерения). Кроме того, наряду со спектром поглощения возможно рассмотрение линий излучения, измеренных для «пустых» областей, то есть по тем направлениям, где отсутствуют видимые источники и излучение создается именно окологалактическим газом.

Итоговый профиль электронной плотности является более «пологим» в сравнении с тем, который был получен в работе Miller & Bregman, 2013. На дальних расстояниях первый может быть оценочно охарактеризован как спадающий $\propto r^{-1}$, в то время как последний ведет себя как $\propto r^{-2}$. В результате ожидаемая полная масса газа, находящегося в пределах вириального радиуса, оказывается выше, чем было предсказано ранее. Ее можно оценить в диапазоне $(1.0...2.5) \times 10^{11} M_\odot$ (см. иллюстрацию 4). Это согласуется с предположением о том, что «потерянные барионы» массой в $\sim (1...3) \times 10^{11} M_\odot$ находятся составе газа гало.

Полученные профили металличности на дальних галактоцентрических расстояниях также спадают слабо и в области (50...250) kpc принимают значения $\sim (0.12...0.22)\, Z_\odot$. Следует подчеркнуть, что целью настоящей работы не было исследование металличности как таковой. Мы ставили перед собой задачу показать, что ее зависимость от расстояния важна с точки зрения поиска параметров бета-профиля. В связи с этим суждения, которые мы делаем о химическом составе газа, носят оценочный характер. Введенная нами параметризация профиля (см. раздел 3) также не является безальтернативной: можно было рассмотреть иной гравитационный потенциал в рамках тех же соображений, либо получить необходимую функцию из других рассуждений.

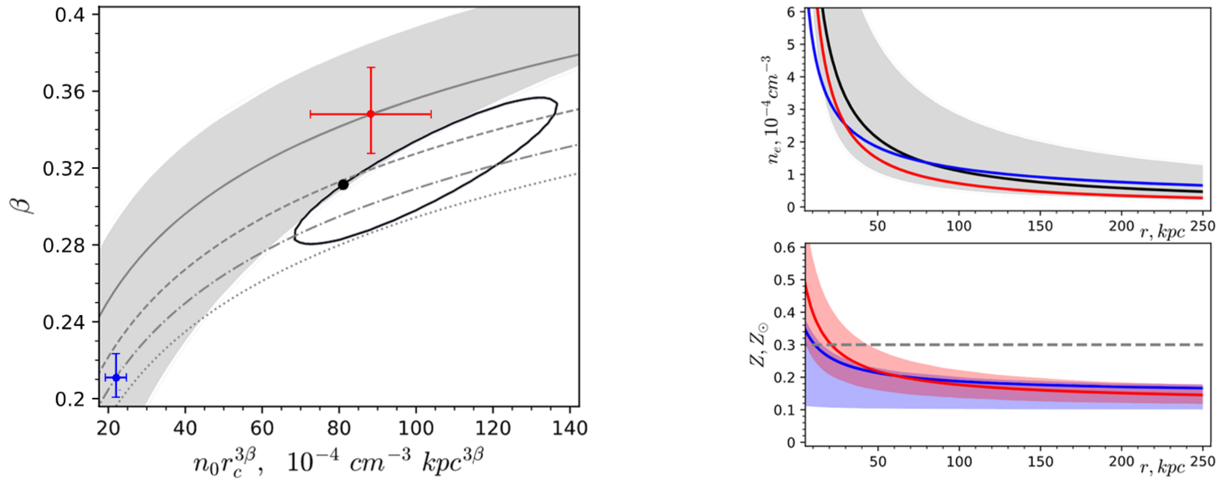

Иллюстрация 4: Результаты обработки данных. Красный цвет обозначает, что результат относится к интерпретации линий спектра как насыщенных, синий цвет – как оптически тонких. **Слева:** параметры бета-профиля. Светло-серым выделена область, определяемая ограничениями из мер дисперсий пульсаров БМО и наблюдений далеких спутников. Черным обозначены результаты метода I (см. подраздел 4.1). Цветом показаны результаты для метода II (см. подраздел 4.2). Серые кривые отвечают массе газа в $\sim 1.0 \times 10^{11} M_\odot$ (сплошная линия), $\sim 1.5 \times 10^{11} M_\odot$ (штриховая линия), $\sim 2.0 \times 10^{11} M_\odot$ (штрихпунктирная линия) и $\sim 2.5 \times 10^{11} M_\odot$ (пунктирная линия).
Справа сверху: профили электронной плотности. Черная кривая и серая область построены по результатам метода I, цветные кривые – по результатам метода II (см. подразделы 4.1 и 4.2).
Справа снизу: профили металличности. Цветные кривые и области построены по оптимальным параметрам и диапазонам их изменения. Серая штриховая линия соответствует приближению, которое принято в работе Miller & Bregman, 2013.

6 Заключение

Итак, мы сопоставили два основных подхода, использующихся для измерения электронной плотности окологалактического газа, и получили оценки параметров бета-профиля.

Для метода I, связанного с движением спутниковых галактик в гало, мы рассмотрели аналитическую модель, которая позволила оценить электронную плотность. Сравнив результаты этой модели с данными компьютерных симуляций, мы убедились в достоверности тех и других, после чего воспользовались последними данными в качестве измерений для поиска параметров. В методе II, который основан на измерении интенсивности спектральных линий, мы отказались от ранее принятого допущения об использовании в расчетах усредненного значения металличности газа. Вместо этого мы ввели профиль металличности, который построили исходя из качественных физических соображениях на основе распределния Больцмана и гравитационного потенциала NFW-профиля. При помощи него мы описали измерения поверхностных плотностей кислорода вдоль 29 лучей зрения, которые были произведены двумя способами: в предположении оптически тонких и насыщенных (с доплеровским уширением, соответствующим 150 km s^{-1}) спектральных линий. Мы установили, что это позволяет согласовать данные двух методов только в интерпретации линий спектра как насыщенных.

Подводя итог двум независимым процедурам обработки данных, поведение бета-профиля мы оцениваем как $\propto r^{-(0.84\ldots1.12)}$, а значение $n_0 r_c^{3\beta}$ – как $(0.68...1.37) \times 10^{-2}$ cm^{-2} kpc$^{3\beta}$. Это отвечает полной массе газа гало в $\sim (1.0...2.5) \times 10^{11} M_\odot$ и свидетельствует в пользу предположения о том, что его вещество содержит недостающую барионную материю. Для металличности мы получили профили, слабо спадающие на дальних ($r > 50$ kpc) галактоцентрических дистанциях. Значение Z на таких расстояниях мы оцениваем в $(0.12...0.22)\, Z_\odot$, что существенно ниже принятого ранее допущения $Z = 0.3\, Z_\odot$.

В данной работе мы предприняли лишь небольшую попытку объединить знания, которые получены об окологалактическом газе при помощи измерений разных типов. К сожалению, мы ограничились рассмотрением малой части доступных на сегодняшний день данных. Так, мы остановились только на одном типе профилей электронной плотности и металличности, использовали данные лишь для семи спутниковых галактик, а для анализа спектральных линий рассмотрели только набор измерений спектра поглощения кислорода. Помимо этого, мы зачастую заменяли тщательный анализ использованием качественных, приблизительных соображения (или ссылались на них): так мы поступили при пересчете эквивалентных ширин линий в поверхностные плотности и при построении профиля металличности. Кроме того, в настоящей работе почти (за исключением единственной оценки) не использовались меры дисперсии пульсаров, которые также несут информацию об электронной плотности. Наконец, стремясь объединить в своем анализе данные разных типов, мы, тем не менее, продолжаем использовать для них раздельные процедуры обработки.

Все вышесказанное побуждает в последующих исследованиях устранить перечисленные недочеты: во-первых, увеличить количество, качество и разнообразие используемых данных, а во-вторых, построить для них единый алгоритм, который бы позволил совместно обрабатывать измерения разных типов.

7 Список использованной литературы

Научные публикации

Anderson M. E., Bregman J. N., 2010 / ApJ, 714, 320
Blitz L., Robishaw T., 2000 / ApJ, 541, 675
Crain R. A., McCarthy G. I., Schaye J., Theuns T. & Frenk C. S., 2013 / arXiv:1304.4730v1
Gatto A., Fraternali F., Read J. I., Marinacci F., Lux H., Walch S., 2013 / MNRAS, 433, 2749
Grcevich J., Putman M. E., 2009 / ApJ, 696, 385
Lin H.-N., Li X., 2019 / arXiv:1906.08419v1
Mateo M., 1998 / Annu. Rev. Astron. Astrophys., 1998.36:435-506
Miller M. J. & Bregman J. N., 2013 / ApJ, 770, 118
Navarro J. F., Frenk C. S. & White S. D. M., 1995 / arXiv:astro-ph/9508025
Salem M., Besla G., Bryan G., Putman M., van der Marel R. P., Tonnesen S., 2015 / ApJ, 815, 77
Singh A., Gulati M. & Bagla J. S., 2019 / arXiv:1909.02744v2
Soifue Y., 2020 / arXiv:2004.11688v3
Troitsky S. V., 2017 / arXiv:1607.05442v2
Tumlinson J., Peeples M. S. & Werk J. K., 2017 / Annu. Rev. Astron. Astrophys. 2017.55:389-432

Учебные материалы

Galactic dynamics / James Binney, Scott Tremaine – 2nd ed.
Numerical recipes in C: the art of scientific computing / William H. Press et al. – 2nd ed.
Общая астрофизика / А. В. Засов, К. А. Постнов – 2-е изд.