

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ СОЛНЕЧНОГО СОСТАВА  
В КОНТЕКСТЕ РАСШИРЕНИЙ  
СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ФИЗИКИ ЧАСТИЦ»**

Выполнил студент  
243м группы  
Соколов Антон Владимирович

---

подпись студента

Научный руководитель:  
д. ф. - м. н. ак. РАН проф.  
Рубаков Валерий Анатольевич

---

подпись научного  
руководителя

Научный консультант:  
д. ф. - м. н. чл. - к. РАН  
Троицкий Сергей Вадимович

---

подпись научного  
консультанта

Допущена к защите

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
подпись зав. кафедрой

Москва  
2019

# Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>1 ПРОБЛЕМА СОЛНЕЧНОГО СОСТАВА</b>	<b>5</b>
1.1 Стандартная солнечная модель .....	5
1.2 Погрешности теоретической модели .....	7
1.3 Проблема солнечного состава .....	10
1.4 Исследования проблемы солнечного состава .....	13
<b>2 НЕДИФФУЗИОННЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ</b>	<b>17</b>
2.1 Постановка задачи .....	17
2.2 Расчёт оптимального профиля мощности светового потока ...	19
<b>3 МОДЕЛЬ ФИЗИКИ ЧАСТИЦ</b>	<b>38</b>
3.1 Частицы WISP в солнечной плазме .....	38
3.2 Миллизаряженные частицы .....	41
3.3 Подогрев солнечной плазмы.....	46
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	<b>53</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>	<b>55</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Физика элементарных частиц – быстро развивающаяся область науки, основу которой составляет Стандартная модель физики частиц. Сейчас, по прошествии почти полувека с момента формулировки Стандартной модели, можно с уверенностью заявить, что эта модель не полна. Прежде всего, об этом свидетельствуют многочисленные эксперименты, обнаружившие явление осцилляций нейтрино. Веские причины для изучения различных расширений Стандартной модели предоставляют также данные астрофизических наблюдений, свидетельствующие о существовании во Вселенной очень слабо взаимодействующих частиц, отличающихся от частиц Стандартной модели. На неполноту Стандартной модели указывают проблемы тонкой настройки параметров, связанные с радиационными поправками к массе бозона Хиггса и с электрическим дипольным моментом нейтрона, а также проблемы, возникающие при попытке создания единой модели с учётом гравитационного взаимодействия и измеренного значения космологической постоянной.

Столь явные указания на необходимость расширения Стандартной модели физики частиц привели к созданию огромного количества теоретических работ, дополняющих эту модель. Тем не менее, в условиях земных экспериментов пока не удалось обнаружить частицы или взаимодействия вне рамок Стандартной модели: масштабы энергии, количества вещества и времени, доступные в лабораториях, зачастую слишком малы для эффективного исследования предлагаемых расширений физики частиц в полном объёме. В случае астрофизических наблюдений доступных масштабов, как правило, более чем достаточно, но возникает другая проблема, а именно отсутствие надёжных знаний о всех условиях производимых наблюдений. Обычно систематические ошибки достаточно велики и не позволяют выделить одну модель новой физики среди других или даже вообще с уверенностью констатировать наличие физики вне Стандартной модели.

В настоящей магистерской диссертации мы решили исследовать проявления физики вне Стандартной модели для объекта, который занимает промежуточное положение между земными лабораториями и далёкими астрофизическими объектами, сочетая в себе преимущества и первых, и вторых. С одной стороны, многие характеристики объекта нашего изучения – Солнца – известны с большой точностью, более того, в ближайшие десятилетия эта точность будет улучшаться за счёт измерения потоков солнечных нейтрино различных типов. С другой стороны, Солнце является объектом астрофизических масштабов, которые позволяют обнаружить проявления физики вне рамок Стандартной модели легче, чем при поиске новой физики в лаборатории.

Важное отличие данной работы от предыдущих исследований, посвящённых возможным проявлениям физики вне Стандартной модели физики частиц на Солнце, состоит в изначальной постановке вопроса: мы принимаем имеющиеся экспериментальные данные за отправную точку и выясняем, каким требованиям должна удовлетворять теория физики частиц, чтобы воспроизводить эти данные. Эта часть исследования имеет самостоятельную ценность и может быть использована далее для построения теорий физики частиц, объясняющих наблюдаемое устройство Солнца. Во второй части исследования мы приводим свой пример подобной теории.

# 1. ПРОБЛЕМА СОЛНЕЧНОГО СОСТАВА

## 1.1 Стандартная солнечная модель

В основе теоретического описания физики Солнца лежит Стандартная солнечная модель. Эта модель описывает временную эволюцию макроскопических и микроскопических солнечных параметров, заданных в каждой точке Солнца, с помощью системы алгебраических и дифференциальных уравнений, включающих в себя уравнения гидростатики, непрерывности, производства и переноса энергии, уравнение состояния для солнечной плазмы, уравнения для термоядерных реакций и уравнения диффузии химических элементов. В модели предполагается, что Солнце – шар фиксированной массы, изначально имевший однородный химический состав. Вращение и магнитные поля Солнца в модели не учитываются. Стандартная солнечная модель имеет несколько априори неизвестных параметров, значения которых определяются с помощью фита: модель должна воспроизводить известные значения массы, светимости, радиуса, возраста и поверхностной металличности Солнца. Определяемые таким образом параметры – это начальный химический состав Солнца и длина смешения – феноменологический параметр, участвующий в теории конвективного энергопереноса. Помимо этих параметров конечными результатами моделирования являются радиальные распределения (далее профили) светового потока, температуры, плотности, давления, массы и концентраций химических элементов внутри Солнца в настоящий момент, а также величины потоков солнечных нейтрино, в зависимости от родительской ядерной реакции. Последней тщательно проработанной Стандартной солнечной моделью является так называемая модель B16 барселонской группы [1].

Во всех солнечных моделях реализуется следующее внутреннее устрой-

ство Солнца. В центре находится ядро, самая плотная и горячая область Солнца, где за счёт термоядерных реакций выделяется мощность, равная солнечной светимости. Световой поток, соответствующий этой мощности, распространяется во внешние слои Солнца за счёт диффузии через так называемую зону лучистого переноса. В некоторый момент градиент температуры падает до адиабатического градиента. Развивается конвективная неустойчивость, и теплообмен с диффузионного сменяется на конвективный. Конвективная зона простирается до самой поверхности Солнца.

Пусть  $P(r)$ ,  $M(r)$ ,  $L(r)$ ,  $T(r)$ ,  $\rho(r)$  – профили давления, массы, светового потока, температуры и плотности внутри Солнца соответственно. Запишем основные макроскопические уравнения Стандартной солнечной модели:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}, \\ \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \\ \frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho (\epsilon + \epsilon_{gr} - \epsilon_\nu), \\ \frac{dT}{dr} = \begin{cases} -\frac{3\kappa\rho L}{16\pi r^2 a T^3}, & \nabla_{rad} < \nabla_{ad} \\ \nabla_{ad} \cdot \frac{T}{P} \frac{dP}{dr}, & \nabla_{rad} \geq \nabla_{ad} \end{cases} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $a = 4\sigma$  – константа, равная четырём константам Стефана-Больцмана  $\sigma$ ;  $\nabla_{ad} = \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}\right)_S$  – адиабатический градиент;  $\nabla_{rad} \equiv \frac{3\kappa LP}{16\pi a GMT^4}$ . Скорость производства/потери энергии и непрозрачность – соответственно величины  $\epsilon_{(gr,\nu)}$  и  $\kappa$  – являются функциями плотности, температуры и химического состава. Функция  $\epsilon$  задаёт выделение энергии в термоядерных реакциях,  $\epsilon_\nu$  – потерю энергии на излучение нейтрино,  $\epsilon_{gr}$  – малую добавку к энерговыведению за счёт гравитационного сжатия, связанного с уменьшением запасов ядерного топлива.

Последнее уравнение системы – уравнение энерготранспорта – имеет вид уравнения Фика в зоне лучистого переноса, где градиент температуры по модулю меньше адиабатического. В зоне конвективного переноса устанавливается адиабатический градиент температуры. Отклонения от адиабатич-

ности существенны лишь у самой поверхности Солнца, где конвективные потоки приобретают сложный характер и не описываются простой одномерной теорией длины смешения. Также нужно отметить, что за исключением внешних слоёв конвективной зоны уравнение состояния солнечной плазмы с большой точностью является уравнением состояния идеального газа:  $P = \frac{\rho T}{\mu m_H}$ , где  $m_H$  – масса протона,  $\mu$  – средний молекулярный вес, равный средней массе частицы в смеси, выраженной в массах атома водорода; константа Больцмана положена равной единице. Химический состав в астрофизике, как правило, параметризуется с помощью массовых долей  $X_j$  химических элементов в смеси:  $X = X_H$  – доля водорода,  $Y = X_{He}$  – доля гелия,  $Z$  – доля металлов, при этом металлами называют все элементы, тяжелее гелия. Пользуясь определением среднего молекулярного веса, несложно выразить его через массовые доли в предположении, что газ полностью ионизован:

$$\mu = \frac{\sum_j n_j A_j}{\sum_j n_j (1 + Z_j)} = \left[ \sum_j \frac{X_j}{A_j} (1 + Z_j) \right]^{-1} \simeq \left[ 2X + \frac{3Y}{4} + \frac{Z}{2} \right]^{-1}, \quad (1.2)$$

где  $A_j$  и  $Z_j$  – соответствующие  $j$ -ому элементу атомная масса и заряд; для металлов мы воспользовались приближённым соотношением  $(1 + Z_j)/A_j \simeq 1/2$ . Приближение полностью ионизованного газа хорошо описывает плазму зоны лучистого переноса Солнца.

## 1.2 Погрешности теоретической модели

При построении Стандартной солнечной модели самым сложным элементом оказывается правильный учёт процессов, связанных с микрофизикой: необходимо с хорошей точностью вычислить астрофизические S-факторы различных ядерных реакций, входящих в pp и CNO циклы, а также найти функцию непрозрачности солнечной плазмы. Вычисление S-факторов является задачей ядерной физики, которая не имеет точного аналитического

решения в рассматриваемом диапазоне энергий – мы имеем дело с режимом сильной связи КХД. Более того, при этих энергиях для каждой пары ядер реакция настолько маловероятна, что её нельзя изучить экспериментально в земных условиях. Тем не менее, эти трудности были преодолены с помощью эффективных теорий сильного взаимодействия вкупе с экстраполяцией имеющихся экспериментальных данных при высоких энергиях [2, 3, 4, 5]. В результате погрешность вычисления S-факторов на данный момент достаточно мала, так что её наличие не даёт существенного вклада в погрешность теоретического определения профилей термодинамических характеристик Солнца, а значит и измеряемых гелиосейсмологически величин (см. [1]). При этом неточность в определении S-факторов всё ещё оказывает существенное влияние на ошибки предсказываемых потоков солнечных нейтрино.

Другим важным источником погрешностей при моделировании Солнца на данный момент является функция непрозрачности солнечной плазмы. Для вычисления непрозрачности необходим учёт огромного количества возможных переходов между различными энергетическими уровнями атома, при этом существенный вклад дают как лёгкие химические элементы, так и тяжёлые, несмотря на малую концентрацию последних в солнечной плазме. Точные расчёты непрозрачности производятся с помощью мощнейших суперкомпьютеров. Такие вычисления были проведены в последние 20 лет независимо несколькими группами: OP [6], OPLIB [7], OPAL [8]. Полученные непрозрачности согласуются друг с другом с точностью в несколько процентов. Помимо этого, недавно было осуществлено экспериментальное измерение непрозрачности железа при температуре, соответствующей той части зоны лучистого переноса Солнца, где градиент температуры уже достаточно близок к адиабатическому [9]. При таких температурах железная компонента даёт вклад, равный около четверти от всей непрозрачности. Экспериментальное значение непрозрачности железа оказалось на  $7\% \pm 4\%$  выше предсказываемых теоретически результатов, поэтому современные Стандартные



солнечные модели, в частности В16, принимают возможные ошибки функции непрозрачности равными 7%.

Кроме температуры и плотности, аргументами функции непрозрачности являются концентрации тяжёлых элементов в плазме Солнца. Функция непрозрачности очень чувствительна к составу плазмы, поэтому ошибки в определении концентраций тяжёлых элементов неизбежно приводят к ошибкам в определении непрозрачности. Суммарная входная погрешность непрозрачности равна сумме погрешности, связанной с определением функции непрозрачности, и погрешности, связанной с неточным знанием химического состава.

Погрешности непрозрачностей – это входные данные Стандартной солнечной модели, которые оказывают основное влияние на погрешности получающихся в результате моделирования профилей термодинамических величин. Этому можно дать простое объяснение: именно непрозрачность определяет термическую стратификацию звезды. Есть и менее тривиальный факт, который заключается в том, что непрозрачность оказывает основное влияние на другой важный выходной параметр Стандартных солнечных моделей – содержание гелия на поверхности Солнца. Покажем это с помощью простых соображений, используя уравнения 1.1. Воспользовавшись уравнением состояния и уравнением гидростатического равновесия, получим:

$$T \sim \frac{\mu P}{\rho} \sim \frac{\mu GM}{R}. \quad (1.3)$$

Теперь подставим получившееся выражение для температуры и уравнение непрерывности  $\rho \sim M/R^3$  в уравнение Фика:

$$L \sim \frac{R^2}{\kappa \rho} \left( \frac{T^4}{R} \right) \sim \frac{\mu^4 M^3}{\kappa}. \quad (1.4)$$

Наконец, воспользуемся тем, что  $X + Y + Z = 1$ ,  $Z \ll X, Y$ , а также выражением для среднего молекулярного веса 1.2:

$$\mu = \frac{1}{2 - 5/4 Y - 3/2 Z} \simeq \frac{4}{8 - 5Y} \implies \frac{M^3}{L} \sim \kappa (8 - 5Y)^4. \quad (1.5)$$

Полные солнечные масса и светимость имеют известные фиксированные значения, поэтому изменение непрозрачности в модели должно компенсироваться изменением содержания гелия на Солнце. Для этого в модели нужно изменить параметр начального содержания гелия, который определяет количество гелия на поверхности современного Солнца.

Итак, теоретические погрешности термодинамических характеристик Солнца, а также параметра содержания гелия на поверхности Солнца определяются главным образом ошибкой в используемых непрозрачностях, связанной как с незнанием точного вида функции непрозрачности, так и с возможными ошибками в определении металличности Солнца.

### 1.3 Проблема солнечного состава

За последние 20 лет в физике Солнца было достигнуто немало значимых результатов, которые существенно повлияли на её развитие. Прежде всего, следует отметить результаты эксперимента SNO [10], поставившие точку в длившихся десятилетия исследованиях проблемы дефицита солнечных нейтрино. Открытие осцилляций нейтрино стало первым и пока единственным прямым доказательством существования физики за пределами Стандартной модели. Показательно, что первые свидетельства осцилляций нейтрино удалось получить именно при изучении Солнца. Это является прекрасным подтверждением нашей мысли об исключительной роли Солнца в физике частиц, высказанной во введении к данной магистерской диссертации. Для физики Солнца открытие осцилляций нейтрино означало триумф Стандартной солнечной модели, однако этот триумф длился недолго.

Одним из важнейших входных параметров Стандартной солнечной модели является доля металлов по отношению к водороду на поверхности Солнца:  $(Z/X)_{\odot}$ . Содержание металлов на поверхности Солнца определяется различными способами, такими как анализ линий спектра фотосферы Солнца и солнечной короны, химический анализ метеоритов типа C1-

хондриты, сохранивших в себе первичную смесь тугоплавких металлов Солнечной системы, а также с помощью теоретических моделей нуклеосинтеза с использованием хорошо известных из эксперимента сечений нейтронного захвата. Каждый метод хорош лишь для ограниченного числа элементов. С помощью анализа метеоритов удаётся с высокой точностью определить относительные доли тугоплавких металлов [11]. Чтобы связать их с содержанием других элементов на Солнце, используется независимое определение содержания Si как с помощью метеоритов, так и с помощью анализа спектральных линий. Таким образом, доли тугоплавких металлов по отношению к водороду на Солнце в итоге зависят от спектроскопического определения линий Si в фотосфере. Содержание лёгких элементов Li, B, Be, C, N, O определяется непосредственно с помощью спектроскопии фотосферы и короны.

Для точного расчёта содержания некоторого химического элемента в фотосфере Солнца по её спектру необходимо иметь хорошую модель солнечной атмосферы. Ещё в самом конце XX века анализ солнечного спектра был основан на одномерных гидростатических моделях атмосферы, предполагающих наличие термодинамического равновесия. Соответствующий состав поверхности Солнца, обычно называемый GS98 [12], уже через 10 лет был существенно пересмотрен благодаря созданию реалистичных трёхмерных моделей атмосферы с учётом неравновесных процессов. Новый химический состав получил название AGSS09 [13]. Он отличается от предыдущего существенным уменьшением металличности поверхности Солнца. Физические причины уменьшения металличности при рассмотрении неравновесной трёхмерной атмосферы были хорошо поняты [14]. В предыдущих исследованиях была обнаружена ошибка при идентификации важной линии кислорода, которая приводила к завышенному содержанию этого элемента. Новые модели атмосферы позволили согласовать содержания элементов C, N, O, определённые отдельно по атомарным и молекулярным линиям.

Несмотря на все описанные преимущества нового химического состава

AGSS09 перед старым составом GS98, присущая новому составу металличность оказалась губительной для Стандартной солнечной модели. Здесь нам стоит ненадолго отвлечься от обсуждения химического состава солнечной поверхности и обратить внимание на другую область физики Солнца, претерпевшую значительное развитие в XXI веке, – гелиосейсмологию.

Солнце и другие звёзды осциллируют с частотами, задаваемыми нормальными модами их колебаний. Эти осцилляции вызваны движениями вещества в конвективной зоне и имеют очень малые амплитуды, благодаря чему могут быть описаны в теории линейных адиабатических колебаний. Адиабатичность нарушается в приповерхностном слое Солнца, однако ошибки, связанные с неадиабатичностью, как правило, могут быть исключены при анализе. Волны, соответствующие колебаниям различных мод, могут проникать глубоко в недра Солнца, позволяя по частотам колебаний поверхности Солнца с высокой точностью определить его внутренние характеристики. Для точного измерения частот колебаний Солнца понадобилась сеть телескопов, в частности важные данные по внутреннему устройству Солнца были получены с помощью сети BiSON [15] и прибора MDI [16] на борту космической обсерватории SoHO [17], при этом наблюдения с помощью различных телескопов продолжаются. Получаемые спектры колебаний подвергаются процедуре гелиосейсмологической инверсии, заключающейся в Фурье-преобразовании спектров с использованием линеаризации солнечных профилей вблизи теоретических значений Стандартной солнечной модели. Для нашего анализа мы будем использовать результаты обработки наблюдений сети BiSON [18], которые дают наиболее точные оценки параметров внутренней структуры Солнца на настоящий момент.

Гелиосейсмология позволила определить такие характеристики Солнца, как профили скорости звука и плотности, радиус перехода к конвективной зоне и содержание гелия на поверхности, с точностью на уровне тысячных долей и лучше. Точность теоретического предсказания этих парамет-

ров в рамках Стандартной солнечной модели V16 немного ниже, однако также имеет порядок тысячных долей. Это позволяет провести эффективное сравнение. Оказывается, что данные гелиосейсмологии не согласуются со Стандартной солнечной моделью, при этом статистическая значимость отклонения равна  $4.7\sigma$  [1]. Отклонение можно сильно уменьшить, если вместо нового химического состава AGSS09 взять старый состав GS98, – тогда статистическая значимость аномалии уменьшается до  $2.7\sigma$ . Так как полученная аномалия сильно зависит от принимаемого состава поверхности Солнца, связанная с ней брешь в Стандартной солнечной модели была названа проблемой солнечного состава. Основным источником аномалии является рассогласованность модельного и гелиосейсмологического профилей скорости звука в зоне лучистого переноса, однако несоответствия меньшей значимости наблюдаются и для других параметров, таких как глубина конвективной зоны и содержание гелия на поверхности.

Проблема солнечного состава затрагивает не только физику Солнца, но и всю астрофизику в общем. Действительно, так как методы и теории, применяемые для описания Солнца, носят достаточно общий характер и применяются для описания всех других звёзд, брешь в Стандартной солнечной модели грозит неправильной интерпретацией наблюдательных данных, полученных от других звёзд и звёздных популяций.

## 1.4 Исследования проблемы солнечного состава

За время существования проблемы солнечного состава было исследовано немалое количество гипотетических вариантов её решения, однако ни один из них не смог примирить модели, имеющие низкую металличность, с гелиосейсмологией, будучи при этом физически обоснованным и внутренне непротиворечивым. Первый вариант решения, который стоит упомянуть, – это увеличение функции непрозрачности в зоне лучистого переноса Солнца. Как объяснялось в разделе 1.2, изменение непрозрачности сильно влия-

ет на теоретическое значение параметров, известных из гелиосейсмологии. Малая металличность в модели с составом AGSS09 приводит к соответствующему малому значению непрозрачности. Понятно, что раз модель с высокой металличностью GS98 находится в согласии с гелиосейсмологией, решить проблему солнечного состава можно увеличив значение функции непрозрачности. Действительно, изменение непрозрачности складывается из части, связанной с изменением металличности, и части, связанной с изменением функции непрозрачности, поэтому компенсировать уменьшение металличности в модели можно с помощью увеличения функции непрозрачности. Пользуясь средствами существующих Стандартных солнечных моделей, несложно численно определить, какой профиль непрозрачности соответствует известным из гелиосейсмологии значениям солнечных параметров [19, 20, 21]. Оказывается, что для воспроизведения такого профиля непрозрачности в моделях с химическим составом AGSS09 требуется увеличение функции непрозрачности на величину вплоть до 20-30%. Как обсуждалось в разделе 1.2, теоретические перепроверки вычисления непрозрачностей и имеющееся экспериментальное измерение свидетельствуют о гораздо меньших ошибках в расчётах функции непрозрачности, не превышающих 7%. Таким образом, хотя увеличение непрозрачности было бы простым решением проблемы солнечного состава, имеющиеся данные пока не позволяют рассматривать его всерьёз.

Другое направление исследований проблемы солнечного состава касается изучения влияния величины скорости гравитационного осаждения металлов в солнечных моделях на гелиосейсмологические характеристики. Можно предположить, что если допустимо некоторое увеличение параметра скорости гравитационного осаждения металлов в солнечных моделях, малая металличность поверхности Солнца будет объясняться тем, что металлы достаточно быстро покидают поверхность, при этом металличность внутри Солнца будет соответствовать моделям с высокой металличностью. Бы-

ло выяснено, что требуемое изменение скорости гравитационного осаждения металлов достаточно велико, чтобы ему можно было найти физическое объяснение в рамках существующих теорий, а также что такой сценарий соответствует лишь частичному решению проблемы солнечного состава, то есть хорошо восстанавливаются не все гелиосейсмологические параметры [22, 23]. Хотя недавно было показано, что если в такой модели учесть к тому же солнечное вращение, проблему солнечного состава всё же можно решить полностью [24], физическое обоснование главного ингредиента решения – увеличения скорости осаждения металлов – отсутствует. В итоге данное решение имеет тот же статус, что и предлагаемое решение с непрозрачностью.

Множество других исследований, посвящённых проблеме солнечного состава, такие как исследование роли аккреции вещества на Солнце [25], учёт возможности увеличенного содержания Ne в Солнце [26], попытки построения общих нестандартных солнечных моделей [27] и другие, также не смогли значительно улучшить согласие теории с наблюдаемыми значениями гелиосейсмологических параметров. Неспособность обычной физики разрешить проблему дала толчок к исследованиям проблемы солнечного состава в контексте физики за пределами Стандартной модели физики частиц.

За время существования проблемы солнечного состава было несколько попыток её решения с помощью введения гипотетических новых частиц и взаимодействий. В частности, было рассмотрено влияние гипотетических новых лёгких частиц (аксионов, аксионоподобных частиц, хамелеонов или парафотонов) на формирование спектров поглощения в фотосфере: авторы исследования предположили, что спектроскопические данные по элементному составу могут быть неверны из-за искажения спектра в присутствии вышеупомянутых частиц [28]. В другой работе было рассмотрено влияние классического хамелеонного поля, присутствие которого проявлялось бы в эффективном изменении закона гравитации, а значит и гравитационной

постоянной, внутри Солнца: авторы исследовали, как при этом изменятся Стандартная солнечная модель и наблюдаемые характеристики солнечной плазмы [29]. Последствия изменения физических констант также были изучены нами ранее в работе [30]. В ещё одном исследовании, которое пыталось примирить данные спектроскопии и гелиосейсмологии с теоретическим описанием Солнца с помощью новых гипотетических частиц, рассматривались гипотетические частицы тёмной материи с зависящим от скорости или импульса сечением взаимодействия [31, 32]. Присутствие этих частиц сместило бы энергетический баланс на Солнце, что, как показали авторы, гипотетически могло бы решить проблему солнечного состава. Однако требуемые для этого дипольные моменты частиц тёмной материи с большим запасом исключены различными экспериментами по поиску тёмной материи. Более того, требуемые массы частиц тёмной материи достаточно малы и лежат в области, где становится существенным эффект испарения тёмной материи из Солнца, не учтённый авторами. Наличие гипотетических микроскопических чёрных дыр также не способно заметно повлиять на физические процессы внутри Солнца: строгие ограничения, полученные нами при рассмотрении взаимодействия таких микроскопических чёрных дыр с белыми карликами и нейтронными звёздами [33], запрещают решение проблемы солнечного состава в рамках теорий с дополнительными некомпактными пространственными измерениями. Таким образом, проблема солнечного состава остаётся до сих пор не решённой даже в контексте физики за пределами Стандартной модели физики частиц.



## 2. НЕДИФФУЗИОННЫЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ

### 2.1 Постановка задачи

Одно из самых простых предлагаемых решений проблемы солнечного состава заключается в увеличении непрозрачности в зоне лучистого переноса Солнца, хотя неизвестен физический механизм, который мог бы привести к такому увеличению. Увеличение непрозрачности помогает восстановить согласие модели с гелиосейсмологией, при этом с точки зрения физики Солнца оно приводит к изменению термической стратификации звезды за счёт изменения параметров теплообмена. Можно обобщить данный подход к решению проблемы солнечного состава и задаться вопросом, какое изменение теплообмена необходимо для решения проблемы.

В частном случае диффузионного теплообмена ответ уже известен: как обсуждалось в разделе 1.4, необходимо определённое изменение непрозрачности в зоне лучистого переноса, рассчитанное в работе [21]. При этом если интересоваться только одним из гелиосейсмологических параметров, а именно профилем скорости звука, который согласуется со Стандартной солнечной моделью гораздо хуже всех других, то требование на изменение непрозрачности можно ослабить [19]. Глобальное перемасштабирование непрозрачности не влияет на профиль скорости звука на Солнце<sup>1</sup>, поэтому с точки зрения профиля скорости звука увеличение непрозрачности в зоне лучистого переноса эквивалентно её уменьшению в ядре Солнца. Уменьшения непрозрачности в ядре Солнца можно достичь с помощью дополнительного диффузионного теплообмена. Этим пользуются авторы исследований

---

<sup>1</sup>Это несложно показать с помощью теоремы о вириале – полная внутренняя энергия звезды связана через коэффициент с полной гравитационной:  $\int dm Gm/r = 2 \cdot 3/2 \int PdV = 3 \int dm P/\rho \propto \int dm c_s^2$ . Радиус Солнца – фиксированная величина в Стандартной солнечной модели, поэтому при глобальном перемасштабировании непрозрачности левая часть остаётся неизменной. Тогда и скорость звука  $c_s$  не меняется. Приведённый аргумент был также проверен численно в работе [19].

[31, 32], пытаясь восстановить наблюдаемый профиль скорости звука с помощью добавления в солнечное ядро подходящей тёмной материи. При этом, как ясно из соотношения 1.5, при уменьшении непрозрачности ядра уменьшается содержание гелия на поверхности. В Стандартной солнечной модели значение этого параметра и так занижено по сравнению с гелиосейсмологическим значением [1]. Таким образом, дополнительный диффузионный теплообмен в ядре может выступать лишь в качестве частичного решения проблемы солнечного состава. Тем не менее, статистически это частичное решение не столь плохо даже при учёте всех гелиосейсмологических параметров: статистический анализ, проведённый в работе [32], посвящённый теплопереносу с помощью тёмной материи, показал, что некоторые исследованные модели могли бы воспроизвести все полученные в гелиосейсмологии значения параметров с вероятностью в несколько процентов. Это означает, что требуемое для решения проблемы солнечного состава увеличение непрозрачности, вычисленное в работе [21], может быть дополнено небольшим глобальным перемасштабированием непрозрачности. При достаточно малом перемасштабировании согласие модели с гелиосейсмологией останется достаточно хорошим.

Рассмотрим теперь общий недиффузионный энергоперенос, который, насколько нам известно, ранее в контексте физики Солнца не рассматривался. Под недиффузионным теплообменом мы будем понимать аналог излучательного энергопереноса, так как наличие конвективного теплообмена в зоне лучистого переноса и ядре Солнца, очевидно, противоречило бы данным гелиосейсмологии. Излучательный теплообмен может быть осуществлён путём излучения некоторых частиц в одном месте Солнца, их распространения на достаточно большое расстояние в солнечной плазме и их взаимодействия с окружающим веществом в другом месте Солнца. Примеры таких частиц будут рассмотрены во второй части данной магистерской диссертации.

В рамках солнечных уравнений излучательный теплообмен может быть

параметризован в виде потери энергии в одном месте Солнца и её выделении в другом. Появятся дополнительные слагаемые в правой части уравнения производства/потери энергии, входящего в систему солнечных уравнений 1.1. В этом уравнении уже есть слагаемое, отвечающее за излучение слабо взаимодействующих с веществом частиц – нейтрино. Влияние на солнечную физику гипотетического излучения ( $\epsilon_i < 0$ ) из ядра Солнца других частиц, фактически не взаимодействующих с Солнцем, было исследовано во многих работах, например [34, 35, 36, 37]. Для нашего общего случая мы позволим слагаемым  $\epsilon_i$  иметь любой знак и выясним, какой профиль энерговыделения  $\epsilon$  следует из совместных данных гелиосейсмологии, современного определения химического состава, а также современных теоретических оценок непрозрачности. Для этого мы рассчитаем требуемый профиль мощности светового потока, который, как мы покажем в следующем разделе, тесно связан с требуемым профилем энерговыделения и при этом является более удобным для теоретических оценок.

## 2.2 Расчёт оптимального профиля мощности светового потока

Для определения оптимального профиля энерговыделения воспользуемся основными солнечными уравнениями 1.1 и перейдём от независимой переменной радиуса к независимой переменной массовой координаты. Переход к массовой координате обусловлен соображениями удобства, так как при сжатиях и разрежениях солнечной плазмы массовые доли химических элементов как функции массовой координаты не претерпевают изменений. Соответственно, зависимость среднего молекулярного веса от массовой координаты  $\mu(t)$  также остаётся неизменной, где мы ввели нормированную массовую координату  $t \equiv M/M_\odot$ . Полная масса Солнца фиксирована, поэтому нормированная массовая координата будет всегда лежать на отрезке

$[0, 1]$ . Для удобства обезразмерим и другие входящие в уравнения 1.1 величины. Обозначим  $\tilde{r} \equiv r/R_\odot$ ,  $\tilde{\rho} \equiv \rho/\rho_0$ ,  $\tilde{p} \equiv P/P_0$ ,  $\tilde{l} \equiv L/L_\odot$ ,  $\tilde{t} \equiv T/T_0$ ,  $\tilde{\kappa} \equiv \kappa/\kappa_0$ ,  $\tilde{\epsilon} \equiv \epsilon/\epsilon_0$ , где

$$\rho_0 \equiv \frac{M_\odot}{\frac{4}{3}\pi R_\odot^3}, \quad P_0 \equiv \frac{2}{3}\pi R_\odot^2 G \rho_0^2, \quad T_0 \equiv \frac{GM_\odot m_H}{R_\odot}, \quad \kappa_0 \equiv \frac{\text{см}^2}{\text{г}}, \quad \epsilon_0 \equiv \frac{\text{эрг}}{\text{г} \cdot \text{с}}.$$

Напоминаем, что константа Больцмана положена равной единице. Далее мы будем опускать тильды, полагая все величины по умолчанию обезразмеренными. Для записи системы уравнений 1.1 в терминах массовой координаты разделим все уравнения системы на второе, а также выразим производную радиальной координаты по массовой с помощью правила о производной обратной функции из второго уравнения. В итоге основные солнечные уравнения принимают следующий вид:

- уравнение гидростатического равновесия:

$$p' = -\frac{2m}{3r^4}, \quad (2.1)$$

- уравнение непрерывности:

$$r' = \frac{1}{3\rho r^2}, \quad (2.2)$$

- уравнение производства/потерь энергии:

$$l' = \xi_1 \cdot \left( \epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu + \sum_i \epsilon_i \right), \quad (2.3)$$

- уравнение Фика:

$$t' = -\xi_2 \cdot \frac{\kappa l}{r^4 t^3}, \quad (2.4)$$

- уравнение состояния:

$$p = 2 \cdot \frac{\rho t}{\mu}, \quad (2.5)$$

где численные коэффициенты  $\xi_1$  и  $\xi_2$  определяются следующим образом:

$$\xi_1 \equiv \epsilon_0 \cdot \frac{M_\odot}{L_\odot} \approx 0.52, \quad \xi_2 \equiv \frac{3}{64\pi^2 a} \cdot \frac{\kappa_0 L_\odot M_\odot}{(GM_\odot m_H)^4} \approx 2.4 \cdot 10^{-5}. \quad (2.6)$$

Мы пренебрегли энерговыделением  $\epsilon_{gr}$ , связанным с гравитационной перестройкой звезды, так как Солнце в данный момент не испытывает сильных перестроений своей структуры, зато добавили слагаемые  $\epsilon_i$ , связанные с дополнительным недиффузионным энергопереносом.

Рассмотрим теперь уравнение производства/потерь энергии 2.3 и выразим из него мощность светового потока:

$$l(m) = \xi_1 \int_0^m \left( \epsilon_{nuc}(\bar{m}) - \epsilon_\nu(\bar{m}) + \sum_i \epsilon_i(\bar{m}) \right) d\bar{m}. \quad (2.7)$$

Заметим, что в центре звезды световой поток равен нулю  $l(0) = 0$ , о чём говорят также соображения симметрии. На поверхности Солнца должно выполняться соотношение  $l(1) = 1$ , так как мощность светового потока на поверхности равна хорошо известному значению солнечной светимости. В Стандартных солнечных моделях отсутствует слагаемое  $\sum_i \epsilon_i$  под интегралом в уравнении 2.7, поэтому граничное условие на поверхности Солнца можно записать следующим образом:

$$\xi_1 \int_0^1 [\epsilon_{nuc}(m) - \epsilon_\nu(m)]_{\text{ССМ}} dm = 1, \quad (2.8)$$

где индекс ССМ у функции означает, что она вычислена в Стандартной солнечной модели. Подинтегральное выражение определяется скоростью термоядерных реакций на Солнце. В случае если  $\int_0^1 dm \sum_i \epsilon_i \neq 0$ , граничное условие на поверхности потребует изменения скорости этих реакций:  $\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu \neq (\epsilon_{nuc} - \epsilon_\nu)_{\text{ССМ}}$ . Запишем общее изменение профиля энерговыделения в следующем виде:

$$\sum_i \epsilon_i = \sum_i \tilde{\epsilon}_i + \bar{\epsilon}, \quad \bar{\epsilon} \equiv \int_0^1 dm \sum_i \epsilon_i. \quad (2.9)$$

Тогда  $\int_0^1 dm \sum_i \tilde{\epsilon}_i = 0$ : мы выделили часть, относящуюся собственно к недиффузионному теплообмену. Величина  $\bar{\epsilon}$  определяет суммарную мощ-

ность, выделяемую в Солнце неизвестными источниками энергии либо теряемую Солнцем через неизвестные стоки энергии. К значению  $\bar{\epsilon}$  чувствительны такие параметры солнечной модели, как величины потоков солнечных нейтрино, так как мощность солнечного термоядерного реактора должна измениться на  $\bar{\epsilon}$ . В свою очередь, функция  $\sum_i \tilde{\epsilon}_i(m)$  определяет изменение профиля мощности светового потока  $l(m)$ , не затрагивая скорости ядерных реакций. Для определения необходимого дополнительного теплообмена  $\sum_i \tilde{\epsilon}_i(m)$  найдём изменение  $l(m)$  по сравнению со Стандартной солнечной моделью, требуемое для решения проблемы солнечного состава.

Рассмотрим две солнечные модели – Стандартную солнечную модель и модель с дополнительным энерговыделением  $\sum_i \tilde{\epsilon}_i(m)$ , решающим проблему солнечного состава. Все величины во второй будем выделять тильдой, в первой будем опускать индексы. Введём обозначение  $\delta x \equiv \tilde{x} - x$  для изменения некоторой величины  $x$  по сравнению со Стандартной солнечной моделью. Заметим, что для конечного изменения произведения двух величин  $a \cdot b \propto c$  можно записать:

$$\delta(a \cdot b) = \tilde{a} \cdot \tilde{b} - a \cdot b = \delta a \cdot b + a \cdot \delta b + \delta a \cdot \delta b \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta c}{c} = \frac{\delta a}{a} + \frac{\delta b}{b} + \frac{\delta a}{a} \cdot \frac{\delta b}{b}$$

независимо от коэффициента пропорциональности. Последнее выражение, очевидно, имеет смысл лишь при  $a, b \neq 0$ . В случае если относительное изменение  $a$  или  $b$  мало по сравнению с единицей, последним слагаемым можно пренебречь. В общем случае произведения нескольких величин существенный вклад в перекрёстные слагаемые будут давать лишь произведения сравнимых с единицей относительных изменений. Аналогично для конечного изменения частного величин  $a/b \propto g$  справедливо тождество:

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\delta a}{a} - \frac{\delta b}{b} \cdot \frac{1}{1 + \delta b/b} - \frac{\delta a}{a} \cdot \frac{\delta b/b}{1 + \delta b/b}$$

Для того чтобы найти требуемое изменение профиля мощности светового потока  $l(m)$ , воспользуемся уравнением Фика 2.4 и выразим радиальную

координату через производную давления с помощью уравнения гидростатического баланса 2.1. В итоге получим соотношение, которое выполняется в каждой точке  $m$ :

$$l \propto \frac{m t^3 t'}{\kappa p'}. \quad (2.10)$$

Непрозрачность является функцией плотности, температуры и металличности. Металличность в рассматриваемых моделях фиксирована химическим составом AGSS09. Зависимость от плотности и температуры в каждой точке  $m$  может быть описана с помощью двух коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ :  $\kappa \propto \rho^\alpha t^{-\beta}$ . Например, в случае закона Крамерса, который нарушается на Солнце за счёт вклада в непрозрачность процессов перехода электронов с одного связанного уровня в атоме на другой, эти коэффициенты принимают известные значения  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 7/2$ . Для наших расчётов мы используем таблицы непрозрачностей OPAL [8] вместе с интерполяционными кодами [38]. Мы находим функцию непрозрачности для плазмы с химическим составом AGSS09 и содержанием гелия, определяемым профилем содержания гелия в Стандартной солнечной модели B16 [1]. Расчёт коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  при фиксированном профиле содержания гелия оправдан тем, что они слабо зависят от содержания гелия, которое к тому же меняется в рассматриваемых моделях лишь на малую величину, как мы увидим далее. Вычисление функции непрозрачности производится в 196 точках от  $m = 0.005$  до  $m = 0.980$  – на всём протяжении зоны лучистого переноса. После интерполяции мы имеем в каждой точке функцию  $o = \lg \kappa(v, w)$ , где  $v = \lg T$ ,  $w = \lg \rho / T_6^3$ ,  $T_6 \equiv T / 10^6 \text{K}$ . Тогда коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  вычисляются следующим образом:

$$\alpha = \frac{\partial \lg \kappa}{\partial \lg \rho} = \frac{\partial o}{\partial w}, \quad \beta = -\frac{\partial \lg \kappa}{\partial \lg T} = 3 \cdot \frac{\partial o}{\partial w} - \frac{\partial o}{\partial v}. \quad (2.11)$$

Значения коэффициентов как функций массовой координаты приведены на графиках 1 и 2. Производные функции  $o(v, w)$  были вычислены в каждой точке при температуре и плотности, соответствующих Стандартной сол-

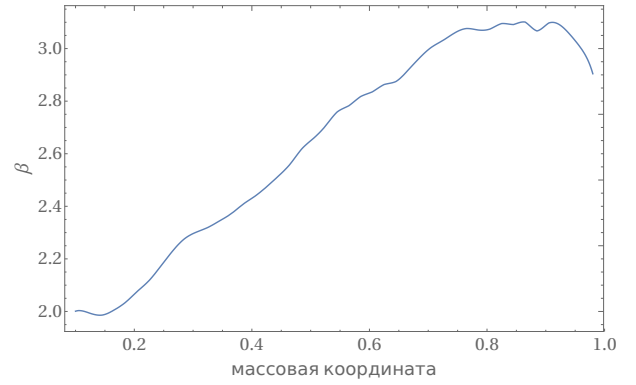
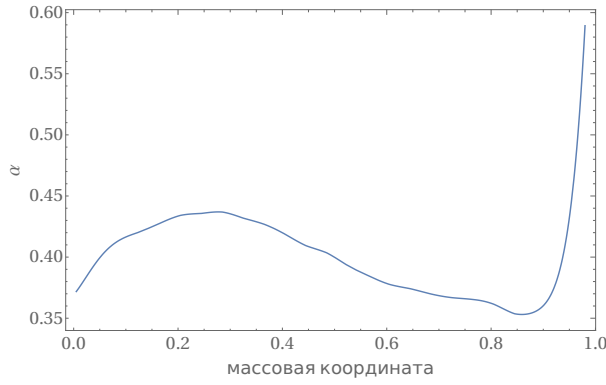


Рисунок 1 – Коэффициент непрозрачности  $\alpha$  в зависимости от массовой координаты      Рисунок 2 – Коэффициент непрозрачности  $\beta$  в зависимости от массовой координаты

нечной модели V16. Изменения температуры и плотности при переходе к модели, решающей проблему солнечного состава, малы, что оправдывает использование полученных коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  при расчёте требуемого изменения мощности светового потока. Проиллюстрируем эту малость с помощью имеющихся гелиосейсмологических данных [18] о профилях скорости звука, плотности, а также о содержании гелия на поверхности Солнца. Действительно, требуемые гелиосейсмологией изменения скорости звука и плотности по сравнению со Стандартной солнечной моделью V16 не превышают величины в несколько процентов, как видно из графиков 3 и 4 (для наглядности на графиках представлена зависимость от радиальной координаты). Температура связана со скоростью звука через соотношение  $c_s^2 \propto p/\rho \propto t/\mu$ , поэтому, учитывая малость изменения скорости звука, можно записать:

$$\frac{\delta t}{t} = 2 \frac{\delta c_s}{c_s} + \frac{\delta \mu}{\mu}. \quad (2.12)$$

Согласно формуле 1.5 средний молекулярный вес определяется содержанием гелия на Солнце. Используя значение содержания гелия на поверхности Солнца в Стандартной солнечной модели  $Y = 0.23$  против гелиосейсмологического значения  $\tilde{Y} = 0.25$ , несложно вычислить величину относительного изменения среднего молекулярного веса:  $\delta\mu/\mu \approx 0.01$ . Это вычисление относится к поверхности Солнца, однако в центре Солнца значительное



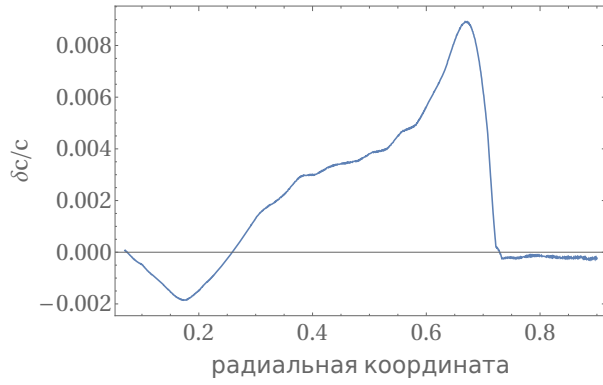


Рисунок 3 – Относительное изменение скорости звука, требуемое для согласования Стандартной солнечной модели V16 с данными гелиосейсмологии, как функция радиальной координаты; химический состав поверхности AGSS09

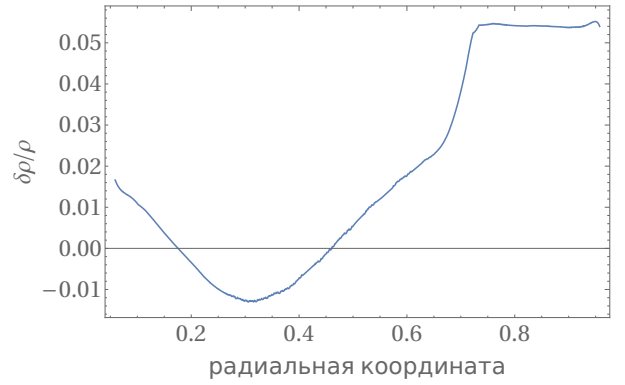


Рисунок 4 – Относительное изменение плотности, требуемое для согласования Стандартной солнечной модели V16 с данными гелиосейсмологии, как функция радиальной координаты; химический состав поверхности AGSS09

изменение содержания гелия привело бы к сильному изменению скорости термоядерных реакций, что возможно только при  $\bar{\epsilon} \neq 0$ . Этот сценарий ограничен данными по потокам борных солнечных нейтрино. В частности, из результатов исследования [35] следует, что  $|\bar{\epsilon}| < 0.1$ . Количество гелия, произведённого в термоядерных реакциях в центре Солнца, в Стандартной солнечной модели даётся выражением  $Y_{\text{яд}} = 0.34$ . Эта величина пропорциональна скорости термоядерных реакций, поэтому поправку к ней несложно вычислить:  $\delta Y_{\text{яд}} = Y_{\text{яд}} \cdot |\bar{\epsilon}| < 0.04$ . Принимая во внимание полное содержание гелия в центре Солнца в Стандартной солнечной модели  $Y_c = 0.62$ , оценим относительное изменение среднего молекулярного веса, связанное с изменением скорости термоядерных реакций:

$$\left(\frac{\delta\mu}{\mu}\right)_{\text{яд}} = (\delta \ln \mu)_{\text{яд}} = \frac{\partial \ln \mu}{\partial Y} \cdot \delta Y_{\text{яд}} = \frac{5 \delta Y_{\text{яд}}}{8 - 5 Y_c} < 0.04. \quad (2.13)$$

Таким образом, рассматриваемые относительные изменения плотности, скорости звука, температуры и среднего молекулярного веса гораздо меньше единицы.

Вернёмся теперь к соотношению 2.10 и подставим в него известное выражение для непрозрачности с коэффициентами 2.11. Учитывая малость

относительных изменений температуры и плотности, получим выражение для относительного изменения мощности светового потока в каждой точке:

$$l \propto \frac{m t^{3+\beta} t'}{\rho^\alpha p'} \Rightarrow \frac{\delta l}{l} = (3 + \beta) \frac{\delta t}{t} - \alpha \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta t'}{t'} - \frac{\delta p'/p'}{1 + \delta p'/p'} \left(1 + \frac{\delta t'}{t'}\right). \quad (2.14)$$

Последнее равенство имеет смысл во всех точках, кроме точки  $m = 0$ , где согласно граничному условию на  $l(m)$  выполняется соотношение  $\delta l = 0$ . Покажем, что слагаемые в правой части равенства 2.14 однозначно выражаются через данные гелиосейсмологии и относительное изменение химического состава. Для начала заметим, что

$$\frac{\delta t'}{t'} = \frac{(\delta t)'}{t'} = \frac{t}{t'} \left(\frac{\delta t}{t}\right)' + \frac{\delta t}{t} = \frac{c_s}{c'_s} \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)' + \frac{c_s}{2c'_s} \left(\frac{\delta \mu}{\mu}\right)' + 2 \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right) + \frac{\delta \mu}{\mu}, \quad (2.15)$$

где мы воспользовались соотношением 2.12, а также малостью логарифмической производной среднего молекулярного веса по сравнению с логарифмической производной скорости звука в Стандартной солнечной модели:  $t'/t = 2c'_s/c_s + \mu'/\mu \simeq 2c'_s/c_s$ . Аналогично распишем относительное изменение производной давления, воспользовавшись выражением для скорости звука  $c_s^2 \propto p/\rho$  и малостью относительного изменения плотности:

$$\frac{\delta p'}{p'} = \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta p}{p}\right)' + \frac{\delta p}{p} = \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)' + 2 \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)' + 2 \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right) + \frac{\delta \rho}{\rho}. \quad (2.16)$$

В результате, снова пренебрегая заведомо малыми величинами по сравнению с единицей, получаем следующее выражение для требуемого изменения мощности светового потока:

$$\begin{aligned} \frac{\delta l}{l} = & 2 \cdot (4 + \beta) \frac{\delta c_s}{c_s} - \alpha \frac{\delta \rho}{\rho} + (4 + \beta) \frac{\delta \mu}{\mu} + \frac{c_s}{c'_s} \left[ \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)' + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \mu}{\mu}\right)' \right] - \\ & \left[ \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)' + 2 \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)' + 2 \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right) + \frac{\delta \rho}{\rho} \right] \cdot \frac{1 + \frac{c_s}{c'_s} \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)' + \frac{c_s}{2c'_s} \left(\frac{\delta \mu}{\mu}\right)'}{1 + \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta \rho}{\rho}\right)' + 2 \frac{p}{p'} \left(\frac{\delta c_s}{c_s}\right)'}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Отсюда видно, что, теоретически, имея точные значения гелиосейсмологических инверсий профилей скорости звука, плотности и значение содержа-

ния гелия на поверхности, а также задав параметр  $\bar{\epsilon}$ , можно было бы рассчитать профили  $\delta c_s/c_s$ ,  $\delta \rho/\rho$  и  $\delta \mu/\mu$  и вычислить требуемое значение  $\delta l/l$ . Тем не менее, как гелиосейсмологические данные, так и величины Стандартной солнечной модели (см. раздел 1.2) имеют конечные погрешности, из-за чего прямой расчёт  $\delta l/l$  по формуле 2.17 не даёт результатов, фиксирующих форму профиля мощности светового потока. Мы обойдём эти трудности, воспользовавшись предыдущими исследованиями проблемы солнечного состава, в частности решением проблемы с помощью увеличения непрозрачности, рассмотренным ранее.

Мы знаем, что изменение непрозрачности специального вида может решить проблему солнечного состава. Рассмотрим две солнечные модели. В качестве первой снова возьмём Стандартную солнечную модель В16, а в качестве второй – модель с изменённой непрозрачностью, которая решает проблему солнечного состава. Определим по аналогии с предыдущим рассмотрением изменения солнечных величин  $\bar{\delta}x$ . Воспользовавшись немного изменённым соотношением 2.10, выразим относительное изменение непрозрачности через относительные изменения других величин:

$$\kappa \propto \frac{m t^3 t'}{l p'} \Rightarrow \frac{\bar{\delta} \kappa}{\kappa} = 3 \frac{\bar{\delta} t}{t} + \frac{\bar{\delta} t'}{t'} - \frac{\bar{\delta} p'/p'}{1 + \bar{\delta} p'/p'} \left( 1 + \frac{\bar{\delta} t'}{t'} \right) - \left( \frac{\bar{\delta} l}{l} \right)_{\text{яд}}. \quad (2.18)$$

Профили мощности светового потока в рассматриваемых солнечных моделях различаются на функцию  $(\bar{\delta} l)_{\text{яд}}$ , которая не равна нулю только в ядре Солнца и соответствует изменению профиля термоядерного горения  $\epsilon_{\text{яд}} = \epsilon_{\text{нuc}} - \epsilon_{\nu}$  за счёт изменения профилей плотности, температуры и химического состава внутри ядра. Обоснуем справедливость равенства 2.18, показав, что абсолютная величина относительного изменения мощности мала в данном случае. Для этого воспользуемся уравнением 2.3 и теоремой о среднем значении для интеграла:

$$(\bar{\delta} l)_{\text{яд}}(m) = \xi_1 \int_0^m \epsilon \cdot \frac{\bar{\delta} \epsilon}{\epsilon}(x) dx = \xi_1 \frac{\bar{\delta} \epsilon}{\epsilon}(\bar{m}) \int_0^m \epsilon dx = \frac{\bar{\delta} \epsilon}{\epsilon}(\bar{m}) \cdot l(m), \quad (2.19)$$

где  $\bar{m} \in [0, m]$ . Теорема о среднем в используемом здесь виде справедлива в силу непрерывности и ограниченности функции  $\bar{\delta}\epsilon/\epsilon(x)$ , а также знакопостоянства функции  $\epsilon(x)$ . Свяжем теперь величину  $\bar{\delta}\epsilon$  с данными гелиосейсмологии. Основной источник энерговыделения на Солнце – pp-цепочка ядерных реакций. Результирующее значение  $\epsilon$  может быть грубо описано зависимостью  $\epsilon \propto \rho X^2 t^\nu$ , где  $\nu \approx 4.5$ ,  $X \approx 1 - Y$ . Тогда с учётом равенства 2.12 можно записать:

$$\frac{\bar{\delta}\epsilon}{\epsilon} = \frac{\bar{\delta}\rho}{\rho} + 9 \frac{\bar{\delta}c_s}{c_s} + 4.5 \frac{\bar{\delta}\mu}{\mu} - 2 \frac{\bar{\delta}Y}{Y}. \quad (2.20)$$

Средний молекулярный вес связан с содержанием гелия через соотношение 1.5, поэтому  $\bar{\delta}\mu/\mu = 5 \bar{\delta}Y/(8 - 5Y)$ . Гелиосейсмологические данные позволяют поставить ограничения на изменение профилей плотности и скорости звука в ядре  $|\bar{\delta}\rho/\rho| < 0.02$ ,  $|\bar{\delta}c_s/c_s| < 0.003$ , а также дают требуемое изменение начального содержания гелия  $\bar{\delta}Y \simeq 0.017$ , откуда  $|\bar{\delta}\epsilon/\epsilon| < 0.07$ . Пользуясь теперь уравнением 2.19, мы убеждаемся, что  $\left| (\bar{\delta}l/l)_{\text{яд}} \right| < 0.07 \ll 1$ , что и требовалось доказать.

Заметим, что для величин относительных изменений температуры, производной температуры и производной давления в случае решения проблемы солнечного состава с помощью увеличения непрозрачности будут справедливы соотношения, полностью аналогичные соотношениям 2.12, 2.15, 2.16 соответственно, за исключением того, что над буквами  $\delta$  везде стоит поставит черту, так как рассматривается другая пара солнечных моделей. Тем не менее, как рассматриваемая сейчас модель с увеличенными непрозрачностями, так и рассматриваемая ранее модель с дополнительным слагаемым в уравнении потерь и производства энергии были придуманы с целью решения проблемы солнечного состава и, таким образом, воспроизводят гелиосейсмологические профили скорости звука и плотности, а также гелиосейсмологическое значение содержания гелия на поверхности Солнца. Это означает, что  $\delta c_s = \bar{\delta}c_s$  и  $\delta\rho = \bar{\delta}\rho$ , откуда, в частности, следует  $\delta p' = \bar{\delta}p'$ . Наоборот, профили изменения среднего молекулярного веса для рассматриваемых двух

решений проблемы солнечного состава, вообще говоря, не совпадают. Изменение среднего молекулярного веса определяется изменением содержания гелия, которое складывается в основном из двух составляющих: изменения начального содержания гелия на Солнце  $\delta Y_0$  и изменения содержания гелия за счёт увеличения или уменьшения скорости термоядерных реакций  $\delta Y_{\text{яд}}$ . Из этих двух составляющих влияние на параметр содержания гелия на поверхности оказывает только  $\delta Y_0$ . Содержание гелия на поверхности фиксировано гелиосейсмологическими данными, поэтому должно выполняться соотношение  $\delta Y_0 = \bar{\delta} Y_0$ . Наоборот, решение с увеличением непрозрачности не меняет скорости термоядерных реакций, поэтому  $\bar{\delta} Y_{\text{яд}} = 0$ , тогда как в модели с изменением профиля энерговыделения при  $\bar{\epsilon} \neq 0$  скорость термоядерных реакций меняется и  $\delta Y_{\text{яд}} \neq 0$ . В итоге относительные изменения среднего молекулярного веса связаны следующим образом:

$$\frac{\delta \mu}{\mu} = \frac{\bar{\delta} \mu}{\mu} + \left( \frac{\delta \mu}{\mu} \right)_{\text{яд}}. \quad (2.21)$$

Теперь, выражая все изменения с чертой в правой части равенства 2.18 через изменения без черты по описанным только что правилам и вычитая полученное равенство из равенства 2.17, несложно получить:

$$\frac{\delta l}{l} - \frac{\bar{\delta} \kappa}{\kappa} = 2\beta \frac{\delta c_s}{c_s} - \alpha \frac{\delta \rho}{\rho} + \beta \frac{\bar{\delta} \mu}{\mu} + (4 + \beta) \cdot \left( \frac{\delta \mu}{\mu} \right)_{\text{яд}} + \frac{c_s}{2c'_s} \left( \frac{\delta \mu}{\mu} \right)'_{\text{яд}} \cdot \frac{1}{1 + \delta p'/p'} + \left( \frac{\bar{\delta} l}{l} \right)_{\text{яд}}. \quad (2.22)$$

Покажем теперь, что  $\delta p'/p' \ll 1$ . Для этого сначала рассмотрим уравнение непрерывности 2.2. Из этого уравнения следует, что  $\rho (r^3)' = \text{const}$ , то есть с учётом малости относительного изменения плотности можно записать:

$$\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta (r^3)'}{(r^3)'} = 0. \quad (2.23)$$

Справедливы также следующие тождества:

$$r^3(m) = \int_0^m (r^3)'(x) dx \quad \Rightarrow \quad \delta r^3(m) = \int_0^m \delta (r^3)'(x) dx. \quad (2.24)$$

Последнее тождество можно переписать с использованием равенства 2.23:

$$\delta r^3(m) = - \int_0^m \frac{\delta \rho}{\rho} \cdot (r^3)'(x) dx. \quad (2.25)$$

На любом возможном отрезке  $[0, m]$  функция  $\delta \rho / \rho$  ограничена и непрерывна, а функция  $(r^3)'$  по своему смыслу неотрицательна, поэтому к интегралу 2.25 применима теорема о среднем значении:

$$\int_0^m \frac{\delta \rho}{\rho} \cdot (r^3)'(x) dx = \frac{\delta \rho}{\rho}(\bar{m}) \cdot \int_0^m (r^3)'(x) dx = \frac{\delta \rho}{\rho}(\bar{m}) \cdot r^3(m), \quad (2.26)$$

где  $\bar{m} \in [0, m]$ . Тогда  $\delta r^3(m) / r^3(m) = -\delta \rho(\bar{m}) / \rho(\bar{m})$ , откуда в силу малости относительного изменения плотности мала и величина  $3 \delta r / r$ . Рассмотрим теперь уравнение гидростатического равновесия 2.1, которое даёт связь между производной давления и четвёртой степенью радиальной координаты. Из только что выведенной малости величины  $r^3$  следует малость величины  $r^4$ , поэтому

$$\left| \frac{\delta p'}{p'} \right| = 4 \left| \frac{\delta r}{r} \right| \ll 1. \quad (2.27)$$

Заметим также, что полное изменение мощности светового потока в модели с дополнительным теплообменом складывается из двух частей:  $\delta l = (\delta l)_{\text{яд}} + (\delta l)_{\bar{\epsilon}}$ , где первая часть происходит из изменения профиля термоядерного горения в ядре Солнца при изменении профилей температуры, плотности и среднего молекулярного веса внутри ядра, а вторая часть – из дополнительного теплообмена, который мы параметризовали слагаемым  $\sum_i \tilde{\epsilon}_i$  в уравнении потерь и производства энергии. Мы хотим узнать величину дополнительного теплообмена, поэтому далее будем вычислять профиль  $(\delta l)_{\bar{\epsilon}}$ . При  $\bar{\epsilon} = 0$  выполняется  $\delta c_s = \bar{\delta} c_s$ ,  $\delta \rho = \bar{\delta} \rho$ ,  $\delta Y = \bar{\delta} Y$ , поэтому, как можно видеть из уравнений 2.19 и 2.20, в этом случае  $(\delta l)_{\text{яд}} = (\bar{\delta} l)_{\text{яд}}$ .

Теперь равенство 2.22 можно записать в упрощённом виде:

$$(\delta l)_{\bar{\epsilon}} = l \cdot \left( \frac{\bar{\delta}\kappa}{\kappa} + 2\beta \frac{\delta c_s}{c_s} - \alpha \frac{\delta\rho}{\rho} + \beta \frac{\bar{\delta}\mu}{\mu} + (4 + \beta) \cdot \left( \frac{\delta\mu}{\mu} \right)_{\text{яд}} + \frac{c_s}{2c'_s} \left( \frac{\delta\mu}{\mu} \right)'_{\text{яд}} + \left( \frac{\delta l - \bar{\delta}l}{l} \right)_{\text{яд}} \right), \quad (2.28)$$

справедливым и в точке  $m = 0$ . Последние три слагаемых равенства 2.28 не равны нулю лишь при  $\bar{\epsilon} \neq 0$  и играют существенную роль только в ядре Солнца. Тогда вне ядра либо при  $\bar{\epsilon} = 0$  в каждой точке ядра и зоны лучистого переноса справедливо соотношение:

$$\delta l = l \cdot \left( \frac{\bar{\delta}\kappa}{\kappa} + 2\beta \frac{\delta c_s}{c_s} - \alpha \frac{\delta\rho}{\rho} + \beta \frac{\bar{\delta}\mu}{\mu} \right). \quad (2.29)$$

Величина  $\bar{\delta}\mu$  фиксируется требуемым гелиосейсмологически содержанием гелия на поверхности Солнца:

$$\frac{\bar{\delta}\mu}{\mu} = \frac{5 \delta Y_0}{8 - 5 Y} = \frac{5 \delta Y_{\text{пов}}}{8 - 5 Y}. \quad (2.30)$$

Профиль  $\bar{\delta}\kappa$  возьмём из работы [21], далее пересчитаем этот профиль вместе с профилями  $\delta c_s/c_s$  и  $\delta\rho/\rho$ , приведёнными на графиках 3 и 4, от радиальной координаты к массовой, пользуясь зависимостью радиуса от массы в Стандартной солнечной модели V16. В силу обоснованной ранее малости величины  $\delta r/r$  зависимости радиуса от массы в рассматриваемых солнечных моделях очень слабо отличаются от зависимости радиуса от массы в Стандартной солнечной модели, поэтому существенных ошибок при подобном пересчёте не возникает. Имея теперь все величины из правой части равенства 2.29, мы можем рассчитать требуемое изменение мощности светового потока  $(\delta l)_{\bar{\epsilon}}$ . Вычислим также погрешность этой величины. Во-первых, заметим, что, как обсуждалось в разделе 1, погрешности профилей  $\delta\rho/\rho$  и  $\delta c_s/c_s$  имеют один порядок, соответствующий тысячным долям. Так как при этом справедливо неравенство  $\alpha \ll 2\beta$  (см. графики 1 и 2), погрешностями профиля  $\delta\rho/\rho$  можно пренебречь. Ошибки профиля  $\delta c_s/c_s$  приведены в работе

[1], профиля  $\bar{\delta\kappa}/\kappa$  – в работе [21]. Наконец, погрешности профиля  $\bar{\delta\mu}/\mu$  рассчитаем с помощью формулы 2.30, зная теоретическую ошибку определения содержания гелия в Стандартной солнечной модели V16 ( $\text{err}(Y) \simeq 0.006$ ) и ошибку гелиосейсмологического определения содержания гелия на поверхности  $\text{err}(Y_{\text{пов}}^{\text{гел}}) \simeq 0.004$ . Профиль требуемого изменения мощности светового потока вместе с погрешностями приведён на графике 5 как функция радиальной координаты. Заметим, что проведённые вычисления справед-

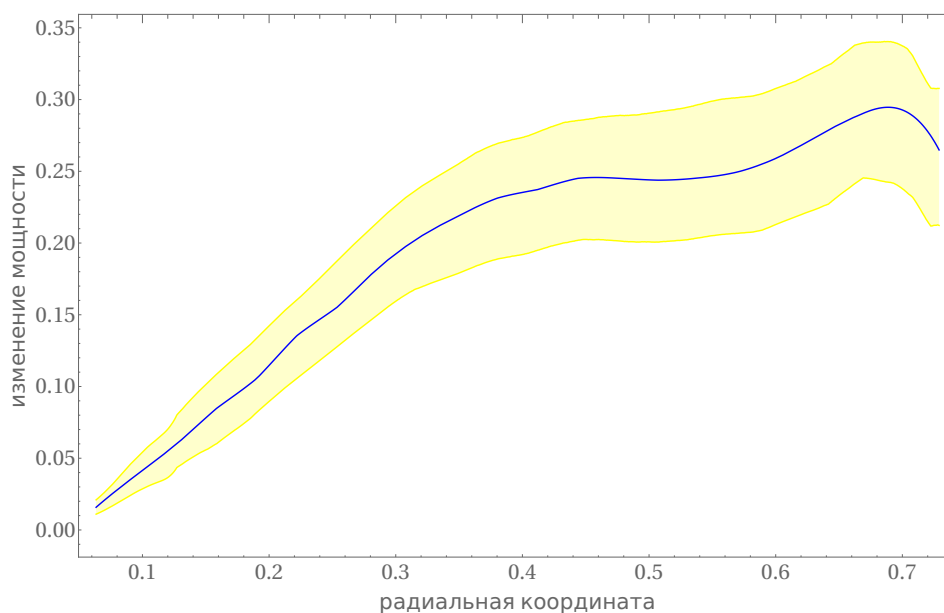


Рисунок 5 – Зависимость требуемого изменения мощности светового потока от радиальной координаты внутри ядра и зоны лучистого переноса,  $\bar{\epsilon} = 0$

ливы лишь для ядра и зоны лучистого переноса, так как мы стартовали с уравнения Фика, не выполняющегося в конвективной зоне Солнца. Тем не менее, легко понять, что в конвективной зоне нет областей, излучающих или поглощающих существенно с точки зрения конвективного теплообмена количество энергии. Гелиосейсмологический профиль скорости звука в конвективной зоне отлично согласуется с предсказаниями Стандартной солнечной модели. При этом содержание гелия в конвективной зоне выше, чем предсказывает Стандартная солнечная модель. За счёт активного перемешивания оно имеет одинаковое значение по всей конвективной зоне, поэтому требуемое увеличение среднего молекулярного веса также является величи-



ной постоянной. Тогда равенство 2.12 свидетельствует о том, что температура в любой точке конвективной зоны должна быть увеличена одинаково. Наоборот, значительный дополнительный энергоперенос внутри конвективной зоны изменил бы градиент температуры, что привело бы к неравномерному изменению температуры. Полученное противоречие показывает, что конвекция хорошо описывает теплообмен в конвективной зоне Солнца, а также что в этой зоне нет существенных источников либо стоков энергии. Граничное условие на поверхности фиксирует мощность светового потока на протяжении всей конвективной зоны:  $\delta l = 0$ . Таким образом, в рамках рассматриваемого решения проблемы солнечного состава на границе зоны лучистого переноса и конвективной зоны мощность светового потока должна упасть от величины  $1.26 L_{\odot}$  (см. график 5) до поверхностного значения, равного  $L_{\odot}$ .

Вычисленный профиль изменения мощности светового потока свидетельствует о том, что теоретическую модель можно согласовать с данными гелиосейсмологии, если допустить излучение некоторых частиц на границе зоны лучистого переноса и конвективной зоны, а также передачу энергии от этих частиц центральной области Солнца, см. график 5. Тем не менее, это решение является лишь частным решением, так как предполагает, что вся излучённая энергия будет поглощена в плазме Солнца:  $\bar{\epsilon} = 0$ . Рассмотрим теперь общий случай  $\bar{\epsilon} \neq 0$ , для определённости пусть  $\bar{\epsilon} < 0$ . В этом случае излучение и поглощение не будут скомпенсированы, то есть по крайней мере часть излучённых некоторой областью частиц покинет Солнце, унося с собой энергию. Параметризуем эту часть улетевших частиц слагаемым  $\epsilon_{loss}$  в сумме  $\sum_i \epsilon_i$  уравнения 2.3. Определим, какое дополнительное изменение мощности светового потока обеспечит слагаемое  $\epsilon_{loss}$ . По определению  $\bar{\epsilon} = \int_0^1 \sum_i \epsilon_i dm = \int_0^1 \epsilon_{loss} dm$ . Прямое влияние на профиль мощности светового потока будет оказывать функция  $\epsilon_{loss}(m) - \bar{\epsilon}$ , так как это часть  $\epsilon_{loss}(m)$ , интеграл от которой равен нулю на отрезке  $[0, 1]$ . Эта функция равна  $-\bar{\epsilon}$

езде, кроме области излучения частиц, где она имеет провал. Соответствующий профиль изменения мощности светового потока имеет вид линейной функции до области излучения, затем функция резко падает до отрицательных значений и после области излучения линейно, с тем же наклоном, что и в начале, приходит в ноль. Значит, максимального изменения мощности можно достичь, если расположить область излучения сколь возможно близко к центру Солнца либо к конвективной зоне, то есть на краях доступного для дополнительного энерговыделения отрезка  $[0, m_{\text{КЗ}}]$ , где  $m_{\text{КЗ}} = 0.978$  соответствует границе между зоной лучистого переноса и конвективной зоной. В случае излучения из центра Солнца  $\delta l < 0$  почти везде (кроме самого центра Солнца), поэтому, как видно из графика 5, такой сценарий только ухудшает согласие солнечных моделей с гелиосейсмологией. Наоборот, излучению при  $m = m_{\text{КЗ}}$  соответствует линейный по массовой координате рост добавки к профилю мощности, а затем её сильное падение на границе двух зон. Линейный рост и резкое падение лишь отчасти соответствуют форме требуемого изменения профиля мощности  $\delta l_{\bar{\epsilon}}(m)$ , см. график 6. Оказывается, что сценарий с излучением к тому же не может объяснить численное значение требуемого изменения мощности. Для максимального значения  $\delta l_{\bar{\epsilon}}(m)$  в рассматриваемом случае выполнено:

$$(\delta l)_{\bar{\epsilon}, \max} = \int_0^{m_{\text{КЗ}}} (\epsilon_{\text{loss}}(m) - \bar{\epsilon}) dm = \int_0^{m_{\text{КЗ}}} (-\bar{\epsilon}) dm = m_{\text{КЗ}} \cdot (-\bar{\epsilon}) < 0.1, \quad (2.31)$$

где мы использовали упоминавшееся ранее ограничение  $|\bar{\epsilon}| < 0.1$ . Значит, даже при максимально возможных потерях энергии достижимое увеличение мощности светового потока в несколько раз меньше требуемого. Можно возразить, что график 6 и формула 2.29 при  $\bar{\epsilon} \neq 0$  справедливы только вне ядра, однако именно вне ядра значение добавки к профилю мощности достигает 0.26. Итак, решить проблему солнечного состава одним лишь излучением частиц, не вступив при этом в противоречие с данными по потокам солнечных нейтрино, невозможно.

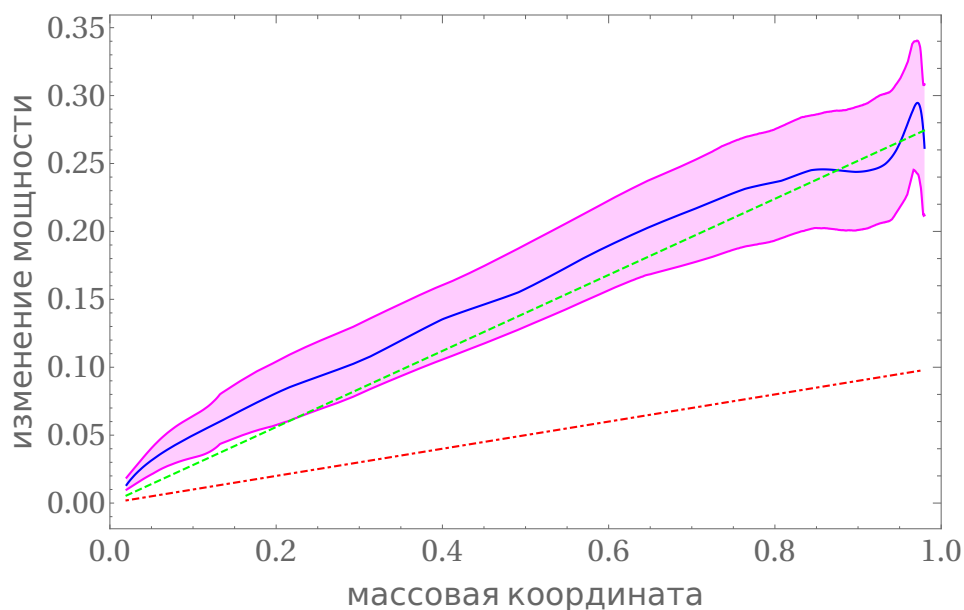


Рисунок 6 – Синий и фиолетовый: зависимость требуемого изменения мощности светового потока от массовой координаты внутри ядра и зоны лучистого переноса; зелёный штрих: профиль изменения мощности в сценарии с потерей энергии из области границы конвективной зоны и зоны лучистого переноса,  $\bar{\epsilon} = 0.26$ ; красный штрих-пунктир: то же, что и зелёный, но  $\bar{\epsilon} = 0.10$  – максимально допустимое значение  $\bar{\epsilon}$ , не противоречащее измерениям потоков солнечных нейтрино

Нужно заметить, что потеря энергии Солнцем в рамках излучения гипотетических частиц рассматривалась ранее для ограничения параметров этих частиц. В частности, в работе [36] авторы используют для этого в том числе данные гелиосейсмологии и получают ограничения на экзотические теории, которые лучше ограничений, связанных лишь с потоками нейтрино. Тем не менее, результаты их работы справедливы лишь для излучения частиц из центральной области Солнца, тогда как при попытке включения в используемую солнечную модель резонансного излучения поперечных поляризаций скрытых фотонов вне ядра численная модель теряет свойство сходимости. Наша работа позволяет исследовать и этот сложный для численных методов случай: излучение частиц вблизи границы между зоной лучистого переноса и конвективной зоной должно улучшить согласие модельного профиля скорости звука с гелиосейсмологическим, поэтому учёт данных гелиосейсмологии не поможет улучшить существующие ограниче-

ния на параметры теорий вне Стандартной модели физики частиц.

Случай поглощения энергии извне в солнечной плазме  $\bar{\epsilon} > 0$  рассматривается аналогично случаю  $\bar{\epsilon} < 0$ . Добавка к профилю мощности светового потока в этом случае должна также меняться линейно вне области поглощения, но теперь коэффициент изменения  $-\bar{\epsilon} < 0$ . Такое поведение не может обеспечить требуемую форму  $\delta l_{\bar{\epsilon}}(m)$ . Более того, максимальная величина добавки к профилю мощности при поглощении аналогично 2.31 не может превышать 0.1.

Итак, для решения проблемы солнечного состава в рамках дополнительного излучательного теплообмена нужно обеспечить излучение энергии мощностью около  $0.26 L_{\odot}$  из области на границе между зоной лучистого переноса и конвективной зоной и передачу сопоставимого количества энергии в центральную область Солнца  $r \lesssim 0.4$ , см. график 5. При этом возможна частичная потеря излучённой энергии в космическое пространство  $L_{loss} < 0.1 L_{\odot}$ .

Наконец, нельзя не заметить, что если интересоваться лишь одним самым «проблемным» для Стандартной солнечной модели гелиосейсмологическим параметром – профилем скорости звука – то в рамках дополнительного излучательного теплообмена можно найти и другие способы устранить несоответствия. Действительно, как обсуждалось в начале раздела 2.1, перемасштабирование непрозрачности не влияет на профиль скорости звука, поэтому к слагаемым в скобках правой части равенства 2.29 можно добавить произвольную константу  $C$ . Например, при  $C = -0.26$  получаемый профиль изменения мощности светового потока предполагает дополнительный перенос энергии из центра ядра на его периферию, см. график 7. Это решение совершенно аналогично предложенному ранее решению [32] с дополнительным диффузионным теплообменом внутри ядра за счёт тёмной материи.

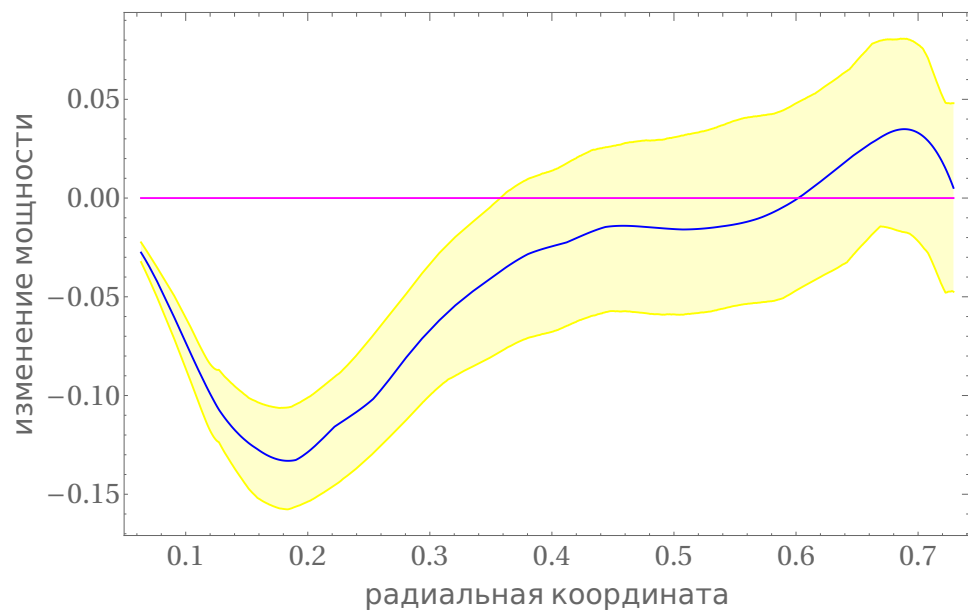


Рисунок 7 – Изменение мощности светового потока, которое позволяет согласовать профиль скорости звука с гелиосейсмологическим, как функция радиальной координаты внутри ядра и зоны лучистого переноса,  $C = -0.26$ ,  $\bar{\epsilon} = 0$

## 3. МОДЕЛЬ ФИЗИКИ ЧАСТИЦ

### 3.1 Частицы WISP в солнечной плазме

Для решения проблемы солнечного состава в рамках дополнительного теплообмена, которое было предложено в части 2 данной работы, необходимо значительное излучение энергии из области Солнца вблизи границы между зоной лучистого переноса и конвективной зоной. Такое узко локализованное вне солнечного ядра излучение могут обеспечить процессы резонансного рождения частиц. Резонансное рождение может происходить при наличии взаимодействия между фотоном и гипотетическими частицами, объединяемыми названием WISP (weakly interacting slim particles, см. обзор [39]). Частицы WISP естественно возникают во многих расширениях Стандартной модели и могут иметь различную природу, например аксионоподобные частицы, скрытые фотоны или хамелеоны. Лабораторные эксперименты и астрофизические наблюдения показали, что, если эти частицы действительно существуют в природе, они очень слабо взаимодействуют с обычным веществом в нерезонансном режиме. Единственное их существенное взаимодействие с солнечной плазмой – это резонансная конверсия в фотоны и обратно за счёт наличия сильного магнитного поля либо термальной массы у фотона в среде. В частности, в случае скрытых фотонов резонанс в смешивании происходит при равенстве термальной массы фотона  $\omega_{pl}$  массе скрытого фотона  $M$  либо энергии скрытого фотона  $\omega_{\gamma'}$ , в зависимости от поляризации последнего. Скрытые фотоны будут одним из ингредиентов нашего варианта решения проблемы солнечного состава, поэтому мы остановимся на них поподробнее.

Во многих расширениях Стандартной модели физики частиц естественно возникает дополнительная калибровочная симметрия  $U(1)'$ . При наличии

нескольких калибровочных групп  $U(1)$  соответствующие калибровочные поля  $A_{1\mu}$  и  $A_{2\mu}$  смешиваются:

$$L_0 = -\frac{1}{4}F_{1\mu\nu}F_1^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{2\mu\nu}F_2^{\mu\nu} - \frac{\delta}{2}F_{1\mu\nu}F_2^{\mu\nu}. \quad (3.1)$$

После диагонализации лагранжиана можно выделить поля, соответствующие двум частицам – обычному фотону и так называемому скрытому. Масса обычного фотона равна нулю, но для скрытого это не является обязательным условием. Массу скрытому фотону можно дать с помощью механизма Штюкельберга:

$$L_{\text{Mass}} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma + M_1A_{1\mu} + M_2A_{2\mu})^2 = \\ -\frac{1}{2}M_1^2A_{1\mu}A_1^\mu - \frac{1}{2}M_2^2A_{2\mu}A_2^\mu - M_1M_2A_{1\mu}A_2^\mu, \quad (3.2)$$

выбрана калибровка  $\sigma = 0$ . После диагонализации лагранжиана 3.2 одно поле становится безмассовым, а второе приобретает массу  $M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$ . При  $M \neq 0$  обычный фотон в среде может превратиться в скрытый и наоборот за счёт кинетического смешивания. Вероятность рождения скрытых фотонов в солнечной плазме, как резонансного, так и нерезонансного, была рассчитана в работах [40, 41]. В области масс скрытых фотонов, при которых возможно резонансное рождение, оно на порядки превышает рождение нерезонансное. Резонансное рождение продольно поляризованных скрытых фотонов происходит при  $\omega_{\gamma'} = \omega_{pl}$ , поэтому каждая точка Солнца, в которой для плазменной частоты выполнено неравенство  $\omega_{pl} \geq M$ , участвует в резонансном рождении скрытых фотонов определённой энергии – резонансное рождение охватывает большую область внутри Солнца. Для поперечно поляризованных скрытых фотонов, наоборот, резонансная область является очень узкой сферической оболочкой. Оценим размер такой оболочки, находящейся вблизи границы между зоной лучистого переноса и конвективной зоной:

$$\Delta r_{res} = (\Delta\omega_{pl}^2)_{res} \cdot \left(\frac{d\omega_{pl}^2}{dr}\right)^{-1} = 2\omega_{\gamma'}\kappa\rho \cdot \frac{\kappa_0 m_e m_H}{2\pi\alpha(X+1)} \left(\frac{d\rho}{dr}\right)^{-1} \sim 10^{-5}, \quad (3.3)$$

так как ширина резонанса  $\left(\Delta\omega_{pl}^2\right)_{res} = 2\omega_{\gamma'}\Gamma = 2\omega_{\gamma'}\kappa\rho \cdot \kappa_0\rho_0$ , плазменная частота  $\omega_{pl}^2 = \frac{2\pi\alpha(X+1)}{m_em_p}\rho\rho_0$ , где мы воспользовались тем, что концентрация электронов связана с концентрацией протонов соотношением  $n_e = n_H(1+X)/2X$ ,  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры. Видно, что излучающую оболочку в данном случае можно считать сферой. В нашем случае сфера излучения, соответствующая границе зоны лучистого переноса, имеет радиус  $r \simeq 0.7$ . Оказывается, что резонансное излучение поперечно поляризованных скрытых фотонов с массой  $\omega_{pl}(r=0.7) = 12$  эВ является основным источником излучения скрытых фотонов такой массы на Солнце: поток продольно поляризованных скрытых фотонов той же массы от Солнца меньше более чем на порядок, см. Рис. 3 работы [42]. Мощность, излучаемая поперечно поляризованными скрытыми фотонами, была рассчитана в работе [41]:  $L_{\gamma'} \propto r^2 t^3 M^4 \cdot \left(d\omega_{pl}^2/dr\right)^{-1}$ . Вычислим её значение в наших нормированных переменных вблизи границы конвективной зоны:

$$l_{\gamma'} = \frac{\delta^2 M_{\odot} T_0^3}{m_e m_H L_{\odot}} \cdot \frac{24\zeta(3)}{\pi} \alpha (X+1) \rho^2 r^2 t^3 \left(-\frac{d\rho}{dr}\right)^{-1} = 0.26 \cdot \left(\frac{\delta}{1.5 \cdot 10^{-13}}\right)^2. \quad (3.4)$$

Итак, при  $\delta \simeq 1.5 \cdot 10^{-13}$  мы получаем требуемое значение излучённой мощности. Единственные существующие ограничения на столь малые параметры смешивания  $\delta$  были получены как раз при рассмотрении потери энергии Солнцем за счёт излучения скрытых фотонов [41]. Очевидно, эти ограничения не касаются нашей солнечной модели с дополнительным теплообменом, предложенной в части 2, так как эта модель улучшает согласие данных наблюдений Солнца с теорией. Однако для того, чтобы наша модель стала рабочей, одного излучения недостаточно: для решения проблемы солнечного состава необходим также механизм поглощения излучённой энергии в солнечной плазме. Вариант такого механизма будет рассмотрен в следующих разделах.



## 3.2 Миллизаряженные частицы

Добавим к рассмотренному лагранжиану 3.1, 3.2 взаимодействие калибровочных полей с внешними токами  $J_\mu$  и  $J'_\mu$ :

$$L_1 = J_\mu A_2^\mu + J'_\mu A_1^\mu, \quad (3.5)$$

где первый ток отвечает за взаимодействие с заряженными частицами Стандартной модели, второй – с частицами скрытого сектора. Получающаяся модель изучалась ранее в контексте возможных сигналов на коллайдерах и в космологии [43]. После диагонализации в кинетическом и массовом секторах взаимодействие с токами принимает следующий вид:

$$L_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\delta\epsilon + \epsilon^2}} \left( \frac{\epsilon - \delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} J_\mu + \frac{1 - \epsilon\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} J'_\mu \right) A_M^\mu + \frac{1}{\sqrt{1 - 2\delta\epsilon + \epsilon^2}} (J_\mu - \epsilon J'_\mu) A_\gamma^\mu, \quad (3.6)$$

где  $A_M^\mu$  – поле скрытого фотона,  $A_\gamma^\mu$  – поле обычного фотона,  $\epsilon \equiv M_2/M_1$  – миллизаряд частиц скрытого сектора. Величина миллизаряда должна быть очень малой, так как из различных экспериментов и наблюдений известно, что частицы скрытого сектора очень слабо взаимодействуют с фотоном. Предположим, что масса миллизаряженных частиц  $m_c$  гораздо меньше массы скрытого фотона:  $m_c \ll M = 12$  эВ. В этом случае родившиеся на Солнце скрытые фотоны будут тут же распадаться на миллизаряженные частицы. Оценим расстояние, которое пролетают скрытые фотоны до распада в лабораторной системе отсчёта:

$$d \simeq \frac{\langle \gamma_{\gamma'} \rangle}{\Gamma_{\gamma'}} = \frac{2 \langle \omega_{\gamma'} \rangle}{\alpha' M^2} = \frac{3 t T_0}{\alpha' M^2} = 0.01 R_\odot \cdot \frac{10^{-13}}{\alpha'}, \quad (3.7)$$

где  $\alpha'$  – аналог постоянной тонкой структуры для скрытого фотона,  $\gamma_{\gamma'}$  – Лоренц-фактор скрытого фотона, двойка в числителе соответствует двум поперечным поляризациям скрытого фотона. Мы также учли, что  $\langle \omega_{\gamma'} \rangle \simeq 1.5 T$ . Действительно, используя результаты работы [41], несложно

записать выражение для распределения рождённых резонансно поперечных скрытых фотонов по частотам:

$$\frac{dN_{\gamma'}}{d\omega} = 8\pi\delta^2 m_e^4 r^2 \cdot \frac{\sqrt{\omega^2 - M^2}}{e^{\omega/T} - 1} \cdot \left( -\frac{d\omega_{pl}^2}{dr} \right)^{-1} \cdot R_{\odot}^3 = \frac{4\delta^2 R_{\odot}^3 m_e m_H m_c^4}{\alpha(X+1)\rho_0} \cdot \frac{\sqrt{\omega^2 - M^2}}{e^{\omega/T} - 1} \cdot r^2 \left( -\frac{d\rho}{dr} \right)^{-1}, \quad (3.8)$$

откуда следует справедливость приведённого значения средней энергии  $\langle\omega_{\gamma'}\rangle$ :

$$\langle\omega_{\gamma'}\rangle = \frac{\int_M^{\infty} d\omega \omega \frac{dN_{\gamma'}}{d\omega}}{\int_M^{\infty} d\omega \frac{dN_{\gamma'}}{d\omega}} = \frac{12\zeta(3)}{\pi^2} T \simeq 1.5 T, \quad (3.9)$$

мы пренебрегли малой величиной  $M^2/T^2 \ll 1$ . Заметим, что основной вклад в рождение миллизаряженных частиц на Солнце будут давать скрытые фотоны, находящиеся на массовой поверхности, поэтому можно считать, что все миллизаряды рождаются в узкой сферической оболочке, на внутренней границе которой происходит резонансное рождение поперечных скрытых фотонов.

Помимо высокой температуры, которая приводит к большой плотности фотонов в веществе и позволяет проявить себя скрытым фотонам, вещество Солнца имеет другую важную для нас отличительную черту – большие магнитные поля. Миллизаряженные частицы, возникающие в нашей модели, взаимодействуют с магнитными полями, поэтому нам необходимо рассмотреть устройство магнитного поля внутри Солнца. Важные знания о структуре внутрисолнечного магнитного поля были получены благодаря гелиосейсмологии. До сих пор мы не упоминали о том, что, кроме характеристик, рассмотренных нами для построения модели с дополнительным теплообменом, с помощью изучения спектра солнечных колебаний удалось также определить профиль дифференциального вращения Солнца [44]. Как оказалось, в то время как в конвективной зоне вращение слоёв Солнца имеет ярко выраженный неоднородный характер, зона лучистого переноса вра-

щается практически как твёрдое тело. Также выяснилось, что переходный слой между этими двумя областями, столь различающимися по характеру вращения, очень тонок – современные оценки его толщины на основе гелиосейсмологии составляют  $\Delta = (0.02 - 0.05) R_{\odot}$  [45]. Если воспользоваться законом Ферраро [46], который в своей простейшей форме утверждает, что угловая скорость вращения сохраняется вдоль силовых линий магнитного поля, вращение ядра и зоны лучистого переноса как целого легко объяснить, предположив, что магнитное поле ядра и зоны лучистого переноса не проникает в конвективную зону. Если бы существовали линии магнитного поля, пересекающие границу конвективной зоны и зоны лучистого переноса, то дифференциальное вращение конвективной зоны со временем передалось бы и в зону лучистого переноса [47]. Таким образом, наличие узкого переходного слоя – тахоклина – предполагает существование так называемого явления конфайнмента магнитного поля. Магнитные поля, ответственные за наблюдаемые явления солнечного магнетизма, находятся в верхней части тахоклина, где происходит их генерация и усиление за счёт механизма солнечного динамо [48, 49]. Из-за явления конфайнмента эти магнитные поля не имеют радиальной компоненты, проникающей вглубь Солнца, и являются горизонтальными к поверхности сферы, ограничивающей первичное поле внутри зоны лучистого переноса и ядра Солнца. При этом поле в тахоклине может представлять собой как единый магнитный слой, так и отдельные магнитные трубки. Известно, что величина магнитного поля в верхней части тахоклина должна превышать 1 Т, но может принимать и на порядки большие значения [50]. Величина магнитного поля в ядре и зоне лучистого переноса неизвестна.

Оценим ларморовский радиус миллизаряженных частиц с энергией  $\omega_c$ , влетающих в область большого магнитного поля по радиальному направле-

нию:

$$r_L = \frac{\sqrt{\omega_c^2 - m_c^2}}{\epsilon \epsilon' B} = 0.01 \left( \frac{\omega_c}{\text{кэВ}} \right) \left( \frac{B}{7 \text{ МГс}} \right)^{-1} \left( \frac{\epsilon}{2 \cdot 10^{-14}} \right)^{-1} \left( \frac{\alpha'}{10^{-3} \alpha} \right)^{-1/2}, \quad (3.10)$$

где  $e'$  – калибровочная константа группы  $U(1)'$ . Мы пренебрегли массой миллизаряженных частиц  $m_c$ , так как в нашей модели  $m_c \ll M \ll T_b$ , а также учли, что  $\langle \omega_{c,b} \rangle = \langle \omega_{\gamma',b} \rangle / 2 = 0.75 T_b$ , где  $T_b = 2 \cdot 10^6 \text{ K}$  – температура области перехода от зоны лучистого переноса к конвективной зоне. Магнитное поле  $\vec{B}$  параллельно поверхности сферы  $r = \text{const}$ , поэтому радиальное направление прилёта частицы обеспечивает минимальную из возможных кривизну траектории. Видно, что при допустимых значениях параметров ларморовский радиус в несколько раз меньше размера тахоклина  $\Delta$  для большинства миллизаряженных частиц. С учётом направления магнитного поля это означает, что лишь самым энергичным частицам удастся преодолеть магнитный слой и вылететь из Солнца. Другие миллизаряженные частицы останутся внутри зоны лучистого переноса, при этом их синхротронные потери в силу малости миллизаряда, возведённого в четвёртую степень, оказываются совершенно незначительными. Магнитное поле зоны лучистого переноса и ядра может быть достаточно сильным, чтобы удерживать миллизаряженные частицы внутри Солнца, при этом внутреннее поле полностью заключено внутри зоны лучистого переноса, поэтому и миллизаряженные частицы оказываются заключёнными во внутренних слоях звезды. Более того, как было выяснено в разделе 2.2, из излучаемой мощности в  $0.26 L_\odot$  потери могут составлять до  $0.1 L_\odot$ , при этом улучшая согласие модели с гелиосейсмологией и не вступая в противоречие с данными по потокам нейтрино. Таким образом, мы не требуем идеальной эффективности от обсуждённого механизма удержания миллизаряженных частиц внутри Солнца, но будем считать поле достаточно большим, чтобы потери были достаточно малы.

Лучшие существующие ограничения на миллизаряд частиц скрытого сектора были получены из рассмотрения звёзд: собственно Солнца, красных ги-

гантов и белых карликов [37, 51]. Они находятся на уровне  $\epsilon \lesssim 10^{-14} - 10^{-13}$ , где нижний предел получен из рассмотрения потерь энергии Солнцем и красными гигантами и поэтому может быть поставлен под сомнение при наличии магнитного слоя в звезде и достаточной силы магнитного поля в нём. Таким образом, существующие ограничения на миллизаряд не запрещают миллизаряженным частицам иметь достаточно малое значение ларморовского радиуса  $r_L \sim 0.01 R_\odot$  в тахоклине даже при значениях энергий миллизаряженных частиц  $\omega_c \sim 10 \langle \omega_{c,b} \rangle \sim \text{кэВ}$ . Рождаемые вблизи границы зоны лучистого переноса и конвективной зоны миллизаряженные частицы будут медленно нагреваться из-за взаимодействия с более горячим веществом зоны лучистого переноса и другими более энергичными миллизаряженными частицами. Так как разрешённые величины миллизарядов очень малы, предположим, что  $U(1)'$  взаимодействие миллизарядов между собой сильнее, чем взаимодействие миллизарядов с окружающим веществом – тогда миллизаряженные частицы будут быстро термализоваться между собой, при этом медленно нагреваясь от горячего солнечного ядра и выделяемой у границы между зоной лучистого переноса и конвективной зоной мощности. Для самосогласованности модели необходимо, чтобы такой газ миллизарядов не привёл к термальной модификации массы скрытого фотона  $M_{th}$ : в противном случае положение резонансной области сместится. Выясним, какие ограничения на параметры модели налагает это условие:

$$M_{th} = \frac{\omega'_{pl}}{\sqrt{\gamma_c}} = \sqrt{\frac{4\pi\alpha' \cdot 2n_c}{\gamma_c m_c}} \simeq \sqrt{1.5 \alpha' T_c}, \quad M_{th} \ll M \Rightarrow \alpha' \ll 0.7 \cdot \left(\frac{M}{T_c}\right)^2, \quad (3.11)$$

где  $T_c$  – температура газа миллизарядов,  $n_c = n_{\bar{c}} = 3\zeta(3) T_c^3 / (2\pi^2)$  – миллизаряды считаем фермионами,  $\gamma_c m_c \simeq \langle \omega_c \rangle \simeq 3 T_c$ . При температуре, соответствующей солнечному ядру  $T_c \sim \text{кэВ}$ , и выбранной ранее массе скрытого фотона  $M = 12 \text{эВ}$  константа, соответствующая  $U(1)'$  калибровочному взаимодействию, должна удовлетворять условию  $\alpha' \ll 10^{-4}$ . Покажем, что это

условие также запрещает существенную передачу энергии солнечной плазме от газа миллизарядов в резонансной области за счёт резонансной конверсии скрытых фотонов в обычные. Для этого достаточно показать, что  $n_{\gamma'} \ll n_{\gamma} \cdot T/T_c = 2\zeta(3) T^4 / (\pi^2 T_c)$  вблизи тахоклина. Рождение скрытых фотонов в газе происходит за счёт процессов аннигиляции миллизаряженных частиц, их бремштралунга и процесса двойного комптоновского рассеяния, при этом последние два процесса подавлены малой константой  $\alpha'$  по сравнению с первым. Для скорости аннигиляции  $A$  можно записать:

$$A = \sigma_{ann} n_c n_{\bar{c}} \simeq \frac{\pi n_c^2 \alpha'^2}{\omega_c^2} \simeq \frac{\alpha'^2 T_c^4}{\pi^3}. \quad (3.12)$$

Тогда плотность скрытых фотонов в среде определяется следующим выражением:

$$n_{\gamma'} = \frac{A}{\Gamma_{\gamma'}} = \frac{2\alpha' T_c^4}{\pi^3 M} = \frac{2MT_c^3}{\pi^3} \cdot \left( \frac{M_{th}}{M} \right)^2, \quad (3.13)$$

что приводит нас к условию  $M_{th}/M \ll \pi\zeta(3)T^4 / (MT_c^3) \simeq 4$ , которое выполняется при выполнении условий 3.11. С учётом 3.7 мы получаем, что константа  $\alpha'$  в рамках нашей модели должна удовлетворять двойному неравенству  $10^{-13} \lesssim \alpha' \ll 10^{-4}$ .

### 3.3 Подогрев солнечной плазмы

Рассмотрим теперь взаимодействия миллизаряженных частиц с плазмой Солнца. Напомним допустимые области параметров нашей модели:  $\delta \simeq 1.5 \cdot 10^{-13}$ ,  $6 \cdot 10^{-15} < \epsilon \lesssim 10^{-13}$ ,  $10^{-13} \lesssim \alpha' \ll 10^{-4}$ . Самые большие сечения процессов взаимодействия миллизаряженных частиц с фотонами в ведущем порядке теории возмущений будут пропорциональны  $\epsilon^4 \alpha'^2$  либо  $\epsilon^2 \alpha'^2$ , взаимодействия миллизаряженных частиц с электронами и протонами –  $\epsilon^2 \alpha \alpha'$ , если медиатором выступает обычный фотон, и  $\delta^2 \alpha \alpha'$ , если медиатор – скрытый фотон. Так как  $\epsilon^4 \alpha'^2 \ll \epsilon^2 \alpha'^2 \ll \epsilon^2 \alpha \alpha' \lesssim \delta^2 \alpha \alpha'$ , основным процессом будет выступать рассеяние миллизаряженных частиц на заряженных частицах плазмы через скрытый фотон. Нужно заметить, что при

распространении заряженных частиц в плазме возможны также явления черенковского излучения продольных плазмонов, в случае если скорость частицы выше тепловой, и переходного излучения, в случае если вдоль траектории частицы плотность плазмы не постоянна. Однако в нашем случае химический потенциал газа миллизаряженных частиц равен нулю  $n_c = n_{\bar{c}}$ , поэтому токов миллизаряда не возникает, что означает отсутствие черенковского и переходного излучений.

Основным процессом, определяющим теплообмен между миллизаряженными частицами и солнечной плазмой, является процесс рассеяния миллизарядов на электронах. Рассеяние на более тяжёлых частицах плазмы не будет давать существенного вклада, так как передача энергии обратно пропорциональна массе тяжёлой частицы. Вследствие малости масс миллизаряженных частиц, кинематика рассеяния совпадает с кинематикой комптоновского процесса. Для вычисления передачи энергии в одном акте рассеяния запишем закон сохранения 4-импульса  $p_e + p_c - k_c = k_e$ , где  $p$  – входящие импульсы, а  $k$  – исходящие, и возведём его в квадрат:

$$E_e (\omega_c - \omega'_c) - |\vec{p}_e| (\omega_c \cos \theta_1 - \omega'_c \cos \theta_2) - \omega_c \omega'_c (1 - \cos \theta) = 0, \quad (3.14)$$

где  $\omega_c$  и  $\omega'_c$  – энергии налетающей и рассеявшейся миллизаряженной частицы соответственно,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – углы между налетающим электроном и налетающей или рассеявшейся миллизаряженной частицей соответственно,  $\theta$  – угол рассеяния. Учитывая, что электроны на Солнце нерелятивистские и основной вклад в ответ дают малые значения  $\theta$ , можем записать упрощающие соотношения:  $E_e = m_e$ ,  $|\vec{p}_e| = \sqrt{3m_e T}$ ,  $\theta_1 - \theta_2 \simeq \theta \ll 1$ ,  $|\omega'_c - \omega_c| \ll \omega_c$ . Теперь, упростив выражение 3.14, выразим из него изменение энергии миллизаряженной частицы:

$$\Delta\omega_c = \omega_c \sqrt{\frac{3T}{m_e}} \cdot 2 \sin \theta_1 \sin \frac{\theta}{2} - \frac{\omega_c^2}{m_e} (1 - \cos \theta). \quad (3.15)$$

Первое слагаемое в правой части этого равенства знакопеременно, так как  $\sin \theta_1 \in [-1, 1]$ . Угол  $\theta_1$  в каждом столкновении принимает равновероятные

случайные значения, поэтому процесс изменения энергии можно представить в виде случайных блужданий. Количество актов рассеяния, требующихся для «разогрева» миллизаряда или плазмы за счёт первого слагаемого, будет иметь следующую зависимость:  $N \propto T \sin^2(\theta/2)/m_e$ . Тогда для изменения энергии можно записать:

$$\Delta\omega_c = \frac{\omega_c}{m_e} \cdot (\xi T - \omega_c) \cdot (1 - \cos\theta), \quad (3.16)$$

где  $\xi$  – некоторая константа, которую мы определим позже.

Дифференциальное сечение рассматриваемого процесса рассеяния миллизаряженной частицы на нерелятивистском электроде имеет вид Моттовского сечения кулоновского рассеяния лёгкой релятивистской частицы на тяжёлой покоящейся (скоростью и отдачей электрона можно пренебречь):

$$d\sigma = \frac{\delta^2 e^2 e'^2}{8\pi\omega_c^2} \cdot \frac{(1 - x/2) dx}{x^2}, \quad (3.17)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $x = 1 - \cos\theta$ . Теперь нам нужно проинтегрировать произведение 3.16 и 3.17 по углу рассеяния:

$$\int \Delta\omega_c d\sigma \propto \int_0^2 \frac{1 - x/2}{x + \varepsilon} dx = \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \cdot \ln \frac{2 + \varepsilon}{\varepsilon} - 1, \quad (3.18)$$

где мы регуляризовали расходящийся интеграл добавлением малого параметра  $\varepsilon$  в знаменатель. Необходимость регуляризации показывает, что мы не учли некоторых физических эффектов, имеющих значение при  $x \ll 1$ , то есть при малых значениях угла рассеяния – а именно, нужно учесть, что масса скрытого фотона отлична от нуля. При этом требуемое вычисление аналогично учёту дебаевского экранирования в плазме, которое даёт эффективную массу обычному фотону. Из-за малости миллизаряда  $\epsilon$  и релятивистского характера налетающих частиц классическая теория рассеяния в данном случае неприменима и минимальный угол рассеяния определяется дифракционными эффектами:  $\theta_{min} = \lambda_B/\lambda_{scr}$ , где  $\lambda_B = 1/\omega_c$  – длина волны де-Бройля миллизаряженной частицы,  $\lambda_{scr} = 1/k_D$  – размер области



взаимодействия (области экранирования). Для релятивистских частиц параметр экранировки  $k_D$  в точности равен массе скрытого фотона, поэтому в итоге получаем простое соотношение для нашего параметра обрезания:

$$\varepsilon = x_{min} = 1 - \cos \theta_{min} = \lambda_B^2 / (2 \lambda_{scr}^2) = M^2 / (2 \omega_c^2). \quad (3.19)$$

Заметим, что везде внутри Солнца выполнено  $\varepsilon \ll 1$ . Естественно, полученное значение для параметра обрезания можно было получить и непосредственно при расчёте сечения 3.17 в рамках квантовой теории поля, если бы мы с самого начала учли, что скрытый фотон имеет массу  $M$ . Действительно, в пропагаторе мы бы имели выражение  $1 / (t_m - M^2)^2$ , подставляя куда переменную Мандельштама  $t_m = -2 \omega_c^2 x$  в явном виде, мы получили бы слагаемое в знаменателе, соответствующее  $\varepsilon$ :

$$\frac{1}{(t_m - M^2)^2} \propto \frac{1}{(x + M^2 / (2 \omega_c^2))^2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{M^2}{2 \omega_c^2}. \quad (3.20)$$

Мы столь подробно обсудили значение для параметра обрезания  $\varepsilon$ , так как при его определении некоторые авторы допускали неточности. В частности, в работе [51], где в том числе описывалось взаимодействие релятивистских миллизаряженных частиц с веществом в контексте взрыва сверхновой 1987А, параметр обрезания при расчёте транспортного сечения был выбран неверно.

Для полного расчёта теплообмена  $Q$  нам осталось усреднить полученное выражение по энергиям миллизаряженных частиц  $\omega_c$ :

$$Q = 2 n_e n_c \left\langle \int \Delta \omega_c d\sigma \right\rangle = \frac{\delta^2 e^2 e'^2 n_e n_c}{4 \pi m_e} \cdot \left\langle (\xi T - \omega_c) \cdot \frac{\ln(4 \omega_c^2 / M^2) - 1}{\omega_c} \right\rangle. \quad (3.21)$$

Теперь также несложно определить константу  $\xi$ , воспользовавшись тем, что в тепловом равновесии, при  $T = T_c$ , поток тепла  $Q$  должен обращаться в

ноль. В итоге получим:

$$Q = \frac{\delta^2 e^2 e'^2 n_e n_c}{4\pi m_e} \cdot \left( \frac{T}{T_c} - 1 \right) \cdot K \left( \frac{4T_c^2}{M^2} \right), \quad K(a) \equiv \frac{2}{3\zeta(3)} \int_0^\infty dx \frac{x^2 (\ln ax^2 - 1)}{e^x + 1}. \quad (3.22)$$

Функция  $K(a)$  изображена на графике 8 её зависимости от температуры миллизаряженных частиц. Воспользовавшись тем, что  $\omega_{pl}^2 = e^2 n_e / m_e$  и

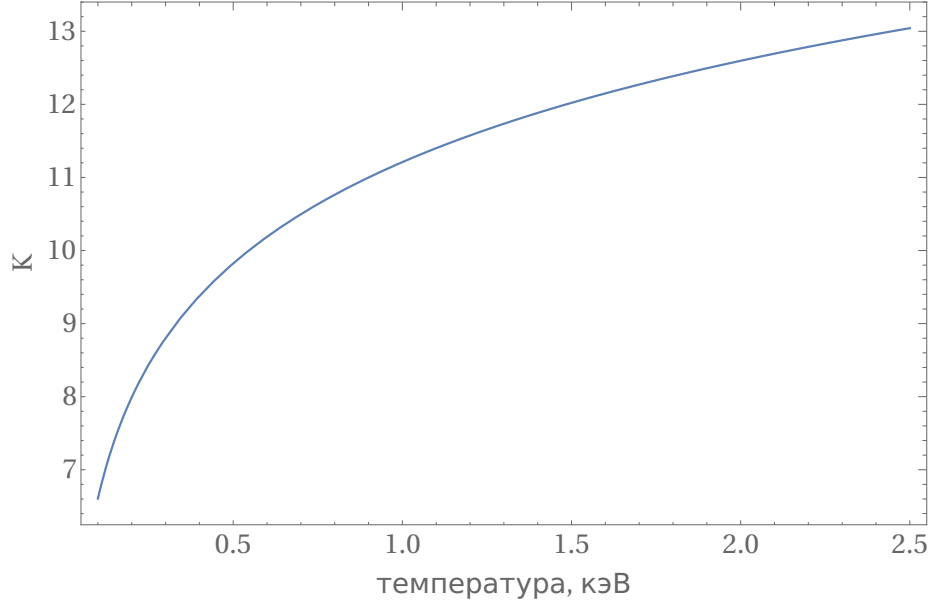


Рисунок 8 –  $K(a)$  в зависимости от температуры миллизаряженных частиц  $T_c$

$n_c = 3\zeta(3) T_c^3 / (2\pi^2)$ , запишем  $Q$  в более удобном виде:

$$Q = 0.8 \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^3} \cdot \left( \frac{\delta}{1.5 \cdot 10^{-13}} \right)^2 \left( \frac{\alpha'}{10^{-3}\alpha} \right) \left( \frac{\omega_{pl}}{290 \text{ эВ}} \right)^2 \left( \frac{T_c}{\text{кэВ}} \right)^3 \left[ \frac{T}{T_c} - 1 \right] K \left( \frac{4T_c^2}{M^2} \right), \quad (3.23)$$

где  $\omega_{pl} = 290 \text{ эВ}$  – значение плазменной частоты в центре Солнца. В случае если  $T > T_c$ , миллизаряды получают энергию из плазмы:  $Q > 0$ . В противном случае миллизаряды отдают энергию солнечной плазме.

Рассмотрим сценарий, при котором газ миллизаряженных частиц нагрелся до температуры порядка температуры в центре Солнца  $T_c \sim \text{кэВ}$  и далее его нагрев остановился, так как потоки тепла оказались скомпенсированы. Во-первых, покажем, что время нагрева газа в таком сценарии мало по сравнению с временем жизни Солнца. Как видно из формулы 3.23, при

малых температурах миллизарядов процесс передачи им энергии от электронов малоэффективен, таким образом основной нагрев миллизарядов будет происходить за счёт резонансного рождения и последующего распада поперечно поляризованных скрытых фотонов вблизи границы зоны лучистого переноса и конвективной зоны. Согласно расчётам части 2 данной работы мощность нагрева таким способом должна составлять доли солнечной светимости:  $\delta l \sim 10^{-1}$ . Полная энергия газа миллизарядов с энергией  $T_c \sim$  кэВ определяется выражением  $E_{c,tot} = \rho_c \cdot 4\pi \cdot (0.7 R_\odot)^3 / 3 \sim 10^{47}$  эрг, где  $\rho_c = 7\pi^2 T_c^4 / 60$  – плотность энергии миллизарядов. Время нагрева газа можно оценить как  $t_h \sim E_{c,tot} / (0.2 L_\odot) \sim 10^6$  лет, что незначительно по сравнению с временем жизни Солнца. При достижении достаточно высокой температуры  $T_c$  станет существенным процесс охлаждения миллизаряженных частиц окружающими их более холодными электронами, и в некоторый момент нагрев остановится. При этом тепло будет эффективно переноситься из области границы между зоной лучистого переноса и конвективной зоной, где происходит излучение скрытых фотонов, в центральную область Солнца. Свяжем плотность мощности  $Q$  нагрева солнечной плазмы миллизарядами с соответствующим изменением мощности светового потока  $\delta l_c$ , проинтегрировав уравнение производства и потерь энергии системы солнечных уравнений 1.1:

$$\delta l_c(r) = -\frac{4\pi R_\odot^3}{L_\odot} \cdot \int_0^r Q(x) x^2 dx. \quad (3.24)$$

Получаемый профиль изменения мощности светового потока зависит от двух ещё не фиксированных нами параметров модели: константы  $\alpha'$  и температуры миллизаряженных частиц  $T_c$ . Оказывается, что с использованием малого, но ненулевого параметра  $C$ , введённого в части 2 работы, можно согласовать профиль  $\delta l_c$  с профилем мощности, позволяющим решить проблему солнечного состава, см. график 9, при разрешённых значениях параметров  $\alpha'$  и температуры миллизаряженных частиц. Напомним, что параметр

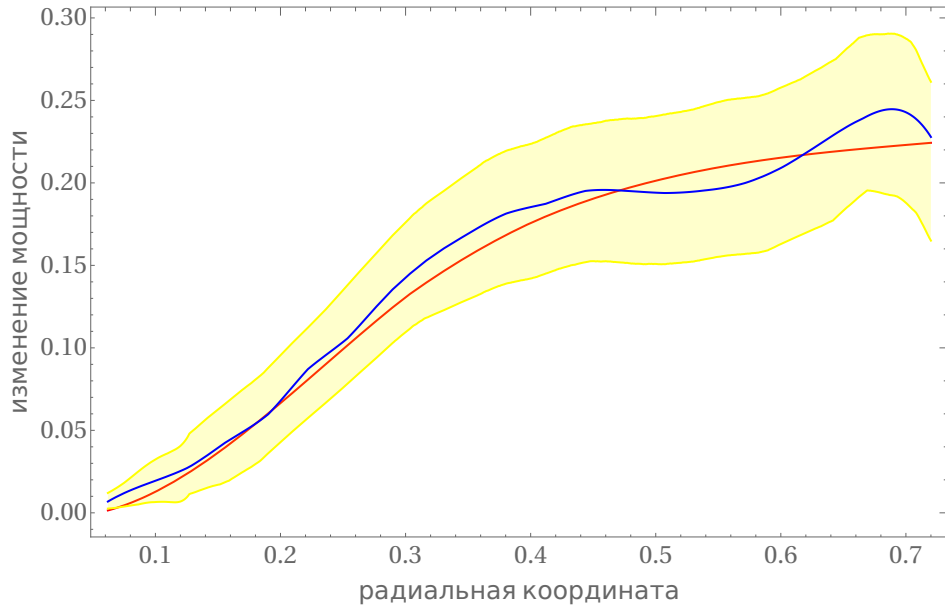


Рисунок 9 – Синий и жёлтый: зависимость требуемого изменения мощности светового потока от радиальной координаты внутри ядра и зоны лучистого переноса,  $C = -0.05$ ,  $\bar{\epsilon} = 0$ ; красный: зависимость изменения мощности светового потока от радиальной координаты в модели с миллизаряженными частицами,  $\alpha' = 6.5 \cdot 10^{-7}$ ,  $T_c = 4$  кэВ

$C$  отвечает за перемасштабирование требуемого профиля непрозрачности в решениях проблемы солнечного состава, предполагающих изменение непрозрачности. Перемасштабирование непрозрачности не оказывает влияние на такие «проблемные» параметры солнечной модели, как профиль скорости звука и глубина конвективной зоны, но при этом ухудшает согласие теоретического содержания гелия на поверхности с данными гелиосейсмологии [19]. Пользуясь формулой 1.5, оценим дополнительное изменение содержания гелия на поверхности Солнца при перемасштабировании непрозрачности  $C$ :

$$C = \frac{\bar{\Delta}\kappa}{\kappa} \simeq \frac{20 \bar{\Delta}Y}{8 - 5Y}. \quad (3.25)$$

Перемасштабирование производится в модели с уже изменённой на  $\bar{\delta}\kappa$  непрозрачностью, в которой восстановлено гелиосейсмологическое содержание гелия. При перемасштабировании  $C = -0.05$  содержание гелия на поверхности падает по сравнению с гелиосейсмологическим на 0.02, что соответствует возвращению к величине этого параметра в Стандартной солнеч-

ной модели В16 и расхождению с гелиосейсмологией не более  $2\sigma$  [1]. Таким образом, построенная нами модель с миллизаряженными частицами оставляет параметр содержания гелия на поверхности Солнца в том не сильно отклоняющемся от результатов гелиосейсмологии виде, в каком он присутствует в Стандартной солнечной модели, и при этом существенно улучшает согласие других солнечных характеристик с гелиосейсмологическими данными.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей магистерской диссертации была рассмотрена проблема солнечного состава с позиций физики частиц вне Стандартной модели. Мы изучили ранее не исследовавшийся вопрос о влиянии на физику Солнца недиффузионного теплообмена, состоящего в излучательном переносе энергии некоторыми слабо взаимодействующими с веществом частицами. Мы показали, что проблему солнечного состава можно рассматривать как свидетельство существования дополнительного теплообмена внутри зоны лучистого переноса и ядра Солнца, и определили требуемое для решения проблемы изменение радиального профиля энерговыделения, рассчитав радиальный профиль мощности светового потока, следующий из совместных данных гелиосейсмологии, спектроскопии и различных методов определения химического состава поверхности Солнца, а также не противоречащий данным нейтринной астрономии о величинах потоков нейтрино от Солнца. Найденная нами поправка к профилю мощности светового потока внутри Солнца как функция радиуса (Рис. 5), введение которой в модель позволяет решить проблему солнечного состава, может быть далее использована для реализации решения проблемы солнечного состава в рамках некоторого расширения Стандартной модели физики частиц. В данной магистерской

диссертации мы представили конкретный пример подобного расширения Стандартной модели – скрытый сектор, состоящий из скрытого фотона и взаимодействующего с ним лёгкого фермиона, который за счёт смешивания между скрытым и обычным фотонами приобретает малый электрический заряд. При определённых значениях параметров модели, согласующихся с современными экспериментальными и наблюдательными ограничениями, нам удалось осуществить необходимый для решения проблемы солнечного состава дополнительный теплообмен внутри Солнца, см. график 9. Мы также проанализировали влияние дополнительных стоков или источников энергии внутри Солнца на проблему солнечного состава и выяснили, что за счёт одного только излучения либо поглощения энергии проблему решить нельзя, так как данные о потоках нейтрино сильно ограничивают подобные сценарии. Тем не менее, как было показано, небольшая потеря энергии из области солнечного тахоклина, разрешённая данными по потокам нейтрино, может быть одной из причин рассогласования данных гелиосейсмологии и теоретических вычислений.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Núria Vinyoles, Aldo M. Serenelli, Francesco L. Villante, Sarbani Basu, Johannes Bergström, M. C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, Carlos Peña-Garay, and Ningqiang Song. A new Generation of Standard Solar Models. *Astrophys. J.*, 835(2):202, 2017.
2. E. G. Adelberger et al. Solar fusion cross sections II: the pp chain and CNO cycles. *Rev. Mod. Phys.*, 83:195, 2011.
3. B. Acharya, B. D. Carlsson, A. Ekström, C. Forssén, and L. Platter. Uncertainty quantification for proton-proton fusion in chiral effective field theory. *Phys. Lett.*, B760:584–589, 2016.
4. Xilin Zhang, Kenneth M. Nollett, and Daniel R. Phillips.  $S$ -factor and scattering parameters from  ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$  data. 2018.
5. M. Marta et al. Precision study of ground state capture in the N-14(p, $\gamma$ ) O-15 reaction. *Phys. Rev.*, C78:022802, 2008.
6. Nigel R. Badnell, M. A. Bautista, K. Butler, F. Delahaye, C. Mendoza, P. Palmeri, C. J. Zeippen, and M. J. Seaton. Up-dated opacities from the Opacity Project. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 360:458–464, 2005.
7. J. Colgan, D. P. Kilcrease, N. H. Magee, M. E. Sherrill, Jr. Abdallah, J., P. Hakel, C. J. Fontes, J. A. Guzik, and K. A. Mussack. A New Generation of Los Alamos Opacity Tables. *ApJ*, 817(2):116, Feb 2016.
8. C. A. Iglesias and F. J. Rogers. Updated Opal Opacities. *ApJ*, 464:943, June 1996.

9. J E. Bailey, Taisuke Nagayama, Guillaume Loisel, G A. Rochau, C Blancard, James Colgan, P Cossé, G Faussurier, C J. Fontes, F Gilleron, Igor Golovkin, Stephanie Hansen, Carlos Iglesias, D P. Kilcrease, J J. MacFarlane, Roberto Mancini, S N. Nahar, C Orban, J Pain, and Brian Wilson. A higher-than-predicted measurement of iron opacity at solar interior temperatures. *Nature*, 517:56–59, 12 2014.
10. Q. R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, 2002.
11. K. Lodders, H. Palme, and H. P. Gail. Abundances of the Elements in the Solar System. *Landolt B&ouml;nstein*, 4B:712, Jan 2009.
12. N. Grevesse and A. J. Sauval. Standard Solar Composition. *Space Sci. Rev.*, 85:161–174, May 1998.
13. M. Asplund, N. Grevesse, A. J. Sauval, and P. Scott. The Chemical Composition of the Sun. *ARA&A*, 47:481–522, September 2009.
14. Grevesse Nicolas, M Asplund, A Sauval, and Pat Scott. The chemical composition of the sun. *Astrophysics and Space Science*, 328:179–183, 07 2010.
15. W. J. Chaplin, Y. Elsworth, B. A. Miller, G. A. Verner, and R. New. Solar p-Mode Frequencies over Three Solar Cycles. *ApJ*, 659:1749–1760, April 2007.
16. P. H. Scherrer, R. S. Bogart, R. I. Bush, J. T. Hoeksema, P. Milford, J. Schou, T. Pope, W. Rosenberg, L. Springer, T. Tarbell, A. Title, J. Wolfson, and I. Zayer. Status of the Solar Oscillations Investigation - Michelson Doppler Imager. In R. K. Ulrich, E. J. Rhodes, Jr., and W. Dappen, editors, *GONG 1994. Helio- and Astro-Seismology from the Earth and Space*, volume 76 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 402, 1995.



17. V. Domingo, B. Fleck, and A. I. Poland. The SOHO Mission: an Overview. *Sol. Phys.*, 162:1–37, December 1995.
18. Sarbani Basu, William J. Chaplin, Yvonne Elsworth, Roger New, and Aldo M. Serenelli. Fresh insights on the structure of the solar core. *Astrophys. J.*, 699:1403–1417, 2009.
19. F. L. Villante. Constraints on the Opacity Profile of the Sun from Helioseismic Observables and Solar Neutrino Flux Measurements. *ApJ*, 724(1):98–110, Nov 2010.
20. Ningqiang Song, M. C. Gonzalez-Garcia, Francesco L. Villante, Nuria Vinyoles, and Aldo Serenelli. Helioseismic and Neutrino Data Driven Reconstruction of Solar Properties. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 477(1):1397–1413, 2018.
21. F. L. Villante and A. M. Serenelli. A Quantitative Analysis of the Solar Composition Problem. *Phys. Procedia*, 61:366–375, 2015.
22. Joyce A. Guzik, L. Scott Watson, and Arthur N. Cox. Can enhanced diffusion improve helioseismic agreement for solar models with revised abundances? *Astrophys. J.*, 627:1049–1056, 2005.
23. Joyce Ann Guzik and Katie Mussack. Exploring mass loss, low-Z accretion, and convective overshoot in solar models to mitigate the solar abundance problem. *Astrophys. J.*, 713:1108–1119, 2010.
24. Wuming Yang. Rotating Solar Models with Low Metal Abundances as Good as Those with High Metal Abundances. *ApJ*, 873(1):18, Mar 2019.
25. Aldo M. Serenelli, W. C. Haxton, and Carlos Pena-Garay. Solar models with accretion. I. Application to the solar abundance problem. *Astrophys. J.*, 743:24, 2011.

26. John N. Bahcall, Sarbani Basu, and Aldo M. Serenelli. What is the neon abundance of the Sun? *Astrophys. J.*, 631:1281–1285, 2005.
27. S. Turck-Chièze, A. Palacios, J. P. Marques, and P. A. P. Nghiem. Seismic and Dynamical Solar Models. I. The Impact of the Solar Rotation History on Neutrinos and Seismic Indicators. *ApJ*, 715(2):1539–1555, Jun 2010.
28. Aaron C. Vincent, Pat Scott, and Regner Trampedach. Light bosons and photospheric solutions to the solar abundance problem. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 432:3332–3339, 2013.
29. Andrea Zanzi and Barbara Ricci. Chameleon fields and solar physics. *Mod. Phys. Lett.*, A30(10):1550053, 2015. [Erratum: *Mod. Phys. Lett.*A31,no.4,1692001(2016)].
30. Ivan Karpikov, Maxim Piskunov, Sergey Troitsky, and Anton Sokolov. Constraining spacetime variations of nuclear decay rates from light curves of type Ia supernovae. *Phys. Rev.*, D91(12):127301, 2015.
31. Aaron C. Vincent, Aldo Serenelli, and Pat Scott. Generalised form factor dark matter in the Sun. *JCAP*, 1508(08):040, 2015.
32. Ben Geytenbeek, Soumya Rao, Pat Scott, Aldo Serenelli, Aaron C Vincent, Martin White, and Anthony G Williams. Effect of electromagnetic dipole dark matter on energy transport in the solar interior. *JCAP*, 1703:029, 2017.
33. Anton V. Sokolov and Maxim S. Pshirkov. Possibility of hypothetical stable micro black hole production at future 100 TeV collider. *Eur. Phys. J.*, C77(12):908, 2017.
34. H. Schlattl, A. Weiss, and G. Raffelt. Helioseismological constraint on solar axion emission. *Astropart. Phys.*, 10:353–359, 1999.
35. Paolo Gondolo and Georg G. Raffelt. Solar neutrino limit on axions and keV-mass bosons. *Phys. Rev.*, D79:107301, 2009.

36. Núria Vinyoles, Aldo Serenelli, Francesco L. Villante, Sarbani Basu, Javier Redondo, and Jordi Isern. New axion and hidden photon constraints from a solar data global fit. *JCAP*, 1510(10):015, 2015.
37. Núria Vinyoles and Hendrik Vogel. Minicharged Particles from the Sun: A Cutting-Edge Bound. *JCAP*, 1603(03):002, 2016.
38. <https://www.cita.utoronto.ca/~boothroy/kappa.html#download>.
39. Joerg Jaeckel and Andreas Ringwald. The Low-Energy Frontier of Particle Physics. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 60:405–437, 2010.
40. Haipeng An, Maxim Pospelov, and Josef Pradler. New stellar constraints on dark photons. *Phys. Lett.*, B725:190–195, 2013.
41. Javier Redondo. Helioscope Bounds on Hidden Sector Photons. *JCAP*, 0807:008, 2008.
42. Javier Redondo and Georg Raffelt. Solar constraints on hidden photons re-visited. *JCAP*, 1308:034, 2013.
43. Daniel Feldman, Zuowei Liu, and Pran Nath. The Stueckelberg Z-prime Extension with Kinetic Mixing and Milli-Charged Dark Matter From the Hidden Sector. *Phys. Rev.*, D75:115001, 2007.
44. J. Christensen-Dalsgaard and J. Schou. Differential rotation in the solar interior. In E. J. Rolfe, editor, *Seismology of the Sun and Sun-Like Stars*, volume 286 of *ESA Special Publication*, December 1988.
45. D.W. Hughes, R. Rosner, and N.O. Weiss. *Solar Tachocline*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
46. V. C. A. Ferraro. The non-uniform rotation of the Sun and its magnetic field. *MNRAS*, 97:458, Apr 1937.

47. K. B. MacGregor and P. Charbonneau. Angular Momentum Transport in Magnetized Stellar Radiative Zones. IV. Ferraro's Theorem and the Solar Tachocline. *ApJ*, 519(2):911–917, Jul 1999.
48. P. Charbonneau and K. B. MacGregor. Solar Interface Dynamos. II. Linear, Kinematic Models in Spherical Geometry. *ApJ*, 486(1):502–520, Sep 1997.
49. Mausumi Dikpati and Peter A. Gilman. Analysis of Hydrodynamic Stability of Solar Tachocline Latitudinal Differential Rotation using a Shallow-Water Model. *ApJ*, 551(1):536–564, Apr 2001.
50. Yuhong Fan. Magnetic fields in the solar convection zone. *Living Reviews in Solar Physics*, 6(1):4, Dec 2009.
51. Sacha Davidson, Steen Hannestad, and Georg Raffelt. Updated bounds on millicharged particles. *JHEP*, 05:003, 2000.