

Двумерные модели дилатонной гравитации и их приложения в голографии

Лысухина Анастасия 243М

24 мая 2019 года

Введение

AdS/CFT-соответствие, или голографическая дуальность, – описание одной и той же физической системы двумя различными способами, с помощью общей теории относительности и квантовой теории поля.

Соответствие сопоставляет гравитационные явления в пространстве анти-де-Ситтера и квантовую теорию в пределе сильной связи на асимптотической границе этого пространства. Рассмотрим AdS₂/CFT₁-соответствие.

гравитационная теория
(двумерная дилатонная
гравитация)



квантовая теория на границе
(квантовомеханическая система с
конформной симметрией)

Эффективной теорией, двойственной двумерной дилатонной гравитации, является теория специального вида – Шварцциан.

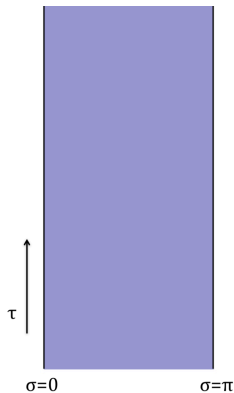
Действие Джекива-Тейтельбойма для AdS_2

Действие Джекива-Тейтельбойма

$$S_{JT} = -\frac{1}{16\pi G} \left(\int \phi \bar{g}(R + 2) dx^2 + \right. \\ \left. + 2 \int_{bdy_1} du \overline{g_{bdy_1}} \phi_b K + \right. \\ \left. + 2 \int_{bdy_2} du \overline{g_{bdy_2}} \phi_b K \right)$$

Метрика анти-де-Ситтера в
глобальных координатах

$$ds^2 = \frac{d\tau^2 + d\sigma^2}{\sin^2(\sigma)}, \quad \text{где } 0 < \sigma < \pi$$



AdS₂ - обрезание границы вдоль динамической границы.

Зафиксируем элемент длины вдоль кривой $(\tau(u), \sigma(u))$

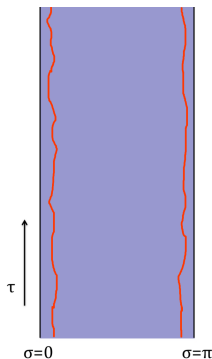
$$g_{\text{bdy}} = \frac{1}{\epsilon^2}, \quad \frac{1}{\epsilon^2} = \frac{\tau^2 + \sigma^2}{\sin^2(\sigma)}, \quad \epsilon \rightarrow 0$$

Дилатон вдоль кривой : $\phi_{\text{bdy}} = \frac{\phi_r(u)}{\epsilon}$

Решение : $\sigma(u) = \epsilon \tau \left(1 + \frac{\epsilon^2 \tau^4 + 3\tau^2}{6\tau^2} \right) + \dots$

$$S_{\text{JT}} = -\frac{1}{16\pi G} \int d\tau d\sigma \phi \left(\bar{g} - \frac{2}{0} \right) -$$

$$-\frac{1}{8\pi G} \int \frac{du}{\epsilon} \frac{\phi_r(u)}{\epsilon} K$$



Эффективное действие Дж.-Т. в виде действия Шварциана

Вычисление внешней кривизны

$$\begin{aligned} K &= \frac{T^\mu}{(T)^2} \nabla n_\mu = \frac{T^\mu}{(T)^2} \left(\frac{\partial n_\mu}{\partial u} - \rho_{\mu\nu} n_\rho T^\nu \right) = \\ &= -\frac{\tau (\tau^2 + \sigma^2 + \sin(\sigma)\sigma) - \sin(\sigma)\sigma \tau}{(\tau^2 + \sigma^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= -1 + \epsilon^2 \frac{3(\tau(u))^2 - 2\tau(u)\tau'(u)}{2(\tau(u))^2} = -1 - \epsilon^2 S(\tau(u), u) + O(\epsilon^4) \end{aligned}$$

Эффективное действие: два невзаимодействующих Шварциана с константами связи $\phi_{1,2}(u)$

$$S_{JT} \quad S_e = \frac{1}{8\pi G} \int du [\phi_{r1}(u)S(\tau_1(u), u) + \phi_{r2}(u)S(\tau_2(u), u)]$$

Рассмотрим случай пространства анти-де-Ситтера в глобальных координатах, когда дилатон взаимодействует с полями материи. Материя вводит взаимодействие между двумя теориями на границах анти-де-Ситтера.

$$S_e = \frac{1}{8\pi G} \int du [\phi_{r1}(u)S(\tau_1(u), u) + \phi_{r2}(u)S(\tau_2(u), u) + O(\tau_1(u))O(\tau_2(u))]$$

Модель двумерной гравитации

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int dx^2 \sqrt{-g} [\phi(\tau, \sigma) (R + 2) - 2A] + S_{\text{matter}}$$

Анзац для метрики

$$ds^2 = b(\sigma)(-d\tau^2 + d\sigma^2)$$

Для точечной частицы действие имеет вид

$$S_{\text{matter}} = -m \int d\tau \int dx \delta(x^\mu - X^\mu(\tau)) \sqrt{-g_{\mu\nu}(x) \cdot \partial_\tau X^\mu(\tau) \cdot \partial_\tau X^\nu(\tau)}$$

Уравнения движения для дилатона

Вариация по полю

$$\frac{\delta S}{\delta \phi} = -b(\sigma)b'(\sigma) + b'^2(\sigma) + 2b^3(\sigma) = 0$$

Вариация по компонентам метрики

$$b'(\sigma)\phi_{\sigma}(\tau, \sigma) - 2b(\sigma)(\phi_{\sigma\sigma}(\tau, \sigma) + b(\sigma)(A - \phi(\tau, \sigma))) = T_{\tau\tau}(\tau, \sigma)$$

$$b'(\sigma)\phi_{\tau}(\tau, \sigma) - 2b(\sigma)\phi_{\tau\sigma}(\tau, \sigma) = T_{\sigma\tau}(\tau, \sigma)$$

$$b'(\sigma)\phi_{\sigma}(\tau, \sigma) - 2b(\sigma)(b(\sigma)(\phi(\tau, \sigma) - A) + \phi_{\tau\tau}(\tau, \sigma)) = T_{\sigma\sigma}(\tau, \sigma)$$

$$\text{тензор-энергии импульса } T_{\alpha\beta} = \frac{2}{-g} \frac{\delta S_{\text{matter}}}{\delta g^{\alpha\beta}}$$

Решение соответствующее глобальному AdS₂

$$b_G(\sigma) = \frac{1}{\sin^2 \sigma}, \quad 0 < \sigma < \pi$$

В отсутствии материи дилатон имеет вид

$$\phi(\tau, \sigma) = A + c_1 \frac{\cos \sigma}{\sin \sigma} + c_2 \frac{\sin \tau}{\sin \sigma} + c_3 \frac{\cos \tau}{\sin \sigma}, \quad \sigma \in (0, \pi)$$

c_1, c_2, c_3 – произвольные константы

Взаимодействие с точечной неподвижной частицей энергии E

$$\begin{aligned} T_{\tau\sigma} &= T_{\sigma\sigma} = 0, \\ T_{\tau\tau}(\sigma) &= \frac{E}{\sqrt{b_G(\sigma)} \cdot (-g)} \delta\left(\sigma - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{E}{b_G^{3/2}(\sigma)} \delta\left(\sigma - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Решение для дилатона:

$$\phi(\tau, \sigma) = A + \theta(2\sigma - \pi) \frac{E \cos \sigma}{2 \sin \sigma} + \left(c_1 - \frac{E}{2}\right) \frac{\cos \sigma}{\sin \sigma} + c_2 \frac{\sin \tau}{\sin \sigma} + c_3 \frac{\cos \tau}{\sin \sigma}$$

Рассмотрим внимательней точки пространства-времени, где скалярное поле дилатона ϕ обращается в ноль. Известно, что гравитационную теорию Джекива-Тейтельбойма можно получить размерной редукцией некоторой черной дыры высшей размерности, например, редукцией почти экстремальной черной дыры Рейснера-Нордстрема или БТЗ-черной дыры.

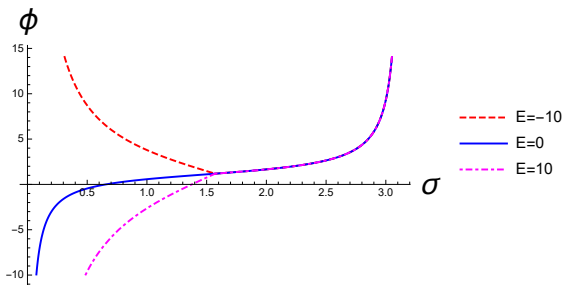
После редукции, сингулярность черной дыры соответствует нулям поля дилатона. Будем в дальнейшем называть точки τ_0, σ_0 , где поле дилатона обращается в ноль $\phi(\tau_0, \sigma_0) = 0$, точками сингулярности.

$$\phi(\tau_0, \sigma_0) = 0 \quad \text{сингулярность}$$

Рассмотрим простейшую конфигурацию скалярного поля дилатона,
 $c_2 = c_3 = 0$

$$\phi(\tau, \sigma) = A + \theta(2\sigma - \pi) \frac{E \cos \sigma}{2 \sin \sigma} + \left(c_1 - \frac{E}{2} \right) \frac{\cos \sigma}{\sin \sigma}$$

$$c_1 = -1, A = 1$$



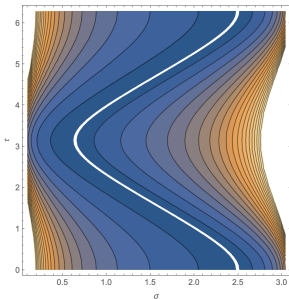
Проходимость кротовой норы

$$c_1 < \sqrt{c_2^2 + c_3^2}, \quad E = 2c_1 + \sqrt{c_2^2 + c_3^2}$$

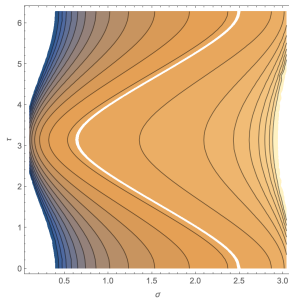
Взаимодействие дилатона с массивной движущейся частицей

$$\phi = A + \left(c_1 - \frac{E}{2}\theta(2\sigma - \pi) \right) \gamma \cot(\sigma) + \left(c_1 - \frac{E}{2}\theta(2\sigma - \pi) \right) v \gamma \frac{\cos \tau}{\sin \sigma}$$

$$c_2 = c_3 = 0, c_1 = -1, A = 0.5, v = 0.8$$



$$E = -3$$



$$E = 3$$

Энтропия зацепленности

Первая система: $|A\rangle$ H_A

Вторая система: $|B\rangle$ H_B

Состояние составной системы:

$$| \quad H_{AB} = H_A \quad H_B$$

Матрица плотности системы:

$$\rho = | \quad |$$

Определение приведенной матрицы плотности:

$$\rho_A = \sum_j |j\rangle\langle j| \quad \langle j|_B = \text{Tr}_B \rho$$

Энтропия зацепленности двух систем:

$$S_A = -\text{Tr}(\rho_A \log \rho_A)$$

Энтропия зацепленности в AdS_2/CFT_1

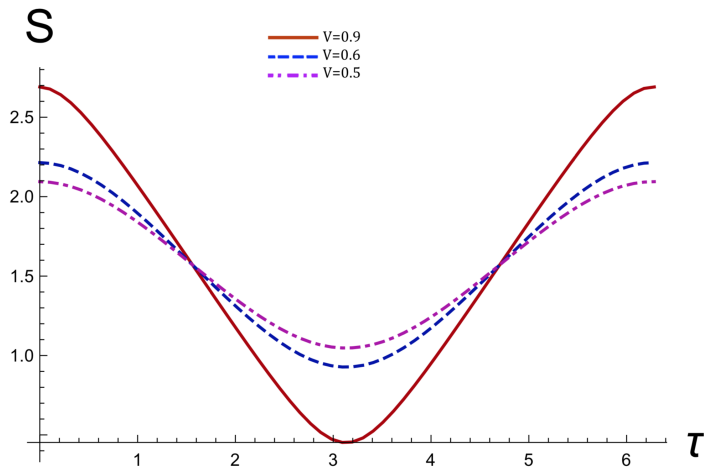
Существует голографическая prescription вычисления энтропии зацепленности – HRRT (Hubeny, Rangamani, Ryu, Takayanagi, arXiv:0605073).

Для двумерной дилатонной гравитации имеет вид (Azeyanagi, Nishioka, Takayanagi – arXiv:0710.2956; Goel, Lam, Turiaci, Verlinde – arxiv:1807.03916)

$$S_{\text{ent}}(\tau) = \phi(\sigma, \tau) \Big|_{\sigma=\sigma_m}$$

Посчитаем энтропию зацепленности между двумя связанными теориями на левой и правой границе пространства анти-де-Ситтера в глобальных координатах, возмущенного массивной частицей.

Эволюция энтропии зацепленности



Заключение

Для модели двумерной дилатонной гравитации найдены решения уравнений движения для случая взаимодействия поля дилатона с точечной массивной частицей, двигающейся с произвольной постоянной скоростью.

Получено условие на энергию статической частицы, когда кротовая нора становится проходимой.

Изучена эволюция энтропии зацепленности для двух копий квантовых теорий, живущих на двух разных границах пространства анти-де-Ситтера в глобальных координатах, возмущенного точечной частицей.

Рассмотрен вывод действия Шварцциана с помощью теории возмущения как эффективного действия дилатонной гравитации модели Джекива-Тейтельбойма.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!!!

Буст в глобальных координатах

$$\sigma = \operatorname{arccotan} \left[\gamma \left(v \frac{\cos(\tau)}{\sin(\sigma)} + \cot(\sigma) \right) \right]$$
$$\tau = \arccos \left[\frac{\gamma \left(\frac{\cos(\tau)}{\sin(\sigma)} + v \cot(\sigma) \right)}{\sqrt{1 + \gamma^2 \left(v \frac{\cos(\tau)}{\sin(\sigma)} + \cot(\sigma) \right)^2}} \right]$$

$$\text{где } \gamma = \frac{1}{1 - v^2}$$

Траектория движения частицы после буста

$$\sigma = \arccos \left(\pm v \cos \tau \right)$$

Дилатон после буста

$$\phi = A + \left(c_1 - \frac{E}{2} \theta(2\sigma - \pi) \right) \gamma \cot(\sigma) + \left(c_1 - \frac{E}{2} \theta(2\sigma - \pi) \right) v \gamma \frac{\cos \tau}{\sin \sigma}$$