

1. Заряженная частица во внешнем поле.

Написать полное действие для заряженной точечной частицы и электромагнитного поля. Будем считать поле внешним, пренебрегая тем самым изменениями напряженности при движении частицы. Вычислить гамильтониан частицы и найти его производную по времени в системе наблюдателя.

2. Дилатационная симметрия.

1) Рассмотрим теорию одного действительного скалярного поля в 4-мерном пространстве-времени, описываемую действием

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 \right].$$

Показать, что действие инвариантно относительно преобразований дилатации

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = \alpha \varphi(\alpha x),$$

где α — действительный параметр. Найти соответствующий сохраняющийся ток. Подобрать тензор энергии-импульса T^μ_ν так, чтобы след его был равен нулю на уравнениях поля, $T^\mu_\mu = 0$.

2) Найти аналог дилатационной симметрии в модели Лиувилля в двумерном пространстве-времени с действием

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - a e^{b\varphi} \right],$$

где $\mu = 0, 1$; a, b — некоторые постоянные, φ — действительное скалярное поле.

3. Слабое явное нарушение симметрии и массы “псевдоголдстоуновских” бозонов.

Рассмотрим теорию двух действительных скалярных полей с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1,$$

где

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi^1 \partial^\mu \varphi^1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi^2 \partial^\mu \varphi^2 + \frac{\mu^2}{2} [(\varphi_1)^2 + (\varphi_2)^2] - \frac{\lambda}{4} [(\varphi_1)^2 + (\varphi_2)^2]^2$$

и

$$\mathcal{L}_1 = \varepsilon U(\varphi_1),$$

причем ε — малый параметр, U нетривиально зависит только от компоненты φ_1 . Часть \mathcal{L}_0 полного лагранжиана инвариантна относительно глобальной $SO(2)$ симметрии.

1) Найти основное состояние, сохраняющийся ток и намбу-голдстоуновскую моду при $\varepsilon = 0$.

2) Найти легчайшую моду и ее массу при $\varepsilon \neq 0$ в главном порядке по ε (такую моду называют псевдоголдстоуновской).

3) Найти связь между четырехдивергенцией тока, построенного в п. 1), с псевдоголдстоуновской модой в низшем порядке по полям отклонений от основного состояния и в низшем нетривиальном порядке по ε .

4. Кинки с модифицированным кинетическим членом.

Рассмотрим теорию одного действительного скалярного поля в (1+1)-мерном пространстве-времени с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{\alpha}{4} (\partial_\mu \phi)^2 (\partial_\nu \phi)^2 - \frac{\lambda}{4} \left(1 + \frac{3}{2} \alpha \lambda v^4 \right) (\phi^2 - v^2)^2, \quad \mu = 0, 1.$$

Показать, что в теории существуют решения типа кинка при любых α . Найти решение явно при $\alpha \rightarrow \infty$.

5. Взаимодействие с нестатическим источником.

Изучим взаимодействие комплексного скалярного поля ϕ в двумерной теории с внешним источником вида $J(t, x) = j(x) e^{i\omega t}$, где функция $j(x)$ локализована в пространстве, а ω — размерный параметр. Рассмотрим действие

$$\int (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 (\phi \phi^*) + J(t, x) \phi^* + J^*(t, x) \phi) dt dx$$

с $U(1)$ -инвариантным потенциалом V . На уравнениях движения глобальный заряд и полная энергия, возникающие в теории без внешнего источника, не сохраняются. Объясните причину нарушения соответствующих тождеств. Найдите сохраняющуюся линейную комбинацию. Найдите энергию взаимодействия двух локализованных источников, расстояние между которыми равно d .

6. Связь между моментом и тензором энергии-импульса.

Сделать доклад по работе 1812.06143.

7. Магнитный момент. Какое взаимодействие надо добавить в лагранжиан для описания взаимодействия магнитного момента \vec{m} во внешнем магнитном поле \vec{B} ?

1. Сохраняется ли при этом калибровочная симметрия и лоренц-инвариантность.
2. Как взаимодействуют две частицы с моментами \vec{m}_1 и \vec{m}_2 , расстояние между которыми равно d ?
3. Как взаимодействуют две частицы, у одной из которых есть только заряд q , а у второй только момент \vec{m} , расстояние между которыми равно d ?