

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**«БЕЗОПАСНОСТЬ БУДУЩИХ КОЛЛАЙДЕРОВ С
ЭНЕРГИЕЙ 100 ТэВ В КОНТЕКСТЕ ОБРАЗОВАНИЯ
СТАБИЛЬНЫХ МИКРОСКОПИЧЕСКИХ ЧЁРНЫХ ДЫР»**

Выполнил студент
443 группы
Соколов Антон Владимирович

подпись студента

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Пширков Максим Сергеевич

подпись научного
руководителя

Допущена к защите

Зав. кафедрой _____
подпись зав. кафедрой

Москва
2017

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
1 ВРЕМЕНА АККРЕЦИИ	5
2 ЧЁРНЫЕ ДЫРЫ НА ЗЕМЛЕ	8
2.1 Образование чёрных дыр на коллайдере.....	8
2.2 Расчёт фактора подавления.....	8
3 АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ	12
3.1 Общие соображения.....	12
3.2 Ограничения, связанные с белыми карликами.....	14
3.3 Ограничения, связанные с нейтронными звёздами.....	15
3.4 Заряженные чёрные дыры.....	18
3.5 Ограничения, связанные с астрофизическими нейтрино.....	19
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	20
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	23

ВВЕДЕНИЕ

Нерешённые задачи фундаментальной физики вынуждают учёных исследовать взаимодействия при всё больших и больших энергиях. На Большом Адронном Коллайдере (БАК) до сих пор не удалось обнаружить «новую физику», поэтому сейчас серьёзно обсуждаются планы по созданию более мощных коллайдеров. В частности, существует проект HL-LHC [1], цель которого увеличить светимость БАК в десять раз к 2025 году, а также проект FCC [2] – проект нового коллайдера, энергия столкновений протонов на котором должна к 2035 году достичь значения 100 ТэВ в системе центра масс.

Однако прежде всего необходимо убедиться, что эти эксперименты не будут представлять угрозы существованию Земли. Вопрос безопасности БАК был подробно изучен специальной группой учёных (LHC Safety Assessment Group, например работа [3]). Было показано, что опасные экзотические типы материи, в том числе стабильные микроскопические чёрные дыры, не могут рождаться в экспериментах БАК, так как их существование при энергиях ниже 14 ТэВ противоречит астрофизическим наблюдениям. В данной работе мы изучаем безопасность будущих коллайдеров с энергией 100 ТэВ и ограничиваем наше рассмотрение опасностью, связанной с микроскопическими чёрными дырами. Случай коллайдера с энергией 100 ТэВ значительно отличается от случая БАК, так как соответствующие астрофизические сценарии сильно меняются при переходе к более высоким энергиям.

Микроскопические чёрные дыры с массами менее 100 ТэВ могут существовать в теориях с дополнительными пространственными измерениями [4, 5, 6]. В этих теориях значение массы Планка в высших размерностях может достигать значений в несколько ТэВ. Существующие ограничения на параметры моделей с дополнительными пространственными измерениями получены из прямых измерений закона гравитации Ньютона на малых рас-

стояниях [7, 8], а также из поиска недостающей поперечной энергии джетов на БАК [9, 10]: радиус дополнительных измерений $R_D < 37 \mu\text{м}$ и масса Планка $M_D > 3.5 \text{ ТэВ}$. Минимальная масса чёрной дыры в теории с массой Планка M_D может быть найдена из условия, что энтропия чёрной дыры велика (см. [11]). В случае шести измерений масса чёрной дыры $M = 5M_D$ соответствует энтропии $S_{BH} \simeq 24$, что мы для определённости примем за нижнюю границу массы. Кроме того, в этой работе мы предполагаем, что отсутствует механизм излучения Хокинга [12]. Ввиду отсутствия экспериментальных данных о существовании процесса испарения чёрных дыр, а также отсутствия полностью разработанной и подтверждённой теории чёрных дыр, при анализе безопасности необходимо учитывать худшую ситуацию, в которой чёрные дыры рождаются стабильными. Существует также вопрос, теряют ли рождающиеся вообще говоря с ненулевыми зарядами чёрные дыры свой заряд сразу (через механизм Швингеровской разрядки [13]), либо они остаются заряженными. Гипотетически, Швингеровская разрядка может происходить даже при отсутствии Хокинговского излучения (см. обсуждение в [14]), поэтому при оценке безопасности необходимо рассмотреть оба случая.

В нашей работе мы часто пользуемся методами, изложенными в работе [14], изучающей безопасность БАК в контексте образования стабильных микроскопических чёрных дыр. Мы предлагаем улучшенный метод подсчёта числа чёрных дыр, накопившихся на Земле за время работы будущего высокоэнергетического коллайдера. Помимо этого, мы изучаем некоторые астрофизические механизмы образования чёрных дыр, которые не были рассмотрены в [14] и которые позволяют получить модельно-независимые ограничения.

1. ВРЕМЕНА АККРЕЦИИ

Рассмотрим действие гравитационного поля в D измерениях с общей компактной метрикой $g_{mn}(y)$ и параметром A (warping factor, далее параметр искривления):

$$S = \frac{1}{8\pi G_D} \int d^D x \sqrt{-g} \cdot \frac{1}{2} R, \quad (1.1)$$

$$ds^2 = e^{2A(y)} dx^\mu dx_\mu + g_{mn}(y) dy^m dy^n, \quad (1.2)$$

где x^μ обычные координаты Минковского (здесь и далее используется система единиц $\hbar = c = k_B = 1$). Радиус дополнительных измерений связан с массой Планка M_D следующим образом:

$$\frac{M_4^2}{M_D^2} \simeq (R_D M_D)^{D-4} \cdot e^{2\Delta A}, \quad (1.3)$$

где $M_4 = 2.4 \cdot 10^{15}$ ТэВ, ΔA – разница в параметре искривления A между областью, где он максимален, и областью Стандартной модели. В случае $D = 5$ и $A = 0$ масса Планка $M_D \sim 10$ ТэВ даёт значение $R_D \sim 10^7$ км, что очевидно исключено экспериментом. В теориях с большим числом дополнительных измерений R_D уменьшается при увеличении D и $R_6 \sim 5 \mu m$ уже меньше, чем существующие экспериментальные ограничения на R_D .

Чтобы выяснить, могут ли представлять опасность чёрные дыры в некоторой теории, нужно рассчитать время, за которое в данной теории чёрная дыра вырастает до макроскопических масштабов. Аккреция стабильных микроскопических чёрных дыр была подробно изучена в работе [14]. Было показано, что существуют три различные фазы аккреции: субъядерная, субатомная и макроскопическая. В случае большого числа дополнительных измерений мы пренебрегаем субъядерной фазой (так как нам достаточно

оценки времени аккреции снизу), в случае $D = 5$ или 6 начальный радиус захвата уже больше, чем размер ядра, поэтому субъядерная фаза не влияет на время аккреции. Четырёхмерная аккреция осуществляется гораздо медленнее, чем аккреция в теориях с дополнительными измерениями, за счёт огромного значения M_4 , поэтому меньшие значения R_D влекут большие времена аккреции (так как переход к четырёхмерной гравитации происходит ранее). Таким образом, самые малые времена аккреции получаются в случае $\Delta A = 0$.

Ограничения на времена аккреции Земли для теорий с $D = 5 - 11$ представлены в таблице 1. Радиус захвата в случае фазы макроскопической аккреции называется радиусом Бонди R_B , радиус R_C обозначает радиус кроссовера, при котором многомерная сила гравитации равна четырёхмерной. Времена аккреции зависят от свойств вещества, из которого состоит Земля. Следуя авторам работы [14], мы параметризуем эту зависимость температурой Дебая T_{Deb} , которая принимает значения около 400 К для веществ из состава Земли, а также величинами $\chi \simeq 1$ и λ_D ($4 \leq \lambda_4 < 18$, $3 < \lambda_D < 6.6$). Из таблицы можно видеть, что в теориях с семью и более дополнительными измерениями характерные времена аккреции больше времени жизни Солнечной системы. В случае пяти и шести измерений мы получили времена аккреции $t \gtrsim 10^5 - 10^6$ лет, что не очень много с геологической точки зрения. Случай $D = 5$ требует специфических параметров модели:

$$19 - 1.5 \ln \frac{M_5}{M_0} < \Delta A < 24 - 1.5 \ln \frac{M_5}{M_0}, \quad (1.4)$$

где $M_0 = 1$ ТэВ, а границы изменения ΔA определяются экспериментальным ограничением на максимальное значение R_D и условием, что время аккреции меньше времени жизни Солнечной системы. Дальнейшие результаты слабо зависят от конкретного значения $D = 5$ или 6 , и, так как теория с $D = 5$ требует очень тонкой настройки, мы ограничили наше рассмотрение случаем с двумя дополнительными пространственными измерениями. Ограничение снизу на полное время роста чёрной дыры внутри Земли как

функция массы Планка в этом случае изображено на Рис. 1.

Фазы	Субатомная	Макроскопическая		
		$a \lesssim R_B \lesssim R_D$	$R_D \lesssim R_B \lesssim R_C$	$R_B > R_C$
$D = 5,$ $\Delta A \sim f(M_5)$	$t \gtrsim 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_5^3 \text{ с}$	$t \lesssim 3.6 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\lambda_5} m_5^3 \text{ с}$	$t > 3 \cdot 10^5 \text{ лет}$	$t \sim 3 \cdot 10^5 \text{ лет}$
$D = 6$	$t \gtrsim 4.5 \cdot 10^3 \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_6^4 \text{ с}$	$t = 5.5 \cdot 10^4 \frac{1}{\lambda_6} m_6^2 \text{ лет}$	$t = 2.4 \cdot 10^5 \frac{1}{\lambda_6} m_6^2 \text{ лет}$	$t = 9.7 \cdot 10^4 \frac{1}{\lambda_4} m_6^2 \text{ лет}$
$D = 7$	$t \gtrsim 3.0 \cdot 10^{11} \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_7^5 \text{ с}$	$t = 8.6 \cdot 10^8 \frac{1}{\lambda_7} m_7^{5/3} \text{ лет}$	$t = 9.1 \cdot 10^9 \frac{1}{\lambda_7} m_7^{5/3} \text{ лет}$	$t = 1.3 \cdot 10^{10} \frac{1}{\lambda_4} m_7^{5/3} \text{ лет}$
$D = 8$	$t \gtrsim 5.4 \cdot 10^6 \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_8^{-3/2} \text{ лет} + t'$	$t = 1.2 \cdot 10^{12} \cdot \frac{1}{\lambda_4} \text{ лет} \quad (a < R_B < 2a)$		
$D = 9$	$t \gtrsim 2.0 \cdot 10^4 \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_9^{-7/5} \text{ лет} + t'$			
$D = 10$	$t \gtrsim 2.2 \cdot 10^2 \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_{10}^{-4/3} \text{ лет} + t'$			
$D = 11$	$t \gtrsim 4.8 \cdot \frac{T_4^2}{\chi} m_{11}^{-9/7} \text{ лет} + t'$			

$f(M_5) = 19 - 1.5 \ln m_5$, $t' = 3.1 \cdot 10^{11} \cdot \frac{T_4^2}{\chi} \text{ лет}$, $m_D = M_D/M_0$, $M_0 = 1 \text{ ТэВ}$, $T_4 = T_{Deb}/400 \text{ К}$, $a = 1 \text{ \AA}$,
 $\chi \simeq 1$, $4 \leq \lambda_4 < 18$, $3 < \lambda_D < 6.6$, ΔA - параметр искривления

Таблица 1 – Времена аккреции стабильных микроскопических чёрных дыр внутри Земли. Аккреция разделена на субатомную и макроскопическую фазы.

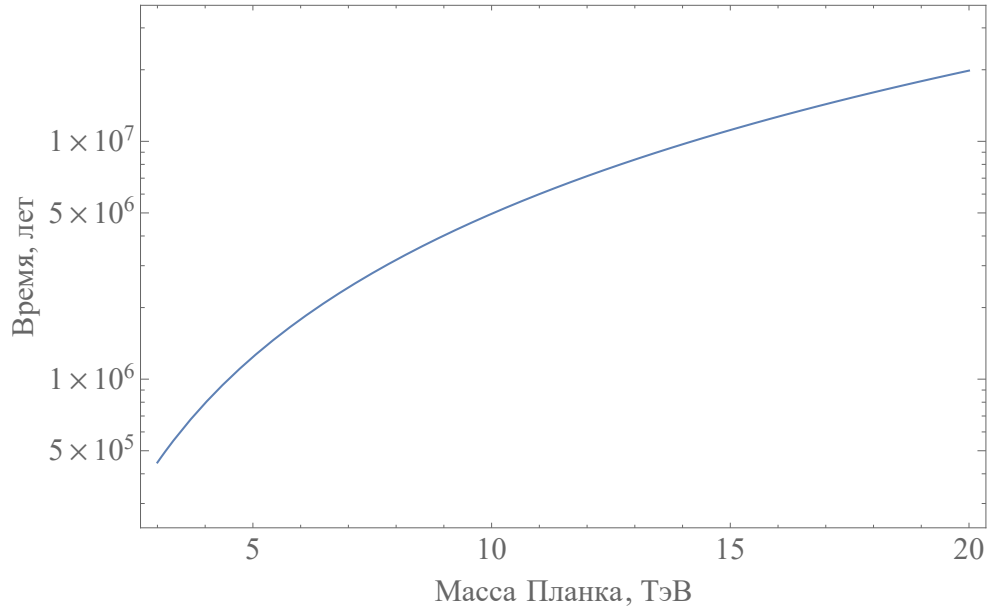


Рисунок 1 – Ограничение снизу на время разрушения Земли в теориях с $D = 6$ измерениями в зависимости от массы Планка

2. ЧЁРНЫЕ ДЫРЫ НА ЗЕМЛЕ

2.1 Образование чёрных дыр на коллайдере

Сечение образования чёрной дыры в столкновениях протонов с энергией 100 ТэВ согласно теореме факторизации равно:

$$\sigma_{BH}(M > M_{min}) = \sum_{ij} \int_{\tau_{min}}^1 d\tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_i(x) f_j(\tau/x) \sigma'(\sqrt{s'}), \quad (2.1)$$

где $f_i(x)$ – партонные функции распределения (мы используем функции CT14qed [15]), $\tau_{min} = \frac{M_{min}^2}{y^2 s}$, $M_{min} = 5M_6$, $\tau = x_1 x_2$, $s' = s \cdot \tau$, и $y \simeq 0.5 - 0.7$ – параметр неупругости (см. [16]). Двойная сумма предполагает суммирование по всем парам партонных. Сечение в случае столкновения двух партонных равно:

$$\sigma'(\sqrt{s'}) = \pi R^2(\sqrt{\tau s})/4, \quad R(\sqrt{\tau s}) = \frac{1}{M_6} \cdot \left(\frac{3\sqrt{\tau s}}{4M_6} \right)^{1/3}, \quad (2.2)$$

R – радиус Шварцшильда. Мы считаем, что образование чёрной дыры возможно только при столкновении партонных, характеризующемся прицельным параметром $b < 0.5R$, следуя работе [17]. Функции распределения партонных нужно брать на масштабе $Q \sim 1/R$, как обсуждается в работе [11]. Число чёрных дыр, рождённых на будущем коллайдере с энергией 100 ТэВ (энергия в системе центра масс $\sqrt{s} = 100$ ТэВ, интегральная светимость $L \sim 10^4$ фмб⁻¹), изображено как функция M_6 на Рис. 2.

2.2 Расчёт фактора подавления

В среднем чёрные дыры будут рождаться со скоростями, гораздо большими, чем вторая космическая скорость, поэтому только малая доля чёрных дыр будет оставаться на Земле. Чтобы рассчитать эту долю, нам нужно

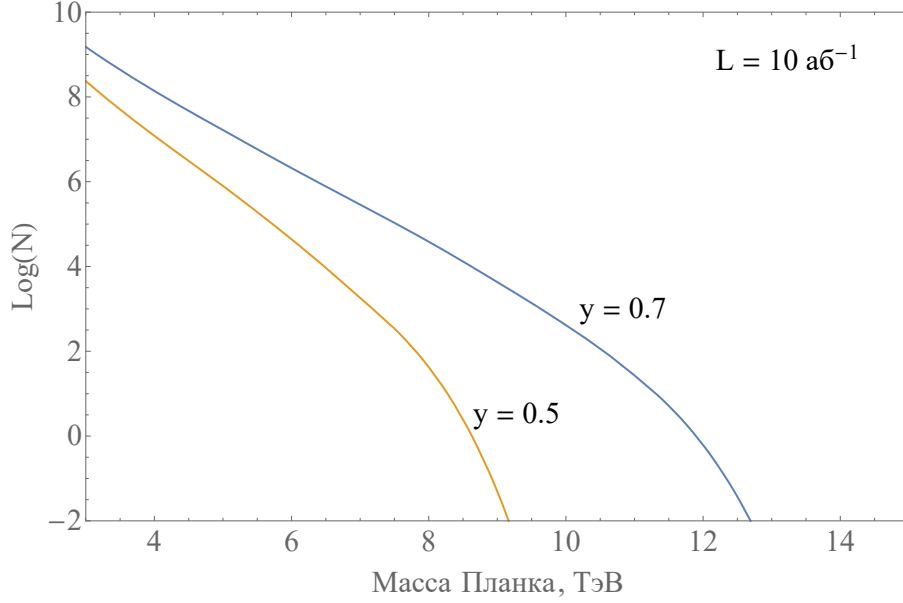


Рисунок 2 – Число чёрных дыр, рождённых в течение всего времени работы будущего коллайдера с энергией 100 ТэВ и интегральной светимостью $L = 10 \text{ аб}^{-1}$ в теориях с шестью измерениями, массами Планка 3 – 15 ТэВ и для двух значений параметра неупругости $y = 0.5$ и $y = 0.7$

знать распределение партонов не только по продольным импульсам, которое даётся стандартными функциями распределения партонов, но ещё и распределение по их поперечным импульсам, поэтому мы используем функции распределения партонов, зависящие от поперечного импульса (ТМДPDF) $g_i(x, k)$ из библиотеки `tmdlib-1.0.7` [18]. Согласно ТМД-факторизации [19], сечение образования чёрной дыры (с массой больше M , продольным импульсом меньше p и поперечным импульсом меньше k) даётся формулой:

$$\sigma_{BH}(M, p, k) = \frac{1}{2\pi} \sum_{ij} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{R(p, k, \alpha)} dk_1 dk_2 dx_1 dx_2 \cdot g_i(x_1, k_1) g_j(x_2, k_2) \sigma(x_1, x_2), \quad (2.3)$$

$$\sigma(x_1, x_2) = \frac{\pi}{4M_6^2} \cdot \left(\frac{3\sqrt{x_1 x_2 s}}{4M_6} \right)^{2/3}, \quad (2.4)$$

$$R(p, k, \alpha) = \left\{ \frac{M}{\sqrt{s}} \leq x_1, x_2 \leq 1, \frac{\sqrt{s}}{2} |x_1 - x_2| \leq p, \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2k_1 k_2 \cos \alpha} \leq k \right\}. \quad (2.5)$$

На данный момент предположим, что чёрные дыры лишены заряда. Нейтральные чёрные дыры замедлятся в Земле за счёт аккреции и гравитационного рассеяния. Этот процесс был подробно изучен в работе [14], где была посчитана максимальная скорость чёрной дыры, необходимая ей, чтобы остановиться внутри Земли. В нашем случае ($D = 6$):

$$v_{max} = 11.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{l}{d} \left(\frac{M_0}{M_6} \right)^{8/3} \left(\frac{M_0}{M} \right)^{1/3}, \quad (2.6)$$

где l – длина пути, преодолеваемого чёрной дырой внутри Земли, d – средний диаметр Земли, $M_0 = 1$ ТэВ. В некоторых случаях эта скорость оказывается больше второй космической. Заметим, что $l/d = v_r/v$, отношение радиальной (направленной к центру Земли) скорости чёрной дыры к её полной скорости; $v_r = (k/M) \cos \phi$, где ϕ – угол между направлением на центр Земли и поперечным импульсом, $-\pi/2 < \phi < \pi/2$, скорости нерелятивистские. Теперь можно записать условие того, что чёрная дыра будет захвачена Землёй:

$$\begin{aligned} v < \max [v_{max}, v_{esc}] &\Rightarrow p^2 + k^2 < \\ &< \max \left[11.2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{M_0}{M_6} \right)^{8/3} \left(\frac{M_0}{M} \right)^{1/3} kM \cos \phi, \quad M^2 v_{esc}^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Таким образом, доля захваченных Землёй чёрных дыр (фактор подавления) равна:

$$s(M_6) = \frac{1}{2\pi\sigma_{tot}(M_6)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \int_{D(M_6, \phi)} \left| \frac{d^3\sigma_{BH}(M_6)}{dpdkdM} \right| dpdkdM, \quad (2.8)$$

где область $D(M_6, \phi)$ определяется неравенством (2.7), а полное сечение $\sigma_{tot}(M_6)$ – уравнением (2.1). Значения фактора подавления приведены на Рис. 3. Число захваченных Землёй чёрных дыр в случае интегральной светимости $L = 10$ аб⁻¹ как функция массы Планка приведено на Рис. 4.

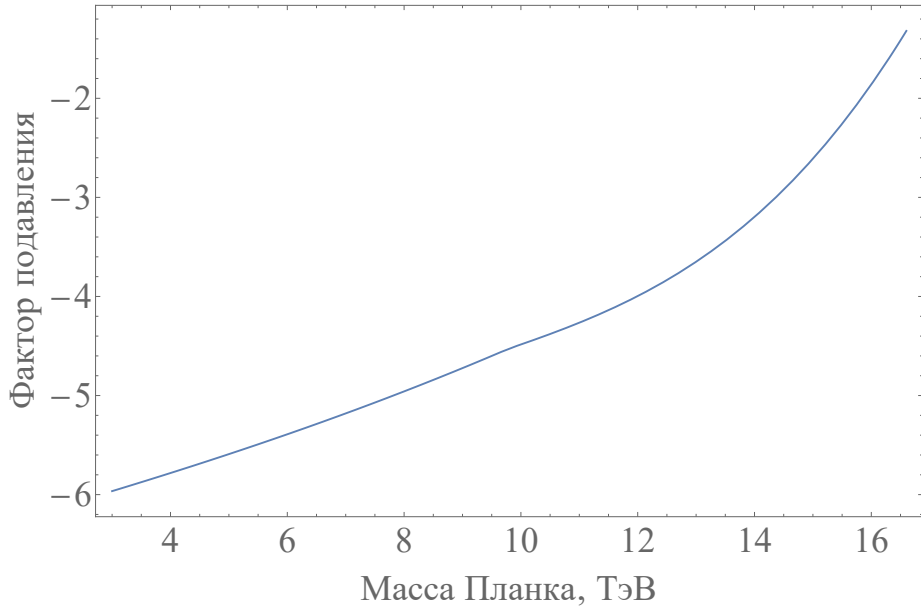


Рисунок 3 – Доля нейтральных чёрных дыр (логарифмический масштаб), образованных на будущем коллайдере с энергией 100 ТэВ и захваченных Землёй, в теориях с 6 измерениями

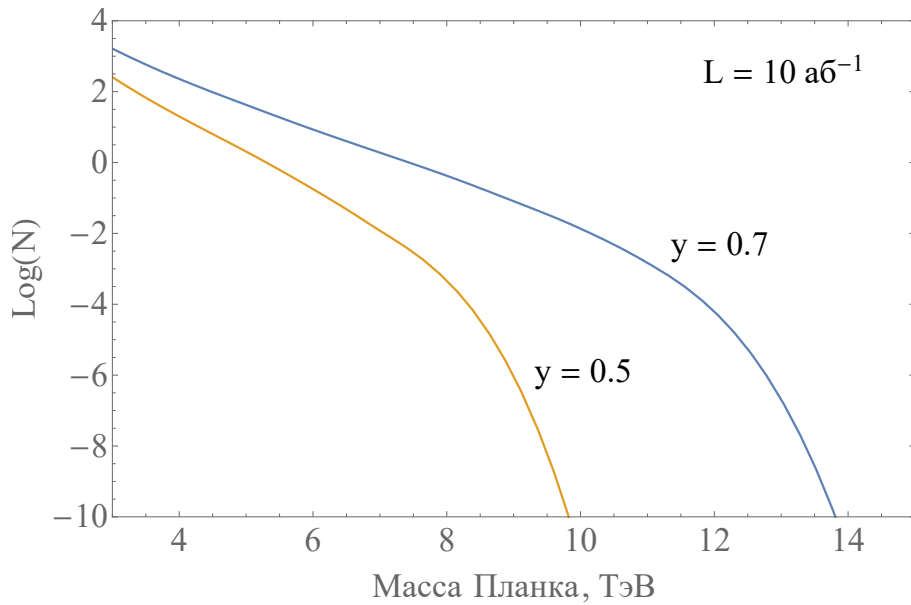


Рисунок 4 – Количество нейтральных чёрных дыр, застрявших в Земле за время работы будущего коллайдера с энергией 100 ТэВ (интегральная светимость $L = 10 \text{ аб}^{-1}$, учтён фактор подавления \mathcal{U}_r . (2.8)), для двух значений параметра неупругости $y = 0.5$ и $y = 0.7$

3. АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

3.1 Общие соображения

Допустим, микроскопические чёрные дыры могут быть рождены на коллайдере. В этом случае чёрные дыры рождались бы во Вселенной в природных процессах, в результате взаимодействий высокоэнергетических космических лучей с веществом. В этой главе мы исследуем вопрос, не вступают ли такие процессы в противоречие с наблюдениями долгоживущих плотных астрофизических объектов, которые должны бы были быстро разрушаться из-за аккреции захваченных ими чёрных дыр. Рассмотрим различные астрофизические объекты с точки зрения захвата чёрных дыр. Теория замедления микроскопических чёрных дыр в небесных телах была разработана авторами статьи [14]. Было посчитано, что Земля не может захватывать ни нейтральные, ни заряженные (с массами более 7 ТэВ) релятивистские чёрные дыры (мы рассматриваем чёрные дыры, образующиеся в столкновениях высокоэнергетических космических лучей с некоторыми медленными объектами), в то время как Солнце может захватить заряженные релятивистские чёрные дыры с массами более 100 ТэВ, но не может остановить нейтральные релятивистские чёрные дыры. Помимо этого, было посчитано общее выражение для колоночной плотности, необходимой для остановки нейтральной чёрной дыры с массой M . В нашем случае ($D = 6$) требуемая плотность равна:

$$\delta_{min} = 0.27 \cdot \left(\frac{M_6}{M_0}\right)^3 \left(\frac{\gamma_i M}{M_6}\right)^{1/3} M_0^3, \quad (3.1)$$

где $M_0^3 = 4.6 \cdot 10^{12}$ г/см², γ_i – начальный Лоренц-фактор чёрной дыры. Рассмотрим ядро с числом нуклонов A и высокой энергией E , ударяющее по нуклону-мишени. Начальная энергия образующейся чёрной дыры рав-

на $\gamma_i M = yxE/A$ (y – параметр неупругости, x – доля импульса нуклона в системе центра масс, которую несёт налетающий партон). Условие на колоночную плотность δ , требуемую для захвата чёрной дыры:

$$\delta > \delta_{min} \Rightarrow xE < \left(\frac{\delta}{0.27M_0^3} \right)^3 \left(\frac{M_0}{M_6} \right)^9 \cdot M_6 \cdot \frac{A}{y}. \quad (3.2)$$

Колоночная плотность белого карлика с массой $M_{WD} = 1.2M_\odot$ вдоль диаметра равна $\delta_{WD} = 3.8 \cdot 10^{16}$ г/см² (см. [14]), та же величина в случае нейтронной звезды равна $\delta_{NS} \sim 10^{20}$ г/см². Согласно Ур. (3.2), нейтронная звезда способна захватить все падающие на неё чёрные дыры (E ограничено сверху значением около 10^8 ТэВ, и условие захвата никогда не нарушается), тогда как белый карлик может захватить лишь малую их долю.

Существует несколько механизмов, которые могут обеспечить рождение большого количества микроскопических чёрных дыр. Наиболее эффективный из них – столкновение высокоэнергетических космических лучей с поверхностью плотных звёзд. Однако, рассматривая этот механизм, необходимо учесть большие магнитные поля плотных звёзд, которые приводят к значительным потерям энергии космическими лучами на синхротронное излучение. Этот вопрос был рассмотрен в приложении G к работе [14]. Было показано, что магнитное поле препятствует проникновению к поверхности звезды космических лучей с энергией больше E_{max} :

$$E_{max} \simeq 1.8 \cdot 10^{17} \text{эВ} \cdot \frac{A^4}{Z^4} \frac{10 \text{ км}}{R} \left(\frac{10^8 \text{ Гс}}{B \sin \theta} \right)^2, \quad (3.3)$$

где Z – заряд налетающего ядра, R – радиус звезды, и θ – угол между импульсом налетающего ядра и магнитной осью звезды. Магнитное поле оказывается несущественным в случае белых карликов, магнитное поле которых на полюсе равно $B \sim 10^5$ Гс ($E_{max} \gtrsim 10^{20}$ эВ), но играет важную роль в случае нейтронных звёзд, для которых наименьшее детектированное магнитное поле равно $B \simeq 7 \cdot 10^7$ Гс [20].

3.2 Ограничения, связанные с белыми карликами

Поток чёрных дыр, образованных в результате ударов космических лучей о поверхность белого карлика, можно рассчитать по формуле:

$$\phi_{BH} = b \int_{E_{min}}^{E_{max}} A(E) J(E) dE \sum_{ij} \int_{\tau_{min}}^1 d\tau \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_i(x) f_j(\tau/x) \sigma'(\sqrt{s'}), \quad (3.4)$$

где $b = 1/\sigma_{NN}$, $\sigma_{NN} = 100$ мб – полное нуклон-нуклонное неупругое сечение, $E_{min} = \min[M_{min}^2 A / (2m_p y^2)] = 7 \cdot 10^5$ ТэВ, $E_{max} = 2 \cdot 10^8$ ТэВ, $y = \max[0.5, M_{min}/100 \text{ ТэВ}]$, $\tau_{min} = M_{min}^2 A / (2m_p y^2 E)$, $J(E)$ – энергетический спектр космических лучей, измеренный обсерваторией Оже [21]. Зависимость среднего массового числа A от энергии E также была взята из работы [21] (мы провели интерполяцию данных Оже и усреднили по двум моделям адронных взаимодействий EPOS-LHC и QGSJetII-04). В случае белых карликов получающиеся ограничения на массу Планка слабо зависят от состава космических лучей: количество рождаемых чёрных дыр уменьшается с ростом A , но также и условие (3.2) становится менее жёстким и позволяет использовать для ограничений чёрные дыры с более высокими энергиями.

Полное число чёрных дыр, рождённых на поверхности белого карлика с радиусом R за время t , равно $N_{BH} = 4\pi R^2 \Omega t \cdot \phi_{BH}$, где телесный угол $\Omega = 2\pi$. Для того чтобы посчитать полное число чёрных дыр, захваченных белым карликом за время его жизни, нужно ограничить область интегрирования в Ур. (3.4) условием (3.2) и учесть уменьшение колоночной плотности δ для ненулевых значений угла падения космического луча α . Последнее можно осуществить, используя зависимость $\delta(\alpha)$ (Рис. 1, [14]). Подавляющее большинство захваченных чёрных дыр соответствуют малым углам α , поэтому с запасом можно принять $\delta = 0.8\delta_{WD}$ (мы уменьшили значение $0.9\delta_{WD}$ на 10%, чтобы учесть возможные систематические ошибки, см. [14]), тогда $1 - \cos \alpha < 0.01$. Рассчитанное число захваченных чёрных

дыр ($t = 10^9$ лет, $R = 5600$ км) приведено на Рис. 5 как функция M_6 , в случае усреднённого состава космических лучей $A(E)$ по данным Оже, а также для 100%, 50%, 10% доли протонов в космических лучах. Это число определяется лёгкими ядрами в составе космических лучей, поэтому наиболее консервативным является ограничение, основанное на усредненном составе. Можно видеть, что в теориях с $M_6 < 7.31$ ТэВ хотя бы одна чёрная дыра была бы захвачена белым карликом. Также видно, что это ограничение на M_6 не будет сильно улучшено, даже если удастся узнать точный состав высокоэнергетических космических лучей. Лучший для постановки ограничений на M_6 состав (100% p) приводит к совсем малому изменению: $M_6 < 7.43$ ТэВ.

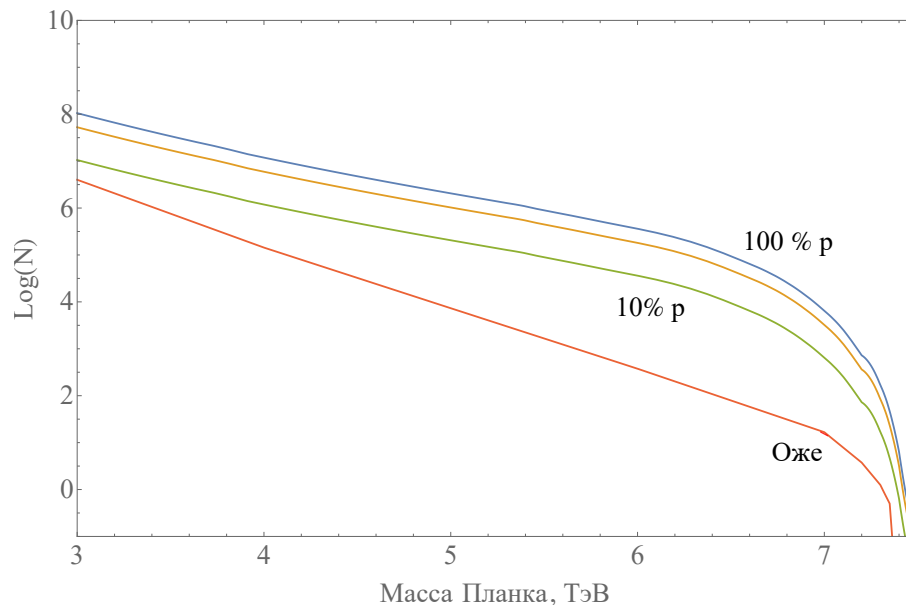


Рисунок 5 – Количество нейтральных чёрных дыр, захваченных белым карликом с радиусом 5600 км за 10^9 лет в случае различного состава космических лучей: 100% p, 50% p, 10% p, а также в случае состава, соответствующего данным Оже по среднему массовому числу

3.3 Ограничения, связанные с нейтронными звёздами

Рассмотрим теперь случай нейтронных звёзд. Так как высокоэнергетические космические лучи не могут достичь поверхности нейтронной звезды,

изучим другие механизмы рождения микроскопических чёрных дыр во Вселенной:

- образование чёрных дыр в столкновениях барионов за время жизни Вселенной. Чтобы получить модельно независимую оценку снизу, предположим, что поток космических лучей постоянен вплоть до красного смещения $z = 1$ (хотя на самом деле поток должен увеличиваться с ростом z). Также мы не учитываем процессы в ранней Вселенной, рассматривая красные смещения от $z = 1$ до $z = 0$. Поток чёрных дыр может быть получен из Ур. (3.4) заменой параметра b на следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 b &= \int_1^0 n(z) dt(z) = \int_0^1 n_0(1+z)^3 \frac{dz}{H_0(1+z)\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \\
 &= \int_0^1 \frac{n_0(1+z)^2 dz}{H_0\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}},
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

где $n_0 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-3}$ – плотность барионов в наше время, $H_0 = 68 \cdot \frac{\text{км/с}}{\text{Мпк}}$ – константа Хаббла, $\Omega_M = 0.31$, $\Omega_\Lambda = 0.69$ (см. [22]). Чтобы получить надёжные ограничения, положим $E_{max} = 5 \cdot 10^{19} \text{ эВ}$ в Ур. (3.4), рассматривая космические лучи до предела Грейзена-Зацепина-Кузьмина (ГЗК) [23, 24]. Для таких энергий длина пробега протонов составляет более 1 Гпк. Из Ур. (3.5) получаем значение $b = 4.6 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-2}$.

- рождение чёрных дыр в двойной системе из нейтронной звезды и красного гиганта: космические лучи рождают чёрные дыры при столкновении с красным гигантом, затем эти чёрные дыры попадают на нейтронную звезду; $b = 1/\sigma_{NN} = 10^{25} \text{ см}^{-2}$, однако $t \equiv \text{'FCE'} \lesssim 30 \text{ Млет}$ (см. [14], приложение Н), где $\text{'FCE'} = \int dt \cdot \frac{\Delta\Omega(t)}{4\pi}$, $\Delta\Omega(t)$ – телесный угол с вершиной в центре нейтронной звезды, перекрываемый звездой-компаньоном.

- рождение чёрных дыр при столкновении космических лучей с газом в галактике ($b = n_H$, где $n_H \sim 10^{21} \text{ см}^{-2}$ – усреднённая по Галактике колоночная плотность водорода).
- рождение чёрных дыр в Центральной Молекулярной Зоне нашей Галактики [25], $b = nL = 6 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-2}$, однако до сих пор в этой зоне не найдено ни одной долгоживущей нейтронной звезды (возраст нейтронных звёзд составляет всего $t = 10^4 - 10^5$ лет).

Первые три механизма дают более-менее одинаковые потоки чёрных дыр (второй в 6.5 раз больше первого, первый в 4.6 раз больше третьего), четвёртый механизм приводит к потокам, меньшим на 4-5 порядков. Однако, последний механизм может стать самым эффективным, если будут найдены старые миллисекундные пульсары в Центральной Молекулярной Зоне. Мы используем для постановки ограничений первый механизм, поскольку второй гораздо более модельно-зависим и приводит к большим систематическим ошибкам. Число чёрных дыр, захваченных нейтронной звездой ($t = 10^{10}$ лет, $R = 10$ км), приведено как функция M_6 на Рис. 6 для различных долей протонов в космических лучах. Максимальное значение M_6 , приводящее к захвату более одной чёрной дыры, равно 4.12 ТэВ в случае доли протонов 10%, 5.01 ТэВ в случае 50% протонного состава и 5.43 ТэВ в случае 100% протонного состава космических лучей. Мы ограничили энергию космических лучей сверху значением $5 \cdot 10^{19}$ эВ, поэтому лучший случай 100% р состава представляется вполне возможным. Худший результат, с максимальным значением M_6 около 3.5 ТэВ, получается при рассмотрении механизма непосредственного соударения космических лучей (кладём $A/Z \sim 2$) с поверхностью нейтронной звезды с минимальным магнитным полем $B = 7 \cdot 10^7$ Гс. Энергия космических лучей в этом случае меньше, чем $5.9 \cdot 10^6$ ТэВ, согласно условию (3.3); этой энергии недостаточно для образования чёрных дыр с большими массами. Магнитным полем можно пренебречь на полюсах, однако при высоких энергиях космических лучей

площадь поверхности, на которую они могут падать, крайне мала, и результирующий поток чёрных дыр меньше, чем в случае других механизмов.

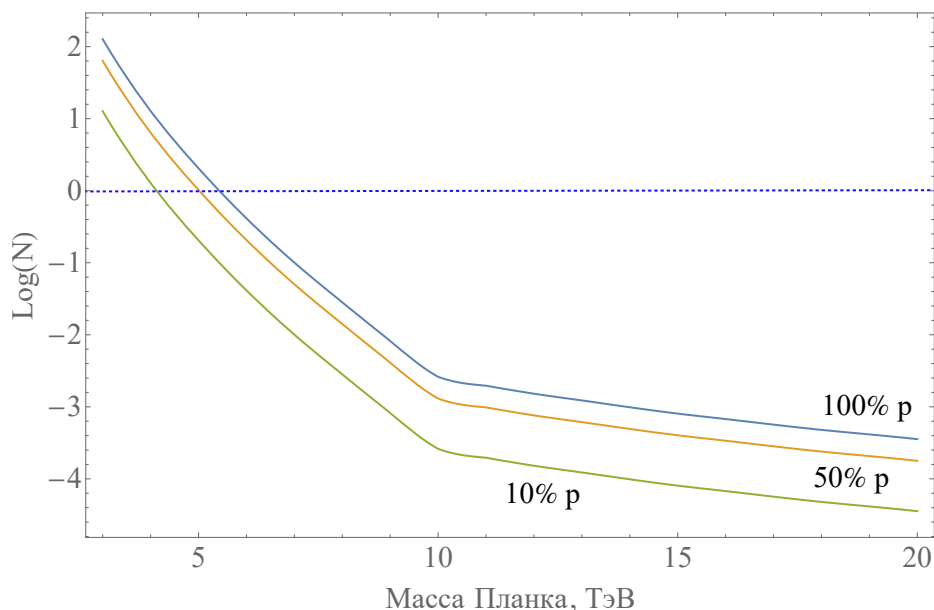


Рисунок 6 – Количество нейтральных чёрных дыр, захваченных нейтронной звездой с радиусом 10 км за 10^{10} лет, энергия космических лучей $E < 5 \cdot 10^{19}$ эВ, в случае различного состава космических лучей: 100% p, 50% p, 10% p

3.4 Заряженные чёрные дыры

До сих пор мы рассматривали нейтральные чёрные дыры. Заряженные чёрные дыры будут захватываться белым карликом независимо от их энергии за счёт электромагнитных взаимодействий. Для того чтобы получить число захваченных чёрных дыр, мы проводим те же вычисления, что и в случае нейтральных чёрных дыр, однако теперь не учитываем неравенство (3.2). В случае 100% протонного состава космических лучей число захваченных чёрных дыр превышает $6.6 \cdot 10^4$ вплоть до масс Планка 14 ТэВ. В теориях с массами Планка $M_D > 14$ ТэВ на коллайдере с энергией 100 ТэВ чёрных дыр образовываться не будет, см. Рис. 2. Таким образом, теории, в которых отсутствует механизм Швингеровской разрядки и в которых образуются чёрные дыры на коллайдере с энергией 100 ТэВ, приводят к числу захваченных белым карликом чёрных дыр, большому единицы, если доля

протонов в космических лучах с энергиями от $5 \cdot 10^{18}$ эВ до $5 \cdot 10^{19}$ эВ составляет по крайней мере $1.5 \cdot 10^{-5}$, что соответствует действительности согласно результатам Оже [21] и Telescope Array [26].

В работе [14] было показано, что чёрная дыра, захваченная нейтронной звездой, разрушит последнюю за очень короткое время по сравнению с наблюдаемым временем жизни нейтронных звёзд (в нашем случае время аккреции можно оценить сверху как $t_{acc} \lesssim 5.3 \cdot (M_6/M_0)^2$ мин < 1.5 дней). Белый карлик в нашем случае будет разрушен за время, не большее $t = 10^2 \cdot (M_6/M_0)^2$ лет $< 4 \cdot 10^4$ лет, которое также пренебрежимо мало по сравнению с наблюдаемыми возрастными белых карликов. Таким образом, астрофизические данные ставят жёсткие ограничения на рассматриваемые теории, запрещая образование стабильных заряженных микроскопических чёрных дыр, а также нейтральных микроскопических чёрных дыр в теориях с массами Планка $M_6 < 7.3$ ТэВ на коллайдерах с энергией 100 ТэВ.

3.5 Ограничения, связанные с астрофизическими нейтрино

Очень сильные астрофизические ограничения гипотетически могут быть получены из рассмотрения механизма образования микроскопических чёрных дыр, связанного со столкновениями высокоэнергетических нейтрино с поверхностью нейтронной звезды, см. приложение Е.3 к работе [14]. Известный эффект распада высокоэнергетических нейтрино в сильном магнитном поле на электрон и W-бозон [27, 28, 29, 30] в данном случае не влияет на получаемые ограничения, так как существует множество нейтронных звёзд с магнитными полями, гораздо меньше критического $B_{cr} = 4.4 \cdot 10^{13}$ Гс, в частности наименьшее наблюдаемое магнитное поле составляет $B \sim 7 \cdot 10^7$ Гс [20]. Для подсчёта числа чёрных дыр, захваченных нейтронной звездой, мы используем ограничение сверху на поток высокоэнергетических нейтрино

одного аромата [21]:

$$N(E) < 6.4 \cdot 10^{-9} \cdot E^{-2} \text{ ГэВ см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{ ср}^{-1}, \quad (3.6)$$

справедливое в интервале энергий $E = 0.1 - 25$ ЭэВ. Итоговые ограничения на число захваченных нейтронной звездой чёрных дыр за 10 миллионов лет представлены на Рис. 7. Вычисления были проведены по формуле, аналогичной Ур. (3.4):

$$N_{BH} = 2\pi St \int_{E_{min}}^{E_{max}} 3N(E)dE \sum_i \int_{x_{min}}^1 dx \cdot f_i(x) \cdot \frac{\sigma'(\sqrt{s'})}{\sigma'(\sqrt{s'}) + \sigma_{tot}(E)}, \quad (3.7)$$

где $s' = 2m_p E x$, $E_{min} = M_{min}^2 / (2m_p y^2)$ – порог образования чёрной дыры, $x_{min} = E_{min} / E$, $E_{max} = 25$ ЭэВ, σ_{tot} – полное нейтрино-нуклонное неупругое сечение, взятое из [31]. Для получения консервативного ограничения мы положили коэффициент неупругости $y = 0.5$. Число поколений нейтрино было учтено с помощью множителя 3 в подынтегральном выражении.

Таким образом, чтобы исключить возможность образования микроскопических чёрных дыр на коллайдере с энергией 100 ТэВ, достаточно экспериментально детектировать поток высокоэнергетических ($E > 10^5$ ТэВ) нейтрино, хотя бы даже на 8 порядков меньший существующего ограничения 3.6. К настоящему моменту энергия детектированных астрофизических нейтрино не превышает величины 10^4 ТэВ [32].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы изучили безопасность проектируемых коллайдеров с энергией 100 ТэВ в контексте образования стабильных микроскопических чёрных дыр в моделях с дополнительными пространственными измерениями. В моделях с семью и более измерениями при любом дозволённом выборе параметров чёрные дыры будут расти до макроскопических масштабов очень медленно: ограничение снизу на характерные времена аккреции

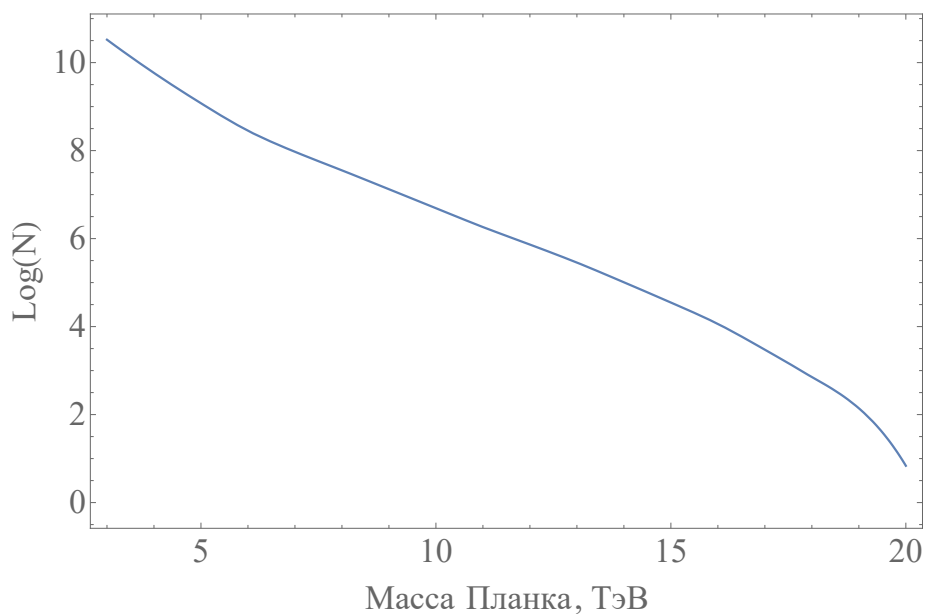


Рисунок 7 – Ограничение сверху на количество чёрных дыр, захваченных нейтронной звездой с радиусом 10 км за 10 миллионов лет в результате столкновения с ней высоко-энергетических нейтрино

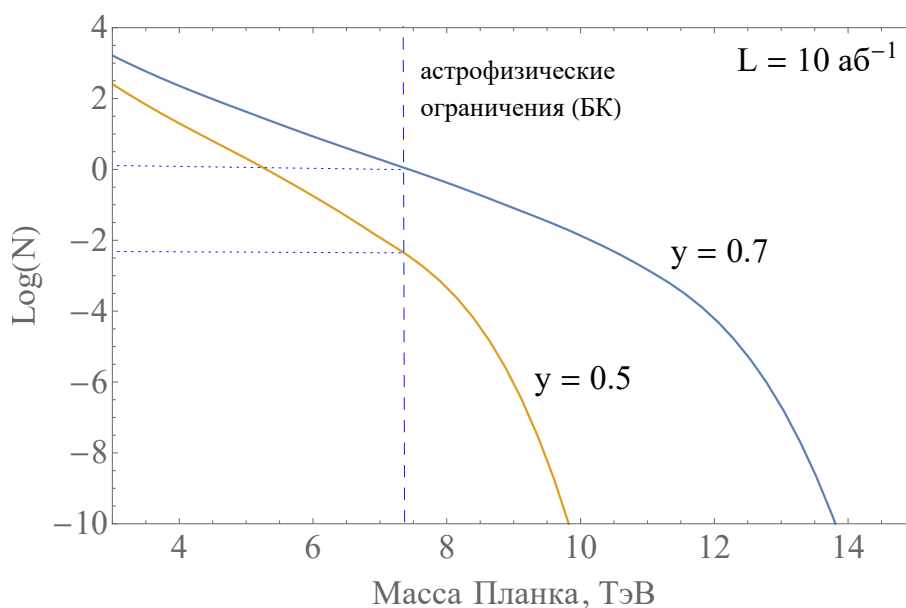


Рисунок 8 – Ограничение на число захваченных Землёй чёрных дыр, следующее из значений наблюдаемых возрастов белых карликов

больше времени жизни Солнечной системы. Теория с пятью измерениями может быть согласована с экспериментом и при этом приводит к временам аккреции, меньшим времени жизни Солнечной системы, только при тонкой настройке параметра A , см. неравенства (1.4), поэтому мы проводили исследование в случае теорий с шестью измерениями. Расчёт количества

нейтральных чёрных дыр, захваченных Землёй за время работы будущего коллайдера с энергией 100 ТэВ и интегральной светимостью $L = 10 \text{ аб}^{-1}$, и астрофизические ограничения, полученные из экспериментальных данных по возрастам белых карликов и нейтронных звёзд, показывают, что риски, связанные с нейтральными микроскопическими чёрными дырами, малы и что уже исключены любые риски, связанные с заряженными чёрными дырами. Как показано на Рис. 8, полученные астрофизические ограничения на массу Планка ограничивают количество захваченных Землёй нейтральных чёрных дыр числом, которое для большинства возможных значений параметров гораздо меньше единицы. Учитывая, что теория, в которой не только отсутствует Хокинговское излучение, но ещё и при этом присутствует механизм Швингеровской разрядки, совершенно неоправданна с теоретической точки зрения и что даже в такой теории наше рассмотрение позволяет образование одной чёрной дыры за время работы коллайдера только в очень узком диапазоне параметров, мы заключаем, что опасность, связанная с микроскопическими чёрными дырами на будущих коллайдерах, фактически отсутствует. В будущем наши оценки могут быть улучшены, если удастся детектировать старые нейтронные звёзды в Центральной Молекулярной Зоне, прояснить состав космических лучей до предела ГЗК или зарегистрировать поток астрофизических нейтрино с энергиями $E > 10^5 \text{ ТэВ}$. К тому же, менее мощные коллайдеры будущего, которые в любом случае не представляют никакой опасности, например Будущий Супер Протон-Протонный Коллайдер [33] с энергией 70 ТэВ и интегральной светимостью 30 аб^{-1} , могут улучшить ограничения на параметры теорий с дополнительными измерениями.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. <http://home.cern/topics/high-luminosity-lhc>.
2. <https://fcc.web.cern.ch/Pages/default.aspx>.
3. John R. Ellis, Gian Giudice, Michelangelo L. Mangano, Igor Tkachev, and Urs Wiedemann. Review of the Safety of LHC Collisions. *J. Phys.*, G35:115004, 2008.
4. Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and G. R. Dvali. The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Phys. Lett.*, B429:263–272, 1998.
5. Ignatios Antoniadis, Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos, and G. R. Dvali. New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV. *Phys. Lett.*, B436:257–263, 1998.
6. Lisa Randall and Raman Sundrum. A Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Phys. Rev. Lett.*, 83:3370–3373, 1999.
7. E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, B. R. Heckel, S. Hoedl, and S. Schlamminger. Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 62:102–134, 2009.
8. Jiro Murata and Saki Tanaka. A review of short-range gravity experiments in the LHC era. *Class. Quant. Grav.*, 32(3):033001, 2015.
9. Vardan Khachatryan et al. Search for dark matter, extra dimensions, and unparticles in monojet events in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. *Eur. Phys. J.*, C75(5):235, 2015.

10. Georges Aad et al. Search for new phenomena in final states with an energetic jet and large missing transverse momentum in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector. *Eur. Phys. J.*, C75(7):299, 2015. [Erratum: *Eur. Phys. J.* C75,no.9,408(2015)].
11. Steven B. Giddings and Scott D. Thomas. High-energy colliders as black hole factories: The End of short distance physics. *Phys. Rev.*, D65:056010, 2002.
12. S. W. Hawking. Particle Creation by Black Holes. *Commun. Math. Phys.*, 43:199–220, 1975. [167(1975)].
13. Julian S. Schwinger. On gauge invariance and vacuum polarization. *Phys. Rev.*, 82:664–679, 1951.
14. Steven B. Giddings and Michelangelo L. Mangano. Astrophysical implications of hypothetical stable TeV-scale black holes. *Phys. Rev.*, D78:035009, 2008.
15. Carl Schmidt, Jon Pumplin, Daniel Stump, and C. P. Yuan. CT14QED parton distribution functions from isolated photon production in deep inelastic scattering. *Phys. Rev.*, D93(11):114015, 2016.
16. Douglas M. Eardley and Steven B. Giddings. Classical black hole production in high-energy collisions. *Phys. Rev.*, D66:044011, 2002.
17. Steven B. Giddings. High-energy black hole production. *AIP Conf. Proc.*, 957:69–78, 2007.
18. F. Hautmann, H. Jung, M. Krämer, P. J. Mulders, E. R. Nocera, T. C. Rogers, and A. Signori. TMDlib and TMDplotter: library and plotting tools for transverse-momentum-dependent parton distributions. *Eur. Phys. J.*, C74:3220, 2014.

19. Ted C. Rogers. An Overview of Transverse Momentum Dependent Factorization and Evolution. *Eur. Phys. J.*, A52(6):153, 2016.
20. R N Manchester, G B Hobbs, A Teoh, and M Hobbs. The Australia Telescope National Facility pulsar catalogue. *Astron. J.*, 129:1993, 2005.
21. *The Pierre Auger Observatory: Contributions to the 34th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2015)*, 2015.
22. Peter A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *A&A*, A13:594, 2015.
23. K. Greisen. End to the Cosmic-Ray Spectrum? *Physical Review Letters*, 16:748–750, April 1966.
24. G. T. Zatsepin and V. A. Kuz'min. Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 4:78, August 1966.
25. M. Morris and E. Serabyn. The Galactic Center Environment. *ARA&A*, 34:645–702, 1996.
26. R. U. Abbasi et al. Study of Ultra-High Energy Cosmic Ray composition using Telescope Array's Middle Drum detector and surface array in hybrid mode. *Astropart. Phys.*, 64:49–62, 2015.
27. A. V. Borisov, V. Ch. Zhukovsky, A. V. Kurilin, and A. I. Ternov. RADIATIVE CORRECTIONS TO NEUTRINO MASS IN EXTERNAL ELECTROMAGNETIC FIELD. (IN RUSSIAN). *Yad. Fiz.*, 41:743–748, 1985.
28. Andrea Erdas and Marcello Lissia. High-energy neutrino conversion into electron W pair in magnetic field and its contribution to neutrino absorption. *Phys. Rev.*, D67:033001, 2003.

29. A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev, and A. V. Serghienko. High energy neutrino absorption by W production in a strong magnetic field. *Phys. Lett.*, B690:386–389, 2010.
30. Petr Satunin. A study of neutrino decay in magnetic field with the 'worldline instanton' approach. *JETP Lett.*, 101(10):657–663, 2015.
31. Raj Gandhi, Chris Quigg, Mary Hall Reno, and Ina Sarcevic. Neutrino interactions at ultrahigh-energies. *Phys. Rev.*, D58:093009, 1998.
32. M. G. Aartsen et al. First observation of PeV-energy neutrinos with IceCube. *Phys. Rev. Lett.*, 111:021103, 2013.
33. Jingyu Tang et al. Concept for a Future Super Proton-Proton Collider. 2015.