

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ  
«ВОЗМОЖНЫЕ ОБЪЯСНЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ  
ПРОЗРАЧНОСТИ ВСЕЛЕННОЙ»

Выполнил студент группы 243м  
Корочкин Александр Алексеевич

---

подпись студента

Научный руководитель:  
д.ф-м.н. Г.И. Рубцов

---

подпись научного руководителя

Допущен к защите <дата>

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
подпись зав. кафедрой

Москва  
2018 г.

# Содержание

1	Введение	2
2	Модель	5
3	Метод	14
4	Результаты и Выводы	17
5	Заключение	23

# 1 Введение

Внегалактическое фоновое излучение (ВФИ) представляет собой суммарное излучение все звезд и космической пыли, испущенное за все время существования Вселенной, в ультрафиолетовом, оптическом и инфракрасном диапазонах. В ультрафиолетовом и оптическом диапазонах основной вклад вносят звезды, тогда как в инфракрасной области спектр определяется излучением пыли. Изучение ВФИ является интересной задачей по нескольким причинам. Во-первых, происхождение ВФИ тесно связано с историей звездообразования и поэтому может пролить свет на детали эволюции Вселенной. Во-вторых, ВФИ участвует в процессе поглощения фотонов высоких энергий, идущих от далеких блазаров с образованием электрон-позитронных пар [1]. Для фотона с энергией 1 ТэВ сечение рождения электрон-позитронной пары становится максимальным при энергии фонового фотона, лежащей в инфракрасной области. Поэтому необходимо точное знание ВФИ и его эволюции для восстановления начальных спектров и понимания механизмов излучения далеких блазаров [2], [3].

Недавние исследования указывают на аномалии в восстановленных спектрах блазаров. Как было показано в [4, 5] даже использование самых консервативных моделей ВФИ приводит к брейкам в начальных спектрах, которые трудно объяснить внутренними особенностями блазаров. Так, положение брейка соответствует той энергии при которой становится заметно поглощение, и величина брейка тем больше, чем больше расстояние до блазара. Грубые оценки показывают, что для отсутствия брейков необходимо уменьшить значение фона примерно в два раза по сравнению с современными наиболее консервативными моделями. Возможность такого уменьшения ВФИ требует подробного анализа физических причин, ответственных за его формирование. Альтернативное объ-

яснение аномалии возможно при введении в рассмотрение гипотетических аксионо-подобных частиц [6], [7], [8] или с использованием новых астрофизических процессов [10], [11]. Последний класс моделей предполагает, что дополнительные фотоны высоких энергий появляются в каскадах от гамма-квантов или протонов сверхвысоких энергий, испущенных тем же источником.

Измерение ВФИ является трудной задачей, требующей развития как экспериментальных так и вычислительных методов. Экспериментальное измерение ВФИ является очень трудной задачей из-за доминирования Зодиакального света и излучения Галактики в тех же спектральных диапазонах. Все экспериментальные техники измерения можно разделить на две группы. В первом случае используется метод подсчета галактик. Он основан на глубоких и сверхглубоких обзорах неба. Итоговая величина ВФИ получается суммированием вкладов всех галактик, которые удалось разрешить, поэтому этот метод позволяет исключить ненужные фоновые вклады [12],[13]. С другой стороны, как следует из описания, этим методом можно оценить только нижнюю границу ВФИ из-за возможного неучтенного вклада слабых источников, лежащих за пределами чувствительности приборов, и неправильной оценки границ разрешенных объектов [14]. Другой способ состоит в использовании специальных моделей Зодиакального и Галактического излучения для введения соответствующих поправок. Результаты, полученные таким способом предсказывают ВФИ существенно выше, чем из метода подсчета галактик [15],[16].

Принципиально другой класс методов основан на численных расчетах ВФИ. Эти методы делятся на две группы, в соответствии с тем, какие базовые предположения лежат в их основе. В первой группе методов в качестве начальных данных используются современные светимости галактик. Затем, используя либо прямые наблюдения, либо косвенные оценки

эволюции светимости галактик, строятся предсказания ВФИ в прошлом [3], [22], [23], [24], [25], [26]. Стоит отметить, что данный метод использовался в самых первых работах по оценке ВФИ [17], [18], [19], [20]. Тем не менее, он не потерял актуальности и сейчас, ввиду недавних обзоров неба в инфракрасном и ультрафиолетовом диапазонах [21].

Второй путь численных расчетов ВФИ является наиболее трудным и фундаментальным. Стартуя с самых базовых предположений об эволюции Вселенной и развитии структур, этот метод позволяет понять глубинные причины, отвечающие за те, или иные особенности ВФИ [27], [2].

В данной работе мы придерживаемся второго сценария расчета ВФИ. Расчет основан на динамике звездообразования и эволюционных треках звезд. Целью работы было построение модели, явно зависящей от астрофизических параметров. Описание модели дано в разделе 2, а код программы расчета доступен по ссылке. Модель позволяет исследовать пространство параметров с помощью метода Монте Карло по схеме марковской цепи. Для этого в разделе 3 построена функция правдоподобия ВФИ основанная на современных ограничениях ВФИ снизу и сверху. Итоговые маргинальные распределения участвующих в модели параметров приведены в разделе 4. Показано, что несколько параметров, включая масштабный фактор скорости звездообразования и параметры гигантских молекулярных облаков существенно ограничены наблюдениями ВФИ. В качестве дополнительного теста проверена гипотеза о возможности такой настройки параметров ВФИ, при которой брейки в спектрах блазар отсутствуют. Краткая сводка результатов приведена в разделе 5

## 2 Модель

Целью работы является построение эмпирической модели образования и эволюции звезд и галактик. Построенная модель позволит напрямую вычислять спектр ВФИ. Как и любая другая, наша модель зависит от набора параметров, известных с различной степенью точности. Мы сделаем зависимость от всех параметров явной и затем исследуем пространство параметров с помощью метода Монте Карло по схеме марковской цепи.

Вначале рассмотрим вклад звезд в спектр ВФИ, а затем добавим поглощение и переизлучение света звезд пылью. Будем использовать стандартную космологическую  $\Lambda$ CDM модель для вычисления функциональных зависимостей между расстоянием  $r$ , красным смещением  $z$  и временем  $t$ .

$$r(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (1)$$

$$z(t) = \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{\frac{1}{3}} \left[\sinh\left(\frac{3}{2}\Omega_\Lambda^{\frac{1}{2}}tH_0\right)\right]^{-\frac{2}{3}} - 1, \quad (2)$$

где константа Хаббла  $H_0 = 67.8$  км/с/Мпк, плотность материи  $\Omega_m = 0.309$ , плотность темной энергии  $\Omega_\Lambda = 0.691$ , а  $c$  - скорость света. Параметры космологической модели измерены с большой точностью [28] и поэтому будут фиксированы в течение нашего исследования. Будем использовать начальную массовую (НМФ) функцию Шарбиера для описания распределения по массе молодых звезд [29]. Следуя за работой [2], будем считать, что НМФ не зависит от красного смещения:

$$\xi(m) = \begin{cases} \frac{C_{\text{imf}}}{m} e^{-\frac{(\log(m) - \log(m_0))^2}{2D}} & \text{if } m \leq 1, \\ km^{-a_{\text{imf}}} & \text{if } m > 1. \end{cases} \quad (3)$$

Массы звезд измеряются в единицах солнечной массы. Параметры  $m_0$ ,  $D$  и  $a$  будут в дальнейшем рассматриваться как настраиваемые и поэто-

му войдут в анализ с использованием марковской цепи. В тоже время  $C_{\text{imf}}$  и  $k$  определяются из условий нормировки и непрерывности. НМФ ограничена снизу минимальной массой  $m_{\text{min}} = 0.08$ . Если масса звезды будет меньше, чем  $m_{\text{min}}$ , то температура в ее недрах будет недостаточна для протекания термоядерных реакций. Верхняя граница в распределении масс, наоборот, является свободным параметром нашей модели. В целях удобства, мы будем использовать нормированную НМФ:

$$\int_{m_{\text{min}}}^{m_{\text{max}}} m \xi(m) dm = 1 \quad (4)$$

Масса звезд, рожденных при красном смещении  $z$  в единицу времени в единице объема определяется функцией скорости звездообразования (ФСЗ)  $\psi(z)$ . Мы будем использовать ФСЗ, полученную в работе [2]. Параметризуем ФСЗ масштабным фактором  $C_{\text{sfr}}$  так, что значение  $C_{\text{sfr}} = 1$  будет соответствовать оригинальной нормировке ФСЗ.

Чтобы определить спектр звезды массы  $m$  и возраста  $\eta$  вблизи поверхности мы применим эволюционные посчитанные в [30], которые позволяют узнать радиус  $R$ , температуру  $T$  и время жизни  $\eta_{\text{life}}$  звезды в зависимости от ее начальной массы и возраста. Обозначим такой спектр за  $B_s(\lambda, m, \eta, z = 0)$ , где последний аргумент означает красное смещение звезды.

$$B_s(\lambda, m, \eta, 0) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT(m,\eta)\lambda}} - 1} \quad (5)$$

Если мы рассмотрим такую же звезду, но расположенную на расстоянии  $r$ , то ее спектр изменится: уменьшится за счет геометрического фактора  $\left(\frac{R(\eta)}{r(z)}\right)^2$  и красного смещения. Красное смещение приводит к сдвигу длины волны с  $\lambda$  до  $\frac{\lambda}{1+z}$  и уменьшению потока в  $(1+z)^3$  раз. Первый фактор  $(1+z)$  отвечает за уменьшение энергии фотонов, второй за уменьшение числа регистрируемых фотонов в единицу времени и третий

возникает из-за уширения спектра. Итоговое выражение:

$$B_s(\lambda, m, \eta, z) = \left( \frac{R(m, \eta)}{r(z)} \right)^2 (1+z)^{-3} B_s\left(\frac{\lambda}{1+z}, m, \eta, z=0\right) \quad (6)$$

, где расстояние  $r(z)$  вычисляется с помощью (1).

Используя введенные определения, можно вычислить спектр галактики возраста  $\eta_g$ , находящейся при красном смещении  $z_g$ . Предположим, что звездообразование началось одновременно во всех галактиках в тот момент, когда возраст Вселенной равнялся  $t_i$ . В данный момент, процессы, происходящие во Вселенной возраста  $t_i$  наблюдаются с красным смещением  $z_i = z(t_i)$ . С учетом вышесказанного, получим, что возраст галактики выражается через ее красное смещение и  $z_i$ .

$$\eta_g = t(z_g) - t(z_i) \quad (7)$$

Функция  $t(z)$  является обратной к (2). Таким образом, для спектра галактики получаем:

$$G_s(\lambda, z_g) = \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} dm \int_0^{\eta_{\text{end}}(m)} d\eta' B_s(\lambda, m, \eta', z_g) \xi(m) \psi(t(z_g) - \eta') \quad (8)$$

Верхний  $\eta_{\text{end}}$  зависит от массы и определяется уравнением:

$$\eta_{\text{end}}(m) = \min(\eta_g, \eta_{\text{lifc}}(m)) \quad (9)$$

С другой стороны необходимо учитывать наличие пыли в галактиках и межгалактическом пространстве. Следуя работе [31], предположим, что звездообразование происходит только в гигантских молекулярных облаках, которые скрывают молодые звезды оболочкой пыли и газа. Частицы пыли состоят в основном из графита и силикатов, и поэтому име-



ют ненулевые коэффициенты поглощения в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах. Таким образом эти частички, нагретые излучением молодых звезд, будут переизлучать их свет в инфракрасном диапазоне.

Теперь рассмотрим модель излучения пыли. Следуя [31], предположим, что облака, в которых происходит звездообразование, имеют конечное время жизни  $\eta_c$ . Такие параметры облака, как плотность числа частиц и внешний радиус  $R_c$  остаются постоянными в течение всей жизни облака, тогда как температура различных компонент облака может меняться из-за эволюции звезд в центре. Более того, для простоты предположим, что плотность числа частиц постоянна для всего облака и определяется параметром  $n_d$ . Другие детали внутренней структуры облаков не важны для нашего исследования. По аналогии с [31] оптическая толщина будет рассматриваться как свободная величина, зависящая от двух параметров. Первый параметр - нормировка, которая означает оптическую толщину на длине волны  $\lambda_0 = 5500 \text{ \AA}$ , а второй параметр определяет зависимость оптической толщины от длины волны. Таким образом, оптическая толщина для произвольной длины волны равна

$$\tau(\lambda) = \tau_{\lambda_0} \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{-n} \quad (10)$$

Предположим, что звездообразование происходит в центре облака, так что существует некоторый радиус  $\rho \ll R_c$ , который определяет границы области звездообразования. Все молодые звезды расположены внутри воображаемой сферы  $S^{\text{in}}$  радиуса  $\rho$ . Прежде всего вычислим спектр  $B_c(\lambda, \eta, \rho)$  молодых звезд возраста  $\eta$  на границе сферы  $S^{\text{in}}$ . На это шаге пренебрежем поглощением и зависимостью от красного смещения.

$$B_c(\lambda, \eta, \rho) = \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} dm \int_0^{\eta_{\text{cend}}(m)} d\eta' \left( \frac{R(\eta')}{\rho} \right)^2 \times \quad (11)$$

$$B(\lambda, m, \eta', z=0) \xi(m) \psi_c(\eta')$$

где  $\eta_{\text{cend}}(m) = \min(\eta_c, \eta_g, \eta_{\text{life}}(m))$  по аналогии с (9) и  $\psi_c(\eta)$  определяет массу материи, переходящую в звезды в облаке возраста  $\eta$  в единицу времени. Тогда полная масса газа  $M_0$ , преобразованного в звезды за все время жизни облака определяется интегралом

$$\int_0^{\eta_c} \psi_c(\eta') d\eta' = M_0 \quad (12)$$

Для простоты предположим, что  $\psi_c(\eta)$  является константой во времени, поэтому

$$\psi_c = \frac{M_0}{\eta_c} \quad (13)$$

С другой стороны,  $\psi_c$  прямо пропорционально  $\psi(t)$  с коэффициентом  $n_{\text{cl}}(t)$ , который обозначает количество облаков в единице объема.

$$n_{\text{cl}}(t) = \frac{\psi(t)}{\psi_c} = \frac{\psi(t)\eta_c}{M_0} \quad (14)$$

Уравнение (14) будет использовано для вычисления спектра молодых звезд в галактике. Применяя (10), можно получить выражение для спектральной плотности на расстоянии  $r$  от центра облака.

$$B_c(\lambda, \eta, r) = \left( \frac{\rho}{r} \right)^2 e^{-\tau_{\lambda_0} \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{-n}} B_c(\lambda, \eta, \rho) \quad (15)$$

где снова не учитывалось красное смещение. Получаем, что  $B_c(\lambda, \eta, R_c)$  определяет вклад звезд в спектр облака на его границе. Полный спектр облака содержит дополнительный вклад пыли. Опишем предположения,

характеризующие свойства пыли. Следуя [32], частички пыли будем считать сферическими, с размером  $a$ , распределенным по степенному закону:

$$dn(a, a + da) = C_d a^{-n_{\text{dust}}} da \quad (16)$$

Начальное значение наклона распределения  $n_{\text{dust}} = 3.5$ . Так как размеры частиц ограничены, то распределение также должно быть ограничено сверху и снизу минимальным размером  $a_{\text{min}} = 5$  нм и максимальным  $a_{\text{max}} = 500$  нм. Предположение о постоянстве плотности числа частиц в облаке позволяет явно вычислить нормировочную константу распределения  $C_d$ .

$$C_d = \frac{(n_{\text{dust}} - 1)n_d}{a_{\text{min}}^{-n_{\text{dust}}+1} - a_{\text{max}}^{-n_{\text{dust}}+1}} \quad (17)$$

Равновесная температура  $T_d(a, r)$  частиц пыли размера  $a$  на расстоянии  $r$  от центра облака может быть найдена решением уравнения теплового баланса:

$$\pi a^2 \int_0^{\infty} Q_{\text{abs}}^a(\lambda) B_c(\lambda, \eta, r) d\lambda = 4\pi a^2 \int_0^{\infty} Q_{\text{abs}}^a(\lambda) B_{\text{Pl}}(\lambda, T_d(a, r, \eta)) \quad (18)$$

где коэффициенты поглощения и излучения для частицы размером  $a$  равны по закону Кирхгофа и обозначаются  $Q_{\text{abs}}^a(\lambda)$ .  $B_{\text{Pl}}(\lambda, T_d(a, r, \eta))$  выражает закон излучения Планка.

Для получения полного вклада пыли, полученное выражение необходимо проинтегрировать по размеру частиц и расстоянию от центра  $r$ . Итоговая формула для вычисления спектра пыли:

$$B_d(\lambda, \eta) = \int_{\rho}^{R_{\text{out}}} dr 4\pi r^2 \times \int_{a_{\text{min}}}^{a_{\text{max}}} da \left(\frac{a}{R_{\text{out}}}\right)^2 C_d a^{-n_{\text{dust}}} Q_{\text{abs}}^a(\lambda) B_{\text{PI}}(\lambda, T_d(a, r, \eta)) \quad (19)$$

В среднем инфракрасном диапазоне основной вклад в спектр дают молекулы полициклических ароматических углеводородов (ПАУ), которые поглощают излучение звезд и переизлучают на определенных частотах. Соответствующее сечение  $\sigma$ , константа уширения  $\gamma$  и энергия обрезания  $\lambda_c$  предполагающие лоренцевский профиль излучения хорошо известны. Спектр ПАУ равен:

$$B_{\text{PAH}}(\lambda, \eta) = \int_{\rho}^{R_{\text{out}}} dr 4\pi r^2 \times n_{\text{PAH}} \int_{\lambda_c}^{\infty} d\lambda' B_c(\lambda', \eta, r) \times \sum_i \left( \sigma_i \frac{\gamma_i c^3 / \lambda^4}{\pi^2 \left( \frac{c^2}{\lambda^2} - \frac{c^2}{\lambda_0^2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_i c}{2\lambda} \right)^2} \right) \quad (20)$$

где  $n_{\text{PAH}}$  плотность числа равномерно распределенных молекул ПАУ, а суммирование ведется по всем резонансам.

Суммируя вышесказанное, полный спектр галактики с красным смещением  $z_g$  выражается как:

$$G(\lambda, z_g) = G_s(\lambda, z_g) + G_c(\lambda, z_g) \quad (21)$$

где,

$$G_s(\lambda, z_g) = \int_{m_{\text{min}}}^{m_{\text{max}}} dm \int_0^{\eta_{\text{end}}(m)} d\eta' B_s(\lambda, m, \eta', z_g) \xi(m) \psi(t(z_g) - \eta') \quad (22)$$

$$\eta_{\text{end}}(m) = \text{Max}(\text{Min}(\eta_g, \eta_{\text{life}}(m) - \eta_c), 0) \quad (23)$$

$$G_c(\lambda, z_g) = \int_0^{\eta_c} d\eta' (B_d(\lambda, \eta', z_g) + B_{PAH}(\lambda, \eta', z_g) + B_c(\lambda, \eta', R_{out}, z_g)) \frac{\eta_c}{M_0} \psi(t(z_g) - \eta') \quad (24)$$

Окончательно, спектр всей Вселенной получается интегрированием по  $r$  с учетом закона поглощения света  $C_{calz}(\lambda)$  при движении через межгалактическую среду [34].

$$U(\lambda) = \int_0^{r(z_i)} dr 4\pi r^2 C_{calz}(\lambda) G(\lambda, z_g(r)) \quad (25)$$

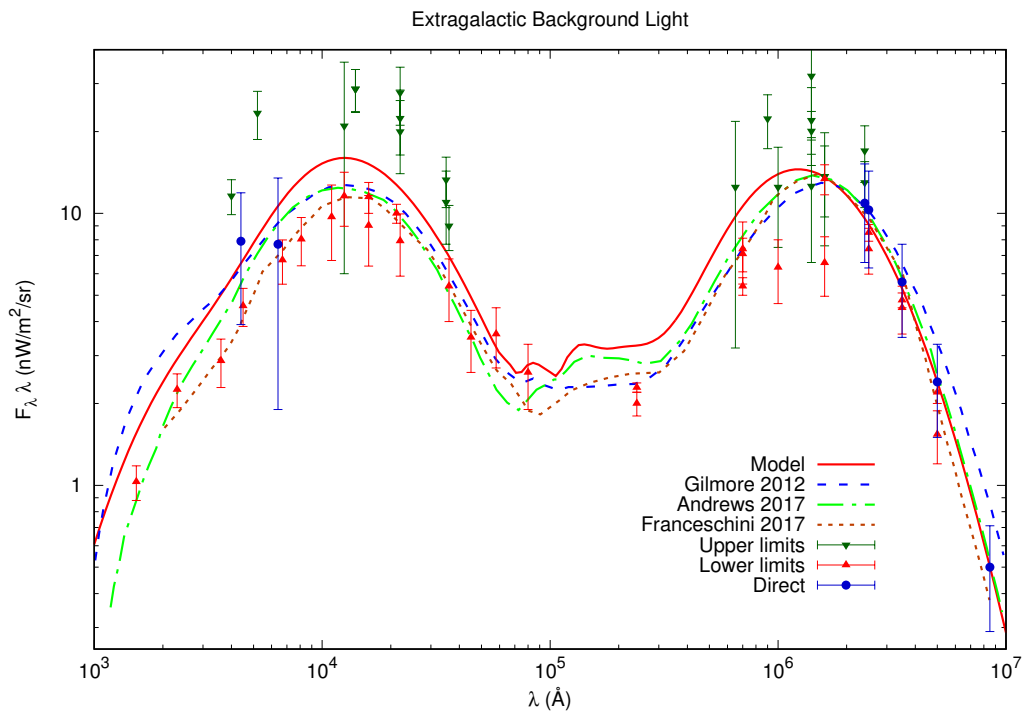


Рис. 1: Спектр Внегалактического фонового излучения. Красная линия соответствует наиболее вероятным параметрам свободной модели. Синяя линия - модель Gilmore et al. [2]. Зеленая и коричневая линии - модель Andrews et al.[35] и Franceschini et al.[3] соответственно. Стрелки вверх и вниз указывают на ограничения сверху и снизу, см. Таблицу 2 и 3, кружки показывают прямые измерения, Таблица 4.

### 3 Метод

Модель, описанная в Секции 2 предоставляет явную зависимость Внегалактического фонового излучения от набора параметров. Дальнейшее исследование будет направлено на определение наиболее оптимальных параметров и их доверительных интервалов. Обход пространства параметров будет происходить с использованием метода Монте Карло по схеме марковской цепи. Марковская цепь использует алгоритм Метрополиса со стандартной функцией правдоподобия:

$$\mathcal{L} = e^{-\frac{\chi^2}{2}}, \text{ где } \chi^2 = \sum_i \frac{(y - y_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (26)$$

Здесь  $\{y_i\}$  и  $\{\sigma\}$  - некоторый набор данных и стандартных отклонений, с которыми производится сравнение модели, а  $y$  - предсказание модели, соответствующее точке  $y_i$  из набора данных. Если предсказание модели совпадают с данными, то  $\chi^2 = 0$ . Произведем оценивание параметров для двух наборов данных.

В первом варианте в качестве  $\{y_i\}$  будут выступать экспериментальные измерения ВФИ разделенные на три категории: ограничения ВФИ снизу, ограничения сверху и прямые измерения. В первую категорию обычно попадают оценки ВФИ методом подсчета галактик, см. Таблица 2. В группу ограничений сверху попадают либо прямые измерения на длинах волн, при которых значительный вклад дает зодиакальный свет, либо прямые измерения в комбинации с некоторым способом устранения фоновых добавок (Таблица 3). В данной работе не учитываются ограничения, полученные из анализа спектров блазаров, из-за возможных неточностей в определении спектра последних. При длине волны более 200 нм добавка от зодиакального света становится несущественной, поэтому измерение ВФИ в этом диапазоне учитываются как прямые из-

мерения. Также в группу прямых измерений попадают результаты Pioneer 10/11, так как эти измерения были произведены вдали от потенциальных фоновых добавок солнечной системы (Таблица 4).

Во втором варианте к условиям первого пункта будет добавлено условие отсутствия зависящих от расстояния брейков в спектрах блазаров, см Секцию 1. Опишем подробнее, как вычислить добавку в  $\chi^2$  в этом случае. Известно, что распространяясь через Вселенную, высокоэнергичные гамма-кванты рассеиваются на низкоэнергичных фотонах ВФИ с образованием электрон-позитронных пар. Для фотонов с энергией порядка 100 ГэВ сечение рассеяния становится максимальным когда энергия фоновых фотонов находится в инфракрасной области. По этой причине, наблюдаемый спектр далеких блазаров существенно подавлен при энергиях, выше  $E_0$ , где  $E_0$  - такая энергия гамма-кванта, что оптическая толщина  $\tau(E_0, z)$  при движении таких фотонов от источника с красным смещением  $z$  к наблюдателю равна единице. Предположим, что начальный спектр блазаров описывается степенной функцией с разными показателями степени при энергиях меньше  $E_0$  и больше  $E_0$ .

$$\begin{cases} F_0(E) = AE^{-\Gamma_1} & \text{при } E < E_0(1+z) \\ F_0(E) = \frac{E_0^{-\Gamma_1}}{E_0^{-\Gamma_2}} E^{-\Gamma_2} & \text{при } E > E_0(1+z) \end{cases} \quad (27)$$

Тогда наблюдаемый спектр равен

$$F(E) = \frac{1}{1+z} F_0(E(1+z)) e^{\tau(E,z)} \quad (28)$$

Используя данные телескопа Fermi-LAT и наземных телескопов для каждого блазара проведем подбор параметров  $A$ ,  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  таким образом, чтобы функция 28 наилучшим образом описывала экспериментальные данные. Далее введем величину  $\Delta\Gamma = -\Gamma_2 + \Gamma_1$ , которая характеризует излом в спектре блазара. В работе [5] была исследована зависимость



$\Delta\Gamma$  от красного смещения блазара. Из всей выработки доступных блазаров были отобраны те, для которых положение брейка находилось примерно в середине спектра, а красное смещение было бы измерено спектроскопически (более подробное описание критериев в [5]). Было показано, что величина излома растет с увеличением красного смещения блазара.

Проведем аналогичный анализ, используя метод, описанный выше. Используя выборку блазаров, прошедших критерии отбора будем исследовать зависимость величины брейка  $\Gamma$  от логарифма красного смещения  $\log_{10}(z)$ . Будем использовать аппроксимацию прямой и подберем константы  $a$  и  $b$ .

$$\Gamma = a \log_{10}(z) + b \quad (29)$$

где доверительные интервалы  $a$  и  $b$  -  $\sigma_a$  и  $\sigma_b$  соответственно.

Главной задачей является подбор такого фонового ВФИ, чтобы параметр наклона прямой  $a$  был статистически неотличим от нуля. Для этой цели добавим к  $\chi^2$  слагаемое  $a/\sigma_a$ , наименьшее значение которого достигается, когда значение  $a$  в пределах ошибки равно нулю. Если с помощью марковской цепи будет возможно подобрать такие параметры не противоречащие известным ограничениям, при которых величина изломов не зависит от красного смещения, это будет означать, что существует классическое объяснение аномальной прозрачности Вселенной. Результаты анализа в разделе 4.

## 4 Результаты и Выводы

Марковская цепочка, построенная как описано в разделе 3, требует полного вычисления ВФИ, поэтому для ускорения подсчетов была использована библиотека OpenMP для параллельных вычислений.

Сначала рассмотрим результаты оптимизации параметров для свободной модели ВФИ, то есть без учета блазаров. Длина цепи составила порядка 42000 шагов. Покажем состоятельность модели и опишем возможные систематические ошибки. Спектр ВФИ, соответствующий наиболее вероятным параметрам представлен на Рисунке 1. Значения параметров, оцененные с помощью цепи Марков демонстрируют хорошее соответствие с общепринятыми значениями из литературы. Спектр хорошо согласуется с популярными моделями [2] и [24] в ультрафиолетовом, оптическом и инфракрасном диапазонах.

В модели не был учтен вклад блазаров в ВФИ так как он является субдоминантным, а сама его величина не может быть оценена однозначно [35]. Вклад блазаров может изменить спектр ВФИ только в области длин волн  $\lambda < 0.4\mu\text{m}$  и по этой причине экспериментальные ограничения в этой области не принимались во внимание в текущем анализе. Другим предположением является утверждение о том, что все гигантские молекулярные облака одинаковы. Это означает, что все разнообразие звездобразующих объектов во Вселенной сводится к одному типу. Тем не менее, мы считаем, что данное предположение позволяет обозначить основные черты поведения объектов данного класса.

Все свободные параметры модели могут быть разделены на четыре группы. Первая группа содержит параметры начальной массовой функции, а именно  $m_0$ ,  $D$ ,  $a_{\text{imf}}$ . Они были ограничены в работе [29] поэтому границы интервалов в которых могли изменяться эти переменные в цепи Маркова были установлены равными уже известным достоверным

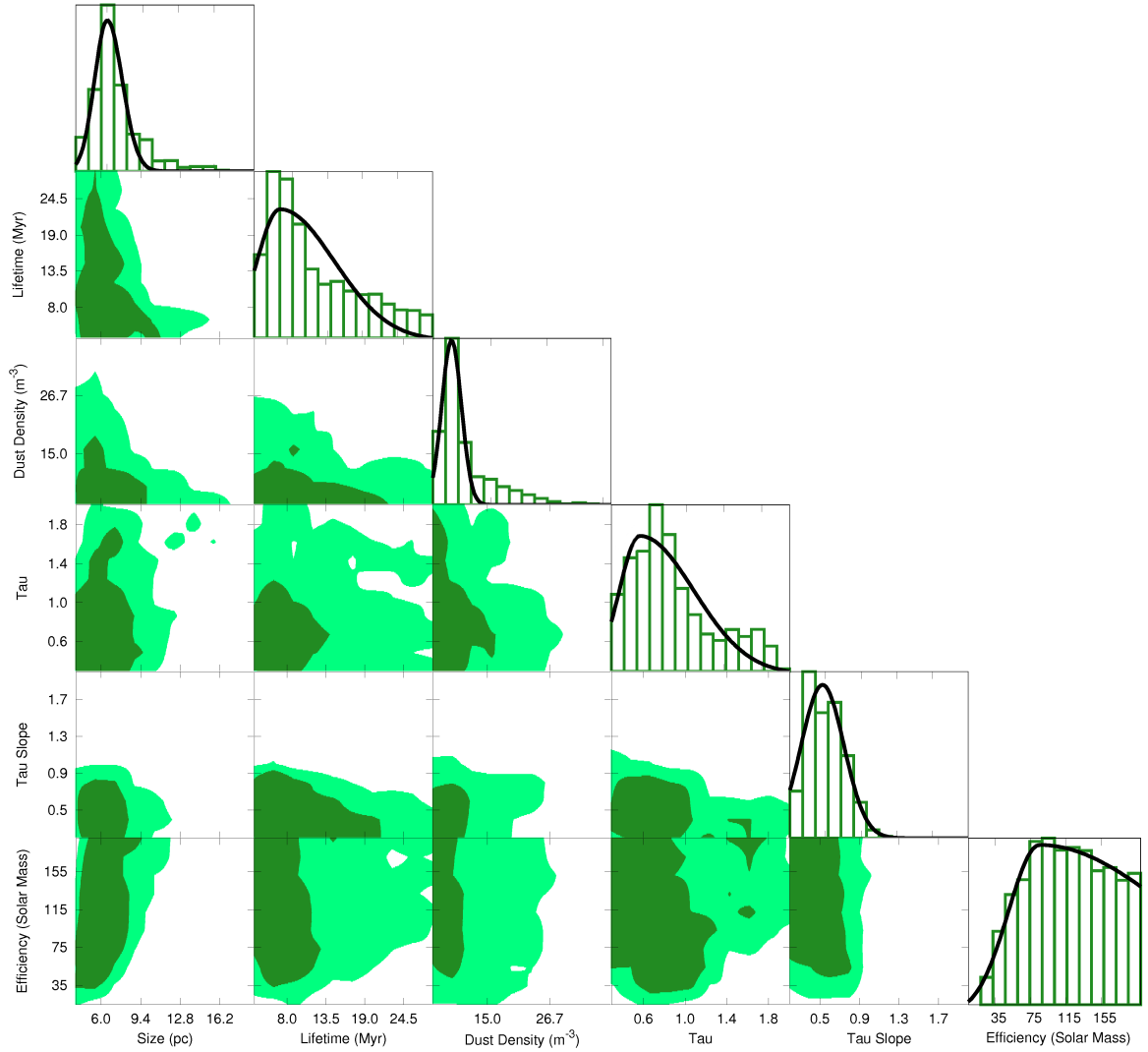


Рис. 2: Распределения параметров облаков в свободной модели, включая радиус  $R_c$ , время жизни  $\eta_c$ , плотность числа частиц  $n_d$ , оптическую толщину на длине волны  $5500\text{\AA}$   $\tau_{\lambda_0}$ , наклон оптической толщины  $n$  и эффективность облака  $M_0$ .

интервалам. Вычисления показали, что ВФИ не чувствительно к изменению  $m_0$ ,  $D$ , в то время как сильно зависит от  $a_{\text{imf}}$ . Итоговое значение  $a_{\text{imf}} = 2.29_{-0.24}^{+0.15}$  устанавливает более сильное ограничение, чем в работе [29]. Параметр  $a_{\text{imf}}$  отвечает за количество массивных звезд, следовательно этот результат говорит о том, что массивные звезды играют большую роль в эволюции ВФИ.

Следующая группа содержит параметры пыли и включает в себя минимальный и максимальный размер частиц и наклон распределения частиц по размеру  $n_{\text{dust}}$ . Доступная цепи Маркова область изменения минимального размера частиц ограничена снизу значением  $10^{-3}$  мкм, а максимальный размер частиц ограничен сверху значением 1 мкм. Результаты работы цепочки установили следующие ограничения:  $a_{\text{min}} < 1.75 \cdot 10^{-3}$  мкм и  $a_{\text{max}} < 22.8 \cdot 10^{-3}$  мкм. Наклон распределения  $n_{\text{dust}}$  должен быть больше чем 3.83. Результат согласуется с тем, что большие частицы имеют большие коэффициенты поглощения и излучения и поэтому их количество должно быть ограничено.

В третьей группе параметров собраны те, которые определяют характеристики облаков, см Рисунок 2. Основные параметры гигантских молекулярных облаков известны из наблюдений внутри Млечного Пути [53]. Стандартное облако имеет радиус от 1 пк до 35 пк, самые большие достигают радиуса в 100 пк. Время жизни облака среднего размера порядка 17 млн. лет. Соответствующие значения, полученные с помощью цепочки Марков для радиуса  $R_c = 6.1_{-1.2}^{+1.4}$  пк и времени жизни  $\eta_c = 6.0_{-3.6}^{+8.5}$  млн. лет. хорошо согласуются с экспериментальными оценками. Относительно маленький радиус облаков может быть соотнесен с большими наблюдаемыми радиусами, если предположить, что большое облако делится на меньшие по размеру области в которых происходит звездообразование. Плотность числа частиц пыли не может быть измерена напрямую, но может быть получена из массы облака. Используя

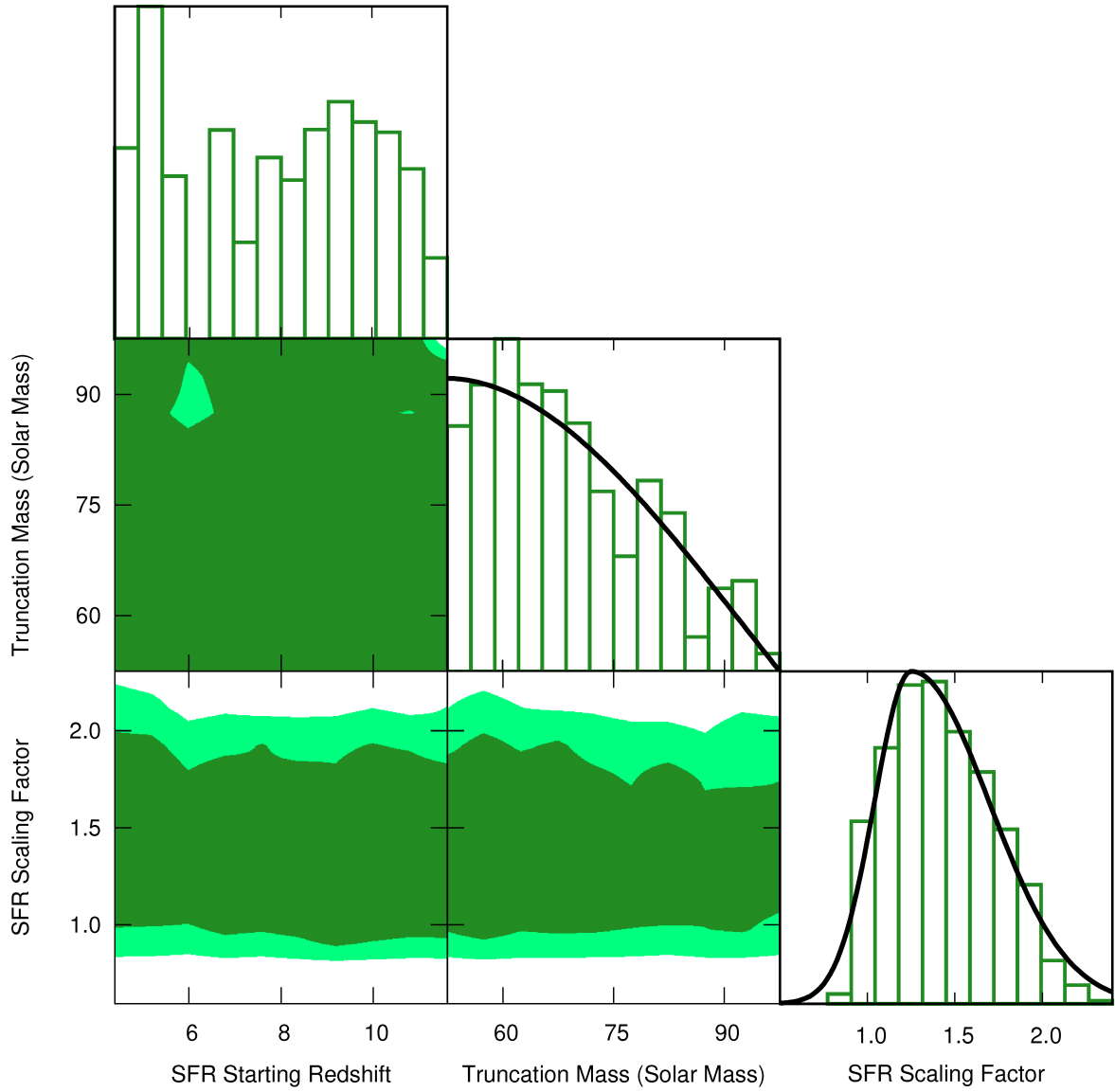


Рис. 3: Распределения глобальных параметров звездообразования в свободной модели, включая красное смещение начала звездообразования  $z_i$ , максимальную массу звезд  $m_{\max}$  и масштабный фактор скорости звездообразования  $C_{\text{sfr}}$

Таблица 1: Средние значения и 1- $\sigma$  доверительные интервалы для параметров, изменяемых цепочкой Маркова в сравнении с общепринятыми в литературе. Прочерк в колонке модели означает, что цепочка нечувствительна к этому параметру.

Название параметра	Обозначение	Свободная модель	С учетом блазаров	Литература
Параметр НМФ ( $M_{\odot}$ )	$m_0$	-	фикс.	$0.079^{+0.021}_{-0.016}$ [29]
Параметр НМФ	$D$	-	фикс.	$0.69^{+0.05}_{-0.01}$ [29]
Параметр НМФ	$a_{\text{imf}}$	$2.29^{+0.15}_{-0.24}$	$2.12^{+0.16}_{-0.28}$	$2.3 \pm 0.3$ [29]
Мин. размер частиц пыли ( $\mu m$ )	$a_{\text{min}}$	$< 1.75 \cdot 10^{-3}$	фикс.	-
Макс. размер частиц пыли ( $\mu m$ )	$a_{\text{max}}$	$< 22.8 \cdot 10^{-3}$	фикс.	-
Наклон распределения частиц пыли	$n_{\text{dust}}$	$> 3.83$	фикс.	$\sim 3.5$
Радиус облака (пк)	$R_c$	$6.1^{+1.4}_{-1.2}$	$4.5^{+3.5}_{-0.7}$	$2.5\text{-}100$ [53]
Время жизни облака (млн. лет)	$\eta_c$	$6.0^{+8.5}_{-3.6}$	$8.0^{+9.5}_{-4.1}$	$\sim 10$ [53]
Плотность числа частиц пыли $m^{-3}$	$n_d$	$6.9 \pm 2.0$	$< 6.5$	$\sim 10$ [53]
Оптическая толщина на $5500 \text{ \AA}$	$\tau_{\lambda_0}$	$0.59^{+0.57}_{-0.21}$	$< 1.4$	$\sim 1$ [31]
Наклон оптической толщины	$n$	$0.47 \pm 0.24$	$0.48 \pm 0.38$	$\sim 0.7$ [31]
Эффективность облака ( $M_{\odot}$ )	$M_0$	$85^{+152}_{-36}$	$102^{+254}_{-40}$	-
Красное смещение начала звездообразования	$z_i$	-	фикс.	$\sim 8$ [2]
Максимальная масса звезд ( $M_{\odot}$ )	$m_{\text{max}}$	$< 84$	$> 61$	$\sim 100$
Масштабный фактор скорости звездообразования	$C_{\text{sfr}}$	$1.25^{+0.44}_{-0.24}$	$1.01^{+0.28}_{-0.09}$	$\sim 1$

стандартное предположение, что отношение массы газа к массе пыли в облаке равно 100, возможно вычислить эффективность звездообразования облака  $\epsilon$  как отношение массы новорожденных звезд к массе всего облака. Оценка с использованием данных цепочки приводит к значению  $\epsilon = 0.035$ , что хорошо согласуется с наблюдениями [53].

Последняя группа параметров содержит глобальные параметры Вселенной, см. Рисунок 3. В нее входят: красное смещение, при котором началось звездообразование  $z_i$ , максимальная масса звезд в распределении звезд по массе, и масштабный фактор скорости звездообразования. Анализ цепочки показал, что ВФИ не зависит от  $z_i$  при  $z_i$  изменяющемся от 4 до 10. Максимальная масса звезд в модели не должна превышать 84 масс Солнца. Масштабный фактор скорости звездообразования ограничен в пределах  $1.25^{+0.44}_{-0.24}$  на уровне достоверности 1- $\sigma$ . Все результаты собраны в Таблице 1.

Включение в рассмотрение спектров блазаров изменяет оценки некоторых параметров. В данном анализе были зафиксированы параметры,

которые не влияли на ВФИ по результатам анализа цепи Маркова свободной модели. Также, параметры частиц пыли были положены равными наиболее вероятным значениям свободной модели, см. Таблицу 1.

Группа параметров облаков не меняется по сравнению со свободной моделью, кроме плотности числа частиц пыли, которая становится меньше. Уменьшение количества пыли ведет к снижению излучения в инфракрасном диапазоне.

Масштабный фактор скорости звездообразования становится меньше на 20%, что приводит к уменьшению всей интенсивности ВФИ. При этом, требуется наличие массивных звезд в модели, а именно, чтобы максимальная масса рождающихся звезд была не меньше  $61 M_{\odot}$ . Одновременно с этим, параметр  $a_{\text{imf}}$  начальной массовой функции сдвигается в сторону уменьшения, что приводит к увеличению вероятности рождения массивных звезд.

Вычисление параметров  $a$  и  $b$  уравнения для набора параметров ВФИ с наибольшей функцией правдоподобия дает:  $a = 0.21 \pm 0.24$ ,  $b = 0.18 \pm 0.21$ , что делает гипотезу о наличии изломов в спектрах неотличимой от гипотезы отсутствия изломов.

## 5 Заключение

В работе была представлена новая гибкая модель ВФИ как функция астрофизических параметров. Было показано, что спектр ВФИ вычисленный для общепринятых значений этих параметров лежит в экспериментально разрешенной области и находится в согласии моделями других авторов. Дальнейший анализ был направлен на определение допустимых пределов изменения каждого параметра. С помощью цепи Маркова было исследовано пространство параметров и получены ограничения на скорость звездообразования и параметры молекулярных облаков. В частности было показано, что масштабный фактор скорости звездообразования лежит в пределах от 1.01 до 1.69 с уровнем достоверности  $1-\sigma$ . Также была показана возможность подбора таких параметров, при которых исчезают изломы в спектрах далеких блазаров.



Таблица 2: Ограничения ВФИ снизу, использованные в этой работе.

$\lambda$ мкм.)	Ограничения снизу ( $\text{нВ}/\text{м}^2/\text{ст}$ )	Эксперимент
0.153	$1.03 \pm 0.15$	Galex [36]
0.231	$2.25 \pm 0.32$	Galex [36]
0.36	$2.87^{+0.58}_{-0.42}$	HDF [13]
0.45	$4.57^{+0.73}_{-0.47}$	HDF [13]
0.67	$6.74^{+1.25}_{-0.94}$	HDF [13]
0.81	$8.04^{+1.62}_{-0.92}$	HDF [13]
1.1	$9.71^{+3.0}_{-1.9}$	HDF [13]
1.6	$9.02^{+2.62}_{-1.68}$	HDF [13]
2.2	$7.92^{+2.04}_{-1.21}$	HDF [13]
1.25	$11.7 \pm 2.6$	Subaru [12]
1.6	$11.5 \pm 1.5$	Subaru [12]
2.12	$10.0 \pm 0.8$	Subaru [12]
3.6	$5.4 \pm 1.4$	Spitzer/IRAC [37]
4.5	$3.5 \pm 0.9$	Spitzer/IRAC [37]
5.8	$3.6 \pm 0.9$	Spitzer/IRAC [37]
8.0	$2.6 \pm 0.7$	Spitzer/IRAC [37]
24	$2.29 \pm 0.09$	Spitzer/MIPS [38]
70	$5.4 \pm 0.4$	Spitzer/MIPS [38]
70	$7.4 \pm 1.9$	Spitzer/MIPS [39]
24	$2.0 \pm 0.2$	Spitzer/MIPS [40]
70	$7.1 \pm 1.0$	Spitzer/MIPS [41]
160	$13.4 \pm 1.7$	Spitzer/MIPS [41]
100	$6.33 \pm 1.67$	Herschel/PACS [42]
160	$6.58 \pm 1.62$	Herschel/PACS [42]
250	$8.5 \pm 0.6$	BLAST [43]
350	$4.8 \pm 0.3$	BLAST [43]
500	$2.2 \pm 0.2$	BLAST [43]
250	$7.4 \pm 1.42$	Herschel/SPIRE [44]
350	$4.5 \pm 0.9$	Herschel/SPIRE [44]
500	$1.54 \pm 0.34$	Herschel/SPIRE [44]

Таблица 3: Ограничения ВФИ сверху, использованные в этой работе.

$\lambda$ мкм.	Ограничения сверху ( $\text{нВ}/\text{м}^2/\text{ст}$ )	Experiment
0.4	$11.6 \pm 1.7$	ESO VLT/FORSE [16]
0.52	$23.4 \pm 4.7$	ESO VLT/FORSE [16]
1.25	$21 \pm 15$	COBE/DIRBE [45]
2.2	$20 \pm 6$	COBE/DIRBE [45]
3.5	$13.3 \pm 2.8$	COBE/DIRBE [45]
1.25	$54 \pm 16.8$	COBE/DIRBE [46]
2.2	$27.8 \pm 6.7$	COBE/DIRBE [46]
1.4	$28.7^{+5.1}_{-3.3}$	CIBER [15]
3.6	$9.0^{+1.7}_{-0.9}$	COBE/DIRBE [47]
2.2	$22.4 \pm 6.0$	COBE/DIRBE [48]
3.5	$11.0 \pm 3.3$	COBE/DIRBE [48]
65	$12.5 \pm 9.3$	Akari [49]
90	$22.3 \pm 5.0$	Akari [49]
140	$20.1 \pm 3.6$	Akari [49]
160	$13.7 \pm 4.0$	Akari [49]
140	$12.6 \pm 6.0$	COBE/FIRAS [50]
160	$13.7 \pm 6.1$	COBE/FIRAS [50]
140	$32 \pm 13$	COBE/DIRBE [51]
240	$17 \pm 4$	COBE/DIRBE [51]
100	$12.5 \pm 5.0$	COBE/DIRBE [52]
140	$22 \pm 7$	COBE/DIRBE [52]
240	$13.0 \pm 2.5$	COBE/DIRBE [52]

Таблица 4: Прямые измерения ВФИ, использованные в этой работе.

$\lambda$ мкм.	Прямые измерения (нВ/м <sup>2</sup> /ст)	Эксперимент
0.44	7.9±4.0	Pioneer 10/11 [33]
0.64	7.7±5.8	Pioneer 10/11 [33]
240	10.9±4.3	COBE/FIRAS [50]
250	10.3±4.0	COBE/FIRAS [50]
350	5.6±2.1	COBE/FIRAS [50]
500	2.4±0.9	COBE/FIRAS [50]
850	0.5±0.21	COBE/FIRAS [50]

## Список литературы

- [1] A.I. Nikishov, Sov. Phys. JETP **14** (1962) 393 [ZhETF **41** (1962) 549].
- [2] R. C. Gilmore, R. S. Somerville, J. R. Primack and A. Dominguez, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **422**, 3189 (2012) doi:10.1111/j.1365-2966.2012.20841.x [arXiv:1104.0671 [astro-ph.CO]].
- [3] A. Franceschini and G. Rodighiero, Astron. Astrophys. **603**, A34 (2017) doi:10.1051/0004-6361/201629684 [arXiv:1705.10256 [astro-ph.HE]].
- [4] D. Horns and M. Meyer, JCAP **1202**, 033 (2012) doi:10.1088/1475-7516/2012/02/033 [arXiv:1201.4711 [astro-ph.CO]].
- [5] G. I. Rubtsov and S. V. Troitsky, JETP Lett. **100**, no. 6, 355 (2014) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **100**, no. 6, 397 (2014)] doi:10.7868/S0370274X14180015, 10.1134/S0021364014180088 [arXiv:1406.0239 [astro-ph.HE]].
- [6] S. V. Troitsky, JETP Lett. **105**, no. 1, 55 (2017) doi:10.1134/S0021364017010052 [arXiv:1612.01864 [astro-ph.HE]].
- [7] A. De Angelis, M. Roncadelli and O. Mansutti, Phys. Rev. D **76** (2007) 121301 [arXiv:0707.4312 [astro-ph]].
- [8] M. Simet, D. Hooper and P. D. Serpico, Phys. Rev. D **77** (2008) 063001 [arXiv:0712.2825 [astro-ph]].
- [9] M. Fairbairn, T. Rashba and S. V. Troitsky, Phys. Rev. D **84** (2011) 125019 [arXiv:0901.4085 [astro-ph.HE]].
- [10] W. Essey and A. Kusenko, Astropart. Phys. **33**, 81 (2010) [arXiv:0905.1162].
- [11] T. A. Dzhatdov, E. V. Khalikov, A. P. Kircheva and A. A. Lyukshin, Astron. Astrophys. **603**, A59 (2017) doi:10.1051/0004-6361/201629660 [arXiv:1609.01013 [astro-ph.HE]].

- [12] R. C. Keenan, A. J. Barger, L. L. Cowie and W. H. Wang, *Astrophys. J.* **723**, 40 (2010) doi:10.1088/0004-637X/723/1/40 [arXiv:1008.4216 [astro-ph.CO]].
- [13] P. Madau and L. Pozzetti, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **312**, L9 (2000) doi:10.1046/j.1365-8711.2000.03268.x [astro-ph/9907315].
- [14] R. A. Bernstein, *Astrophys. J.* **666**, 663 (2010) doi:10.1086/519824.
- [15] S. Matsuura *et al.*, *Astrophys. J.* **839**, 7 doi:10.3847/1538-4357/aa6843 [arXiv:1704.07166 [astro-ph.GA]].
- [16] K. Mattila, P. Väisänen, K. Lehtinen, G. von Appen-Schnur and Ch. Leinert, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **470**, 2152 (2017) doi:10.1093/mnras/stx1296 [arXiv:1705.10790v1 [astro-ph.GA]].
- [17] P. Madau, L. Pozzetti and M. Dickinson *Astrophys. J.* **498**, 106 doi:10.1086/305523
- [18] Y. C. Pei, S. M. Fall, and M. G. Hauser *Astrophys. J.* **522**, 604 doi:10.1086/307674
- [19] T. M. Kneiske, K. Mannheim and D. H. Hartmann *Astron. Astrophys.* **386**, 1 (2002) doi:10.1051/0004-6361:20020211
- [20] T. M. Kneiske, T. Bretz, K. Mannheim and D. H. Hartmann *Astron. Astrophys.* **413**, 807 (2004) doi:10.1051/0004-6361:20031542
- [21] J. D. Finke, S. Razzaque and C. D. Dermer, *Astrophys. J.* **712**, 238 (2010) doi:10.1088/0004-637X/712/1/238 [arXiv:0905.1115 [astro-ph.HE]].
- [22] A. Franceschini, H. Aussel, C. J. Cesarsky, D. Elbaz and D. Fadda, *Astron. Astrophys.* **378**, 1 (2001) doi:10.1051/0004-6361:20011175 [astro-ph/0108292].
- [23] M. Rowan-Robinson, *Astrophys. J.* **549**, 745 (2001) doi:10.1086/319450 [astro-ph/0012022].
- [24] A. Franceschini, G. Rodighiero and M. Vaccari, *Astron. Astrophys.* **487**, 837 (2008) doi:10.1051/0004-6361:200809691 [arXiv:0805.1841 [astro-ph]].
- [25] A. Dominguez *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **410**, 2556 (2011) doi:10.1111/j.1365-2966.2010.17631.x [arXiv:1007.1459 [astro-ph.CO]].

- [26] F. W. Stecker, S. T. Scully and M. A. Malkan, *Astrophys. J.* **827**, no. 1, 6 (2016) doi:10.3847/0004-637X/827/1/6 [arXiv:1605.01382 [astro-ph.HE]].
- [27] J. R. Primack, J. S. Bullock, R. S. Somerville and D. MacMinn, *Astropart. Phys.* **11**, 93 (1999) doi:10.1016/S0927-6505(99)00031-6 [astro-ph/9812399].
- [28] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Astron. Astrophys.* **594**, A13 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525830 [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].
- [29] G. Chabrier, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **115**, 763 (2003) doi:10.1086/376392 [astro-ph/0304382].
- [30] J. R. Hurley, O. R. Pols and C. A. Tout, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **315**, 543 (2000) doi:10.1046/j.1365-8711.2000.03426.x [astro-ph/0001295].
- [31] S. Charlot and S. M. Fall, *Astrophys. J.* **539**, 718 (2000) doi:10.1086/309250 [astro-ph/0003128].
- [32] J. R. Martinez-Galarza, I. Kamp, K. Y. L. Su, A. Gaspar, G. Rieke and E. E. Mamajek, *Astrophys. J.* **694**, 165 (2009) doi:10.1088/0004-637X/694/1/165 [arXiv:0812.2198 [astro-ph]].
- [33] Y. Matsuoka, N. Ienaka, K. Kawara and S. Oyabu *Astrophys. J.* **736**, 119 (2011) doi:10.1088/0004-637X/736/2/119 [arXiv:1106.4413v2 [astro-ph.CO]]
- [34] D. Calzetti, L. Armus, R. C. Bohlin, A. L. Kinney, J. Koornneef and T. Storchi-Bergmann, *Astrophys. J.* **533**, 682 (2000) doi:10.1086/308692 [astro-ph/9911459].
- [35] S. K. Andrews, S. P. Driver, L. J. Davies, C. d. P. Lagos and A. S. G. Robotham, arXiv:1710.11329 [astro-ph.GA].
- [36] C. K. Xu *et al.*, *Astrophys. J.* **619**, L11 (2005) doi:10.1086/425252 [astro-ph/0411317].
- [37] G. G. Fazio *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **154**, 39 (2004) doi:10.1086/422585 [astro-ph/0405595].
- [38] M. Bethermin, H. Dole, A. Beelen and H. Aussel, *Astron. Astrophys.* **512**, A78 (2010) doi:10.1051/0004-6361/200913279 [arXiv:1001.0896 [astro-ph.CO]]

- [39] D. T. Frayer *et al.*, *Astrophys. J.* **647**, L9 (2006) doi:10.1086/507149 [astro-ph/0606676].
- [40] R. R. Chary *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **154**, 80 (2004) doi:10.1086/423307 [astro-ph/0406386].
- [41] H. Dole *et al.*, *Astron. Astrophys.* **451**, 417 (2006) doi:10.1051/0004-6361:20054446 [astro-ph/0603208].
- [42] S. Berta *et al.*, *Astron. Astrophys.* **518**, L30 (2010) doi:10.1051/0004-6361/201014610
- [43] M. J. Devlin *et al.*, *Nature* **458**, 737 (2009) doi:10.1038/nature07918
- [44] M. Bethermin *et al.*, *Astron. Astrophys.* **542**, A58 (2012) doi:10.1051/0004-6361/201118698
- [45] L. R. Levenson, E. L. Wright, B. D. Johnson *Astrophys. J.* **666**, 34 (2007) doi:10.1086/520112
- [46] L. Cambresy, W. T. Reach, C. A. Beichman and T. H. Jarrett, *Astrophys. J.* **555**, 563 (2001) doi:10.1086/321470 [astro-ph/0103078].
- [47] L. R. Levenson and E. L. Wright, *Astrophys. J.* **683**, 585 (2008) doi:10.1086/589808 [arXiv:0802.1239 [astro-ph]].
- [48] V. Gorjian, E. L. Wright and R. R. Chary, [astro-ph/9909428].
- [49] S. Matsuura *et al.*, *Astrophys. J.* **737**, 2 (2011) doi:10.1088/0004-637X/737/1/2
- [50] D. J. Fixsen, E. Dwek, J. C. Mather, C. L. Bennett and R. A. Shafer, *Astrophys. J.* **508**, 123 (1998) doi:10.1086/306383 [astro-ph/9803021].
- [51] D. J. Schlegel, D. P. Finkbeiner and M. Davis, *Astrophys. J.* **500**, 525 (1998) doi:10.1086/305772 [astro-ph/9710327].
- [52] E. L. Wright, *New Astron. Rev.* **48**, 465 (2004) doi:10.1016/j.newar.2003.12.054 [astro-ph/0306058].
- [53] N. Murray *Astrophys. J.* **729**, 133 (2011) doi:10.1088/0004-637X/729/2/133 [arXiv:1007.3270v1 [astro-ph.GA]].