

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова"

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

**ПОГЛОЩЕНИЕ ФОТОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ
ВНЕГАЛАКТИЧЕСКИМ ФОНОВЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ.**

Выполнил студент 443 группы
Корочкин Александр Алексеевич

(подпись студента)

Научный руководитель
кандидат физ.-мат. наук
Г. И. Рубцов

(подпись научного руководителя)

Допущен к защите
Заф. кафедрой _____
(подпись зав. кафедрой)

Москва
2016 г.

Содержание

1	Введение	2
2	Описание модели Вселенной	3
2.1	Вычисление красного смещения	3
2.2	Модель Вселенной	3
3	Моделирование внегалактического фонового излучения	5
3.1	Спектр удаленной звезды	5
3.2	Спектр удаленной галактики	6
3.3	Излучение пыли	12
3.4	Суммарный спектр	15
4	Результаты и выводы	16

1 Введение

Внегалактическое фоновое излучение(ВФИ) представляет собой суммарное излучение всех звезд и активных ядер галактик в ультрафиолетовом, видимом и инфракрасном диапазонах. В ультрафиолетовом и видимом диапазонах наибольший вклад в интенсивность вносит прямое излучение звезд, тогда как инфракрасная часть спектра состоит из переизлученных электромагнитных волн от частичек пыли и спектральных линий некоторых молекул.

Экспериментальное изучение ВФИ является очень трудной задачей, из-за преобладающего Галактики и зодиакального света в этом же частотном диапазоне. С другой стороны, формирование ВФИ тесно связано с историей Вселенной. Поэтому представляет интерес зависимость спектра этого излучения от параметров, определяющих эволюцию звезд, галактик и Вселенной в целом. Более того, требует объяснения проблема прозрачности Вселенной по отношению к фотонам высоких энергий, которые, двигаясь от источника, рассеиваются на ВФИ и теряют энергию. Если считать известной начальную интенсивность высокоэнергетического излучения, то наблюдаемая интенсивность должна быть в несколько раз меньше.

В данной работе проводится численное моделирование ВФИ и процесса рассеяния фотонов высоких энергий на ВФИ. Исследование зависимости результатов моделирования от астрономических данных позволит установить область допустимых значений для интенсивности ВФИ.

2 Описание модели Вселенной

2.1 Вычисление красного смещения

В нашей задаче будем считать, что Вселенная описывается стандартной Λ CDM моделью. При этом доля темной энергии составляет $\Omega_\Lambda = 0.76$, доля материи $\Omega_M = 0.24$, а обратная постоянная Хаббла равна $\frac{c}{H_0} = 4300$ Мпк [1]. Запишем уравнение Фридмана:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2(\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda) \quad (1)$$

Отсюда получаем стандартное выражение для красного смещения [13]:

$$r(z) = \frac{c}{H_0} \int \frac{dz}{\sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (2)$$

Будем считать, что первые звезды начинают рождаться при красном смещении $z_{max} = 8$ [14]. Интегрируя численно, легко найти зависимость $z(r)$. Рассматриваемый радиус Вселенной тогда равен $r_{max} = r(z_{max}) = 9700$ Мпк.

2.2 Модель Вселенной

Вселенная в нашей модели представляет собой шар радиусом R_{max} . Предположим, что галактики распределены во Вселенной однородно и изотропно в любой момент времени. Тогда разобьем все пространство на элементарные объемы, в каждом из которых будет находиться по одной галактике. Используя экспериментальные данные, можно утверждать, что в видимой части Вселенной находится порядка $N_{gal} = 10^{11}$ галактик [14]. Следовательно, элементарный объем и расстояние между соседними

галактиками равны:

$$dV = \frac{\frac{4}{3}\pi r_{max}^3}{N_{gal}}, \quad dr = \sqrt[3]{dV} \quad (3)$$

Тогда на прямой, соединяющей наблюдателя с границей Вселенной находится

$$n = \left(\frac{3N_{gal}}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

галактик. Полный спектр равен сумме спектров от каждой из галактик. Поэтому вначале необходимо вычислить спектр отдельной удаленной галактики.

3 Моделирование внегалактического фонового излучения

3.1 Спектр удаленной звезды

Пусть на расстоянии r от наблюдателя находится звезда радиусом R_s и температурой T . Если считать, что звезда обладает спектром абсолютно черного тела, то вблизи звезды, при нулевом красном смещении, спектральная плотность интенсивности излучения определяется выражением:

$$B(\nu, T, 0) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} 4\pi R_s^2 \quad (5)$$

Найдем плотность излучения, которую регистрирует наблюдатель, на расстоянии r . Если красное смещение звезды z , то новую спектральную плотность можно найти из равенства потоков около звезды и около наблюдателя:

$$B(\nu, T, z)(1+z)^2 4\pi r^2 d\nu = B(\nu', T, 0) 4\pi R_s^2 d\nu' \quad (6)$$

Множитель $(1+z)^2$ возникает из-за красного смещения. Во-первых, энергия каждого фотона уменьшается в $(1+z)$ раз, т.е. $\nu = (1+z)\nu'$. Во-вторых, частота регистрации фотонов становится меньше в $(1+z)$ раз. Отсюда получаем:

$$B(\nu, T, z) = \left(\frac{R_s}{r}\right)^2 (1+z)^2 \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu(1+z)}{kT}} - 1} \quad (7)$$

Как мы покажем дальше, для звезд главной последовательности единственным независимым параметром является масса. Поэтому, считая, что функции $R_s(m)$ и $T(m)$ известны, будем вместо $B(\nu, T, z)$ писать $B(\nu, m, z)$.

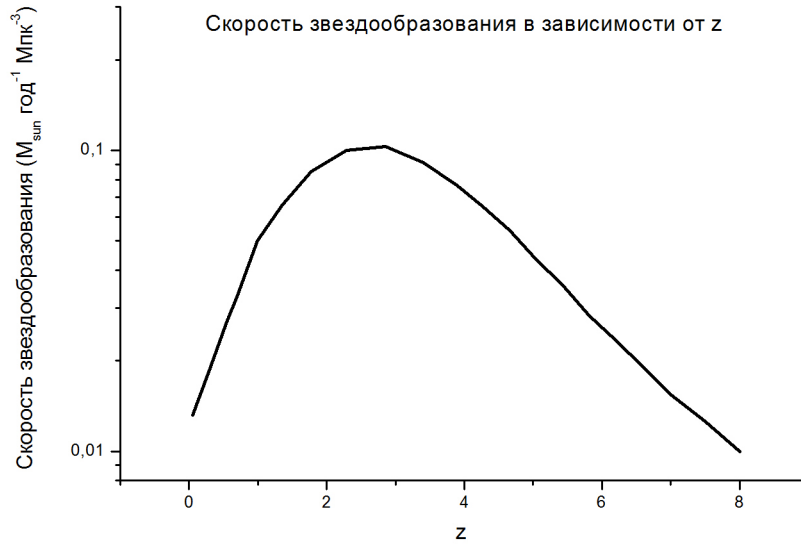


Рис. 1: Скорость звездообразования как функция z

3.2 Спектр удаленной галактики

В нашей модели при $z = 8$ во Вселенной, однородно заполненной веществом, начинают образовываться звезды. Суммарная масса звезд, образовавшихся в единице объема в единицу времени, т.е. скорость звездообразования, определяется с помощью функции $\psi(z)$, которая показывает скорость звездообразования в зависимости от красного смещения z . Определение функции $\psi(z)$ является трудной экспериментальной задачей [9], особенно при больших z . В данной работе используются результаты численного моделирования [2].

Скорость звездообразования позволяет найти массу родившихся звезд, но не показывает количество звезд в зависимости от массы. Чтобы найти это

количество введем функцию распределения $\xi(m)$. Тогда

$$dN = \xi(m)dm \quad (8)$$

означает число звезд в галактике с массой от m до $m + dm$. В нашей работе мы будем использовать начальную массовую функцию Шабриера [11]:

$$\xi(m) = \begin{cases} \frac{C}{m} e^{-\frac{(\log(m)-x_0)^2}{2D}} & m < 1 \\ km^{-a} & m > 1 \end{cases} \quad (9)$$

Масса m является относительной, за единицу принята масса Солнца. Далее всегда будем считать массу относительной. Константы C и k определяются из условий непрерывности и нормировки на полное количество звезд. Из непрерывности функции распределения следует, что:

$$k = Ce^{-\frac{x_0^2}{2D}} \quad (10)$$

Остальные параметры получены из экспериментальных данных и равны соответственно [11]:

$$x_0 = \log(0.22), \quad D = 0.57^2, \quad a = 2.3. \quad (11)$$

Физический смысл функции Шабриера состоит в том, что она описывает распределение масс звезд, родившихся из одного облака почти одновременно. Наше предположение заключается в том, что мы применяем данное распределение ко всей Вселенной, т.е. считаем, что это распределение не зависит от z . Заметим также, что реальное распределение звезд в галактике не совпадает с функцией Шабриера, так как разные звезды имеют разную

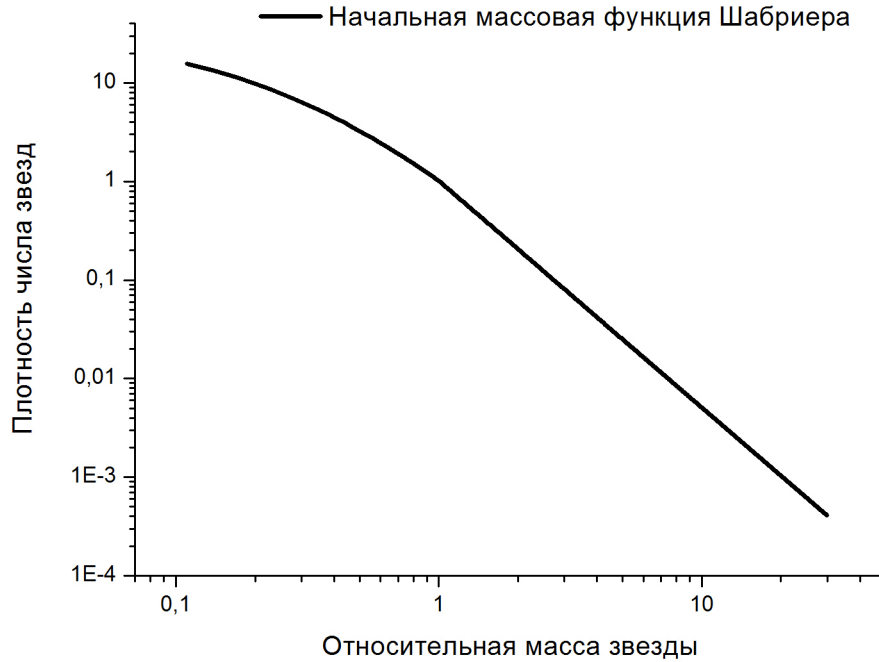


Рис. 2: Начальная массовая функция Шабриера

продолжительность жизни.

Наша модель предполагает две стадии эволюции звезды. В течение первой стадии звезда находится на главной последовательности. На этом этапе продолжительность жизни звезды равна $t = \frac{t_{sol}}{m^\alpha}$, где $\alpha = 3$, а время жизни Солнца $t_{sol} = 10$ млрд. лет. [14]. Пока звезда находится на главной последовательности, будем считать ее параметры фиксированными и равными значениям при рождении.

Покажем, что для звезд главной последовательности, единственным независимым параметром является масса. Действительно, используя зависимость масса-светимость, закон Стефана-Больцмана и соотношение

между массой и радиусом, запишем:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{L}{L_{sol}} = 0.23m^{2.3} & m < 0.43 \\ \frac{L}{L_{sol}} = m^4 & 0.43 < m < 2 \\ \frac{L}{L_{sol}} = 1.5m^{3.5} & 2 < m < 20 \\ \frac{L}{L_{sol}} = 3200m & m > 20 \\ L = 4\pi\sigma R^2 T^4 \\ \frac{R}{R_{sol}} = \left(\frac{m}{m_{sol}} \right)^{0.78} \end{array} \right. \quad (12)$$

После преобразований получим:

$$T = k^{\frac{1}{4}} T_{sol} m^{\frac{a-2\alpha}{4}} \quad (13)$$

$$R = R_{sol} \left(\frac{m}{m_{sol}} \right)^{\alpha} \quad (14)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{ll} a = 2.3, \quad k = 0.23 & m < 0.43 \\ a = 4, \quad k = 1 & 0.43 < m < 2 \\ a = 3.5, \quad k = 1.5 & 2 < m < 20 \\ a = 1, \quad k = 3200 & m > 20 \\ \alpha = 0.78 \end{array} \right. \quad (15)$$

Параметры Солнца известны и соответственно равны

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{sol} = 6.96 \cdot 10^8 \text{ м} = 2.26 \cdot 10^{-14} \text{ Мпк} \\ m_{sol} = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ кг} \\ L_{sol} = 3.85 \cdot 10^{26} \text{ Вт} \\ T_{sol} = 5778 \text{ К} \end{array} \right. \quad (16)$$

Спектр звезд, родившихся в единице объема при красном смещении z' и находящихся сейчас при красном смещении z равен:

$$S_\lambda(z, z') = \frac{\int_{m_{min}}^{m_{max}(z, z')} \left(\frac{R_{star}(m)}{r(z)} \right)^2 B(\lambda, T(m), z) I(m) dm}{\int_{m_{min}}^{m_{max}} m I(m) dm} \quad (17)$$

$B(\lambda, T, z)$ - спектр звезды с температурой T и красным смещением z , $I(m)$ - начальная массовая функция.

Максимальная масса $m_{max}(z, z')$ определяется из условия равенства времени жизни звезды промежутку времени между z' и z

$$t(z) - t(z') = \frac{t_{sol}}{m_{max}^\alpha} \quad (18)$$

Заметим, что спектр нормирован на единицу массы.

Таким образом, спектр звезд главной последовательности от галактики, находящейся при красном смещении z будет вычисляться по формуле:

$$L_\lambda^{ms}(z) = \int_z^{z_{max}} dz' \left| \frac{dt'}{dz'} \right| \psi(t(z')) V(z') S_\lambda(z, z'), \quad (19)$$

где $\psi(t(z'))$ - скорость звездообразования в момент времени $t(z')$, а $V(z')$ - объем элементарной ячейки в которой находится галактика при красном смещении z' .

$$V(z') = V(0) \frac{1}{(1+z)^3} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_{max}^3}{N_{gal}} \frac{1}{(1+z)^3} \quad (20)$$

$$\left| \frac{dt'}{dz'} \right| = \frac{1}{\sqrt{\Omega_\Lambda}} \frac{1}{H_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_M(1+z)^3}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_M(1+z)^3}}} \frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_M(1+z)^4} \quad (21)$$

Вторым этапом звездной эволюции является состояние красного гиганта, в которое попадают все звезды, сходя с главной последовательности. Если звезда была на главной последовательности время t , то красным гигантом она будет в течение промежутка времени κt , где $\kappa = 0.1$ [14]. Температура и радиус красного гиганта определяются параметрами звезды, из которой он рождается. Мы будем использовать усредненные параметры, а именно будем считать, что из любой звезды получается красный гигант радиусом $R_{rg} = 100 R_{sol}$ и температурой $T_{rg} = 4500 K$.

Спектр красных гигантов определяется аналогично спектру звезд главной последовательности. Во-первых, найдем количество красных гигантов, образовавшихся из звезд, которые родились при красном смещении z' . Очевидно, что наблюдатель зафиксирует звезду в стадии красного гиганта, если время ее жизни на главной последовательности меньше разности времен $t(z)$ и $t(z')$ а суммарное время жизни больше разности $t(z)$ и $t(z')$.

$$\frac{t_{sol}}{m^\alpha} < t(z) - t(z') < (1 + \kappa) \frac{t_{sol}}{m^\alpha} \quad (22)$$

Таким образом максимальная и минимальная массы определяются из условий:

$$\frac{t_{sol}}{m'_{\alpha min}} = t(z) - t(z') \quad (23)$$

$$\frac{t_{sol}}{m'_{\alpha}_{max}} = t(z) - t(z') \quad (24)$$

Аналогично случаю звезд главной последовательности, спектр от красных гигантов поколения z' вычисляется по формуле

$$S_{\lambda}(z, z') = \frac{\int_{m'_{min}}^{m'_{max}} \left(\frac{R_{rg}}{r(z)}\right)^2 B(\lambda, T_{rg}, z) I(m) dm}{\int_{m_{min}}^{m_{max}} m I(m) dm}, \quad (25)$$

где m_{min} и m_{max} вычисляются по формулам.

Полный спектр от всех красных гигантов получается после интегрирования по z'

$$L_{\lambda}^{rg}(z) = \int_z^{z_{max}} dz' \left| \frac{dt'}{dz'} \right| \psi(t(z')) V(z') S_{\lambda}(z'), \quad (26)$$

3.3 Излучение пыли

Основной вклад в излучение в инфракрасном диапазоне дает космическая пыль. Подсчет интенсивности излучения пыли будем проводить следующим образом. Предположим, что каждая звезда после рождения окружена облаком пыли. Для простоты будем считать, что облако существует на протяжении $t_{dust} = 3 \cdot 10^7$ лет, затем мгновенно исчезает [4]. Состав, размер и оптические свойства облака неизменны. Параметры звезды также фиксированы, звезда уже находится на главной последовательности. Излучение звезды нагревает частички пыли, в результате чего они сами становятся источниками излучения, но уже в инфракрасном диапазоне [3]. Пыль состоит из двух компонент - графита и силикатов. Каждая отдельная частица представляют собой сферу с радиусом от $a_{min} = 0.005$ до $a_{max} = 0.25$.

Плотность числа частиц зависит от радиуса следующим образом [3]:

$$dn = Ca^{-3.5} \quad (27)$$

Свободными параметрами этой модели являются внешний радиус облака r_{out} и полные массы компонент пыли.

Для вычисления потока излучения в инфракрасном диапазоне, предположим, что частицы находятся в термодинамическом равновесии, т.е. поглощают столько же энергии, сколько излучают.

$$\frac{R^2}{4r^2} \int Q_{abs}^a(\lambda) B_s(\lambda, T_s) d\lambda = \int Q_{abs}^a(\lambda) B(\lambda, T_g) d\lambda \quad (28)$$

Множитель $1/4$ возникает из-за того, что поглощение пропорционально площади сечения частицы, а излучение пропорционально площади поверхности. r - расстояние от центра звезды до частицы, R - радиус звезды, $Q_{abs}^a(\lambda)$ - коэффициент поглощения для частицы размером a [7]. По закону Кирхгоффа коэффициент поглощения равен коэффициенту излучения. Решая это уравнение, найдем температуру частицы T_g как функцию расстояния от звезды, типа и размера частицы.

Константу C в распределении (20) выразим через объем и среднюю плотность облака с помощью уравнения нормировки:

$$\int n(a)m(a)V(a)da = \frac{\rho V_{dust}}{2}, \quad (29)$$

где $n(a) = Ca^{-3.5}$ и $m(a) = 4\pi a^3 \rho_{dust}/3$ соответственно плотность числа частиц и масса отдельной частицы как функции радиуса, $V(a)$ - объем, занятый частицами размера a (разные частицы могут иметь различные внешние и внутренние радиусы), а V_{dust} - полный объем облака. Выражая

константу C , получим:

$$C = \frac{3\rho_{dust}V_{dust}}{\rho_{dust}} \left(\int V(a)a^{-0.5}da \right)^{-1} \quad (30)$$

Для того, чтобы найти спектр всего облака, необходимо сложить спектры отдельных частиц. На большом расстоянии d от звезды вклад в спектр от частиц радиуса a равен:

$$dF_a(\lambda) = n(a)da \frac{a^2}{d^2(z)} Q_{abs}^a(\lambda) \int_V B(\lambda, T_g(r), z) dV \quad (31)$$

Интегрируя по размеру частиц, получаем выражение для спектра всего облака

$$F_{\lambda}^{dust}(z) = \int_{a_{min}}^{a_{max}} n(a)da \frac{a^2}{d^2(z)} Q_{abs}^a(\lambda) \int_V B(\lambda, T_g(r), z) dV \quad (32)$$

Плотность графита $\rho_{dust} = 2.25 \text{ g cm}^{-3}$, а плотность силиката $\rho_{dust} = 3.3 \text{ g cm}^{-3}$. Пренебрегая зависимостью внешнего и внутреннего радиусов от размера частиц, будем считать, что средний внешний радиус $r_{out} = 500 \text{ a.e.}$, внутренний - $r_{in} = 0.5 \text{ a.e.}$, полная плотность числа частиц в облаке $n_{dust} = 10 \text{ cm}^{-3}$ [3].

Вычислим спектр пыли от всей галактики. Для этого найдем количество молодых звезд, т.е. звезд, окруженных пылевыми облаками, в галактике с красным смещением z . В поколении звезд, родившихся при красном смещении z' могут быть молодые, если

$$t(z) - t(z') < t_{dust}. \quad (33)$$

Из условия равенства этих времен, найдем z'_{max} . К моменту наблюдения

звезда должна существовать, таким образом максимальная масса звезды поколения z' находится из условия

$$t(z) - t(z') = \frac{t_{sol}}{m'_{\alpha_{max}}} \quad (34)$$

С учетом вышесказанного, получаем

$$S_{\lambda}(z, z') = \frac{\int_{m_{min}}^{m'_{max}} \left(\frac{R_{star}}{r(z)}\right)^2 F_{\lambda}^{dust}(z) I(m) dm}{\int_{m_{min}}^{m_{max}} m I(m) dm}, \quad (35)$$

$$L_{\lambda}^{rg}(z) = \int_z^{z'_{max}} dz' \left| \frac{dt'}{dz'} \right| \psi(t(z')) V(z') S_{\lambda}(z'). \quad (36)$$

3.4 Суммарный спектр

Спектр галактики равен сумме спектров звезд главной последовательности, красных гигантов и пыли

$$L_{\lambda}(z) = L_{\lambda}^{ms}(z) + L_{\lambda}^{rg}(z) + L_{\lambda}^{dust}(z) \quad (37)$$

Полный спектр Вселенной - сумма спектров отдельных галактик. Таким образом, находим угловую плотность итоговой интенсивности

$$F(\lambda) = \frac{1}{dV} \int_0^{z_{max}} L_{\lambda}(z) r^2(z) dr(z) \quad (38)$$

4 Результаты и выводы

В ходе выполнения дипломной работы была разработана программа для вычисления внегалактического фонового излучения на основе набора входных параметров [15]. Результаты работы для средних значений параметров представлены на рисунке 3.

Спектр хорошо согласуется с экспериментальными ограничениями. Ограничения снизу вычислены на основе прямого подсчета числа галактик. Ограничения сверху получены на основе измерения рассеяния фотонов высоких энергий от блазаров на ВФИ. Остальные экспериментальные точки - результаты прямых наблюдений. Существенное отличие прямых наблюдений от остальных данных связано с наличием зодиакального света.

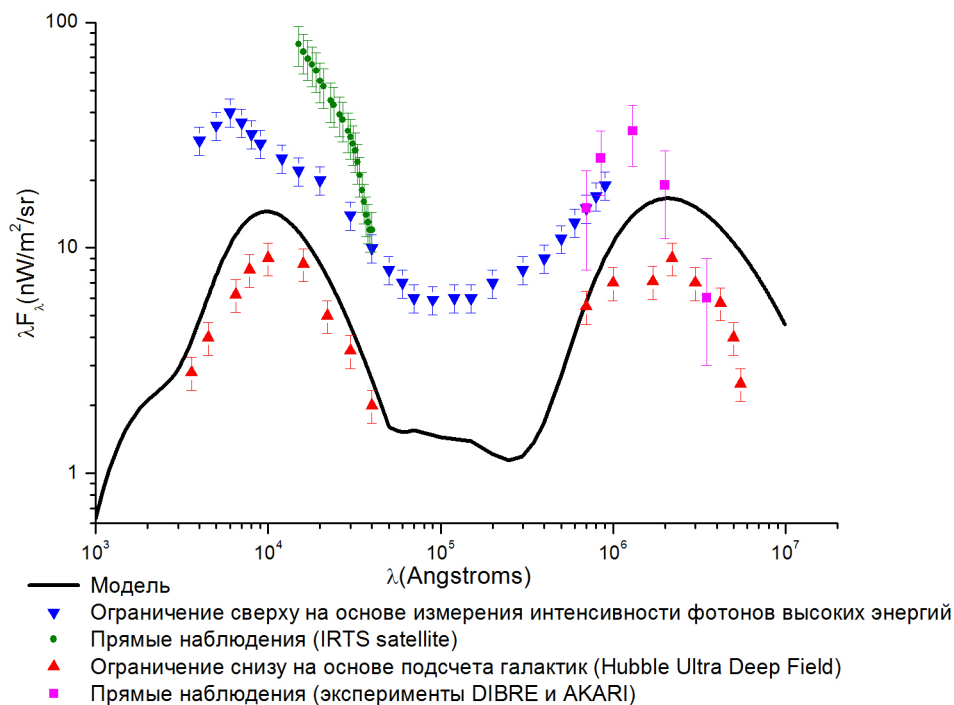


Рис. 3: Результаты моделирования ВФИ в сравнении с экспериментальными данными

Сравнение с результатами других авторов [2], [12] приведены на рисунке 4.

Как показано в работе [8], для правильной интерпретации спектров далеких блазаров необходимо уменьшить интенсивность ВФИ в 2-3 раза. Поэтому в дальнейшем планируется провести изучение пространства параметров модели для установления возможности такого уменьшения интенсивности спектра и построение кривой с наилучшей аппроксимацией экспериментальных данных.

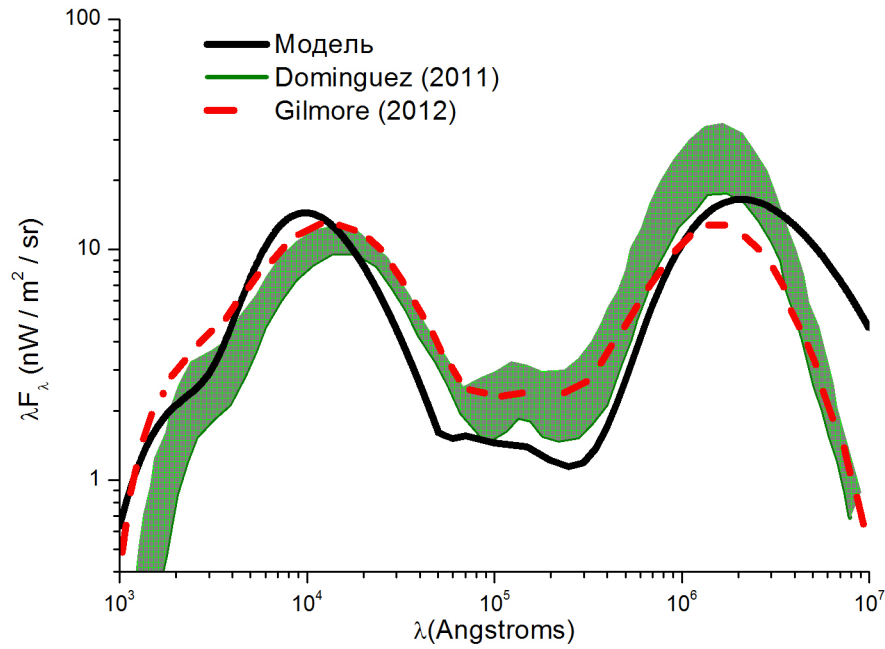


Рис. 4: Сравнение с другими моделями

Пример спектра для модели с модифицированными параметрами показан на рисунке 5.

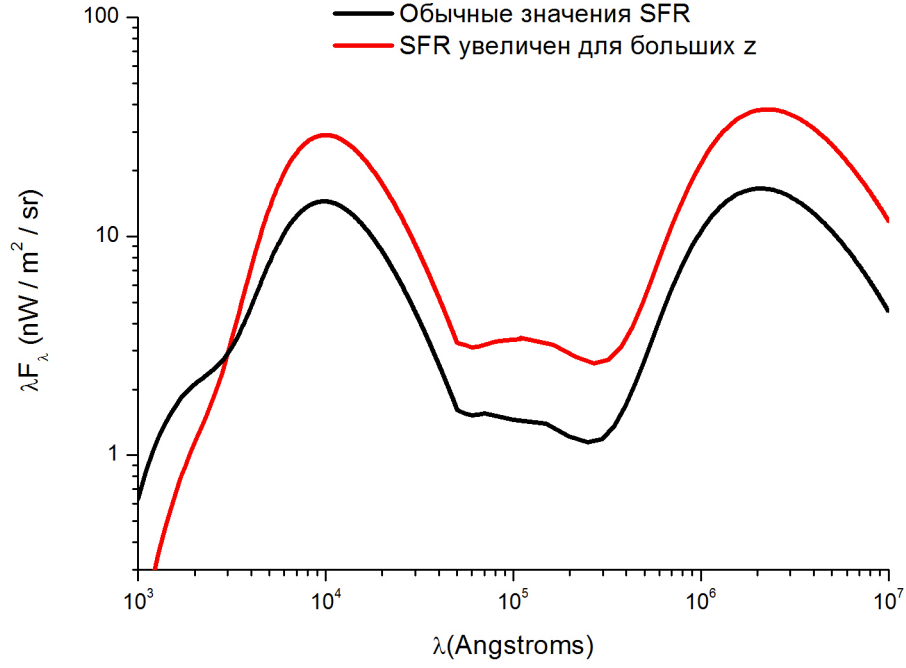


Рис. 5: Модифицированная модель: увеличенная скорость звездообразования при больших z

Список литературы

- [1] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO].
- [2] R. C. Gilmore, R. S. Somerville, J. R. Primack and A. Dominguez, “Semi-analytic modeling of the EBL and consequences for extragalactic gamma-ray spectra,” Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **422**, 3189 (2012) doi:10.1111/j.1365-2966.2012.20841.x [arXiv:1104.0671 [astro-ph.CO]].
- [3] J. R. Martinez-Galarza, I. Kamp, K. Y. L. Su, A. Gaspar, G. Rieke and E. E. Mamajek, “Infrared Emission by Dust Around lambda Bootis Stars: Debris Disks or Thermally Emitting Nebulae?,” Astrophys. J. **694**, 165 (2009) doi:10.1088/0004-637X/694/1/165 [arXiv:0812.2198 [astro-ph]].
- [4] S.Charlot, S.Fall: *A simple model for the absorption of starlight by dust in galaxies*, arXiv:astro-ph/0003128v1
- [5] A. De Angelis, G. Galanti and M. Roncadelli, “Transparency of the Universe to gamma rays,” Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **432**, 3245 (2013) doi:10.1093/mnras/stt684 [arXiv:1302.6460 [astro-ph.HE]].
- [6] L. Costamante, “Gamma-rays from Blazars and the Extragalactic Background Light,” Int. J. Mod. Phys. D **22**, no. 13, 1330025 (2013) doi:10.1142/S0218271813300255 [arXiv:1309.0612 [astro-ph.HE]].
- [7] B.T.Draine, H. M.Lee: *Optical properties of interstellar graphite and silicate grains*, Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 285, Oct. 1, 1984, p. 89-108.

- [8] G. I. Rubtsov and S. V. Troitsky, “Breaks in gamma-ray spectra of distant blazars and transparency of the Universe,” JETP Lett. **100**, 397 (2014) [JETP Lett. **100**, no. 6, 355 (2014)] doi:10.7868/S0370274X14180015, 10.1134/S0021364014180088 [arXiv:1406.0239 [astro-ph.HE]].
- [9] Andrew M. Hopkins, John F. Beacom: *On the normalisation of the cosmic star formation history*, arXiv:astro-ph/0601463v3
- [10] Michael G. Hauser, Eli Dwek: *The Cosmic Infrared Background: Measurements and Implications*, arXiv:astro-ph/0105539v1
- [11] G.Chabrier: *Galactic stellar and substellar initial mass function*, arXiv:astro-ph/0304382
- [12] A. Dominguez, “An empirical approach to the extragalactic background light from AEGIS galaxy SED-type fractions,” IAU Symp. **284**, 442 (2012) doi:10.1017/S1743921312009593 [arXiv:1111.4435 [astro-ph.CO]].
- [13] Горбунов Д.С., Рубаков В.А.: *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего большого взрыва*, ЛЕНАНД, 2015, ISBN 978-5-396-00046-9.
- [14] Засов А.В., Постнов К.А.: *Общая астрофизика* 2-е изд. испр. и дополн. —Фрязино: Век 2. 2011, ISBN 978-5-85099-188-3
- [15] <https://github.com/Semk0/EBL-photons->