

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова"
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИКИ ЧАСТИЦ И КОСМОЛОГИИ

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

Режимы космологической эволюции в моделях с
нарушением изотропного условия
энергодоминантности.

Выполнил студент
443 группы
Меличев Олег

(подпись студента)

Научный руководитель
академик В. А. Рубаков

(подпись научного руководителя)

Допущен к защите

Заф. кафедрой _____
(подпись зав. кафедрой)

Москва

2016 г.

Содержание

Введение	2
1 Вид метрики. Условия устойчивости.	4
1.1 Метрика	4
1.2 Уравнения Эйнштейна	4
1.3 Условия стабильности	5
2 Рассмотрение конкретной конфигурации.	7
2.1 Явный вид функции $c(r)$	7
2.2 Дальнейшее нахождение метрики	8
2.3 Рассмотрение условий стабильности	9
2.4 Решение проблемы духовых неустойчивостей	9
2.5 Нахождение лагранжиана в явном виде	9
2.6 Плоский предел	10
3 Общая запрещающая теорема.	12
3.1 Формулировка и преобразование условий устойчивости	12
3.2 Поведение в 0	12
3.3 Поведение на ∞	13
3.4 Доказательство теоремы	14
Выводы	15

Введение.

Предметом данной работы являются скалярные теории с лагранжианами, содержащими производные второго порядка, однако приводящими к уравнениям поля, не содержащим производные выше второго порядка [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Они позволяют создавать стабильные конфигурации, нарушающие изотропное условие энергодоминантности (Null Energy Condition, NEC):

$$T_{\mu\nu}\eta^\mu\eta^\nu > 0, \quad (1)$$

для любого светоподобного вектора η^μ . В рамках общей теории относительности, действие для таких моделей имеет вид (рассматриваются только линейные по вторым производным члены):

$$S = \int d^{d+2}x \sqrt{-g} \left(-\frac{R}{2\kappa} + \mathcal{L} \right), \quad (2)$$

где

$$\mathcal{L} = F(\pi, X) + K(\pi, X)\square\pi, \quad X = \partial_\mu\pi\partial^\mu\pi, \quad \square\pi = \nabla_\mu\nabla^\mu\pi. \quad (3)$$

Эти модели представляют большой интерес, потому как при определенных условиях не содержат ни духовых, ни градиентных неустойчивостей, которые часто возникают в моделях, нарушающих NEC. В данной работе рассматривается возможность существования космологических моделей с галилеонами, допускающих решение в виде статических кротовых нор [8], [9]. Как известно ([10], [11]), последние представляют собой сферически симметричные объекты, асимптотически плоские на бесконечности, соединенные узкой горловиной, либо с другой такой же асимптотически плоской частью, либо с полузамкнутой вселенной.

Ранее было доказано [9], что создание первого из двух этих типов кротовых нор в теориях с галилеонами невозможно: попытка создания с неизбежностью приводит к образованию сингулярности. В данной работе рассматривается возможность создания конфигурации, представляющей из себя

второй тип кротовых нор ("полузамкнутый мир") и свободной от духовых и градиентных неустойчивостей.

В первой главе приведен общий вид метрики таких конфигураций, записаны уравнения Эйнштейна и найдены условия отсутствия духовых и градиентных неустойчивостей.

Во второй главе рассматривается конкретная конфигурация и исследуется ее устойчивость. Показывается, что в ней отсутствуют лишь духовые, но не градиентные неустойчивости. Найден лагранжиан, допускающий в качестве решения такую полевую конфигурацию.

В третьей главе снова рассмотрены условия устойчивости в общем виде и показана невозможность построения конфигураций рассматриваемого вида, свободных одновременно и от духовых, и от градиентных неустойчивостей.

1 Вид метрики. Условия устойчивости.

1.1 Метрика

В общем виде, метрика таких объектов выглядит как

$$ds^2 = a^2(r)dt^2 - b^2(r) - c^2(r)\gamma_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta, \quad (4)$$

где x^α и $\gamma_{\alpha\beta}$ - координаты и метрика d -мерной сферы.

Для создания требуемой конфигурации требуется, чтобы функция $c(r)$ удовлетворяла следующим асимптотическим требованиям:

$$a \rightarrow 1, \quad b \rightarrow 1, \quad c \rightarrow r, \quad \text{при } r \rightarrow 0, \quad (5)$$

$$a \rightarrow 1, \quad b \rightarrow 1, \quad c \rightarrow r - r_0, \quad \text{при } r \rightarrow +\infty. \quad (6)$$

1.2 Уравнения Эйнштейна

Выберем калибровку $a(r) = \frac{1}{b(r)}$, варьированием по метрике получим уравнения Эйнштейна:

$$G_\nu^\mu = \kappa T_\nu^\mu, \quad \kappa = 8\pi G, \quad (7)$$

ниже везде будем считать $\kappa = 1$, где:

$$G_0^0 = 2a^2 \left[-\frac{a'c'}{ac} - \frac{c''}{c} - \frac{1}{2} \left(\frac{c'^2}{c^2} - \frac{1}{a^2c^2} \right) \right], \quad (8)$$

$$G_r^r = -2a^2 \left[\frac{a'c'}{ac} + \frac{1}{2} \left(\frac{c'^2}{c^2} - \frac{1}{a^2c^2} \right) \right], \quad (9)$$

$$G_\beta^\alpha = \delta_\beta^\alpha G^\Omega, \quad (10)$$

$$G^\Omega = -a^2 \left[\frac{a''}{a} + \frac{a'^2}{a^2} + \left(\frac{c''}{c} + 2\frac{a'c'}{ac} \right) \right].$$

Покажем, что конфигурация типа "полузамкнутый мир" с необходимостью нарушает изотропное условие энергодоминантности. Для такой метрики оно дает

$$T_0^0 - T_r^r = G_0^0 - G_r^r = -a^2 \frac{c''}{c}. \quad (11)$$

Если величина, стоящая в правой части, отрицательна, то NEC нарушено, что и происходит. Действительно, из общих соображений ясно, что вторая производная функции должна иметь участки положительности, тогда как сама функция c всюду положительна.

Тензор энергии-импульса имеет вид

$$T_0^0 = -F - \pi'^2 K_\pi + 2\pi'^2 \pi'' K_X, \quad (12)$$

$$T_r^r = -F + \pi'^2 K_\pi + 2\pi'^3 \left(\frac{a'}{a} + 2\frac{c'}{c} \right) K_X - 2\pi'^2 F_X, \quad (13)$$

$$T_\beta^\alpha = \delta_\beta^\alpha T^\Omega, \quad T^\Omega = T_0^0. \quad (14)$$

(Здесь и далее $d = 2$). В калибровке $\pi = r$ имеем следующую важную для дальнейшего комбинацию уравнений Эйнштейна:

$$F_X - K_\pi = 2a^2 \frac{c'}{c} K_X - a^2 \frac{c''}{c}, \quad (15)$$

$$\frac{F}{a^2} + K_\pi - 2aa' K_X = 2\frac{a'c'}{ac} + 2\frac{c''}{c} + \left(\frac{c'^2}{c^2} - \frac{a^2}{c^2} \right). \quad (16)$$

1.3 Условия стабильности

Рассмотрим возмущения относительно фонового решения уравнений поля, которое полагается статическим и сферически симметричным: $\pi = \pi_c(r) + \chi$. Лагранжиан возмущений относительно фонового решения в общем виде имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(2)} = & [F_X + K_X \square \pi - K_\pi + \nabla_\nu (K_X \nabla^\nu \pi) - K_X^2 X^2] \nabla_\mu \chi \nabla^\mu \chi + \\ & + [2(F_{XX} + K_{XX} \square \pi) \nabla^\mu \pi \nabla^\nu \pi - 2(\nabla^\mu K_X) \nabla^\nu \pi - 2K_X \nabla^\mu \pi \nabla^\nu \pi + \\ & + 4K_X^2 X \nabla^\mu \pi \nabla^\nu \pi] \nabla_\mu \chi \nabla_\nu \chi, \end{aligned} \quad (17)$$

а в случае сферически симметричного фонового решения, применяя (15), имеем:

$$\mathcal{L}^{(2)} = a^{-2} \mathcal{G}^{00} \dot{\chi}^2 - a^2 \mathcal{G}^{rr} \chi'^2 - c^{-2} \mathcal{G}^{\Omega} \gamma^{\alpha\beta} \partial_\alpha \chi \partial_\beta \chi, \quad (18)$$

$$\mathcal{G}^{00} = -Q' - Q^2, \quad (19)$$

$$\mathcal{G}^{\Omega} = -Q' - Q^2 + 2 \left(Q - \frac{c'}{c} \right) \left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a} \right), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{rr} = & -Q' + 3Q^2 - 4 \left(\frac{a'}{a} + 2\frac{c'}{c} \right) Q + 4\frac{a'c'}{ac} - 2\frac{c''}{c} + 6\frac{c'^2}{c^2} - \\ & - 2a^2 F_{XX} + 4a^4 \left(\frac{a'}{a} + \frac{c'}{c} \right) K_{XX}. \end{aligned} \quad (21)$$

($\pi' = 1$), где

$$Q = a^2 K_X + \frac{c'}{c}. \quad (22)$$

Для того, чтобы не было ни духовых, ни градиентных неустойчивостей, необходимо наложить следующие условия:

$$\mathcal{G}^{00} > 0, \quad \mathcal{G}^{\Omega} \geq 0, \quad \mathcal{G}^{rr} \geq 0. \quad (23)$$

В следующем разделе мы исследуем возможность построения конфигурации, для которой выполнено первое из этих трех условий. В третьей главе будет доказано, что создание конфигурации, для которой в любой точке были бы выполнены первые два условия невозможно.

2 Рассмотрение конкретной конфигурации.

2.1 Явный вид функции $c(r)$

Для дальнейшего анализа необходимо определиться с выбором функции $c(r)$. Перечислим условия, которым она должна удовлетворять. Для того, чтобы рассматриваемая конфигурация действительно описывала кротовую нору типа "полузамкнутый мир", необходимо потребовать, чтобы на бесконечности и в нуле вторая производная функции $c(r)$ обращалась в ноль. Также необходимо, чтобы присутствовал значительный участок, на котором первая производная функции $c(r)$ отрицательна. В качестве первой производной c была выбрана функция

$$c'(r) = 1 - r_0 r^5 e^{-r^2}, \quad (24)$$

что дает

$$c(r) = r - r_0 \left[1 - \left(1 + r^2 + \frac{r^4}{2} \right) e^{-r^2} \right]. \quad (25)$$

(см рис. 2).

Отметим, что конфигурация (24) является самой простой из удовлетворяющих нашим требованиям, потому как конфигурации с меньшей степенью r либо им не удовлетворяют, либо приводят невозможности выразить c в элементарных функциях.

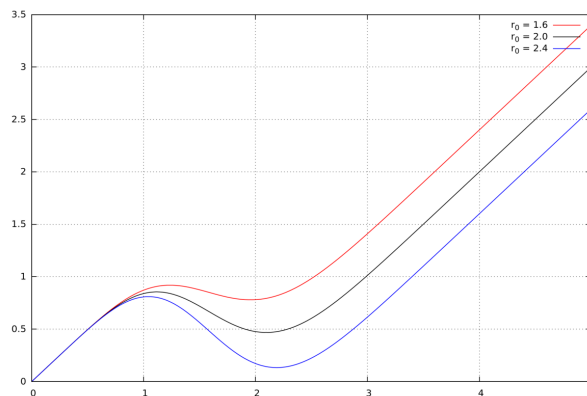


Рис. 1: Выбранная нами функция $c(r)$ для $r_0 = 1.6$, $r_0 = 2.0$, $r_0 = 2.4$.

2.2 Дальнейшее нахождение метрики

Зная, что $T_0^0 = T^\Omega$, получаем, что $G_0^0 = G^\Omega$, которое в нашей калибровке $ab = 1$ дает

$$\gamma''u - u''\gamma + 2 = 0, \quad \gamma = a^2, \quad u = c^2. \quad (26)$$

Это уравнение легко интегрируется

$$\gamma = u \left[\int_r^\infty \frac{2\tilde{r}}{u^2(\tilde{r})} d\tilde{r} \right], \quad (27)$$

Однако взять интеграл аналитически не представляется возможным. Результаты численного моделирования для $r_0 = 2$ приведены на рис.2. Поведение

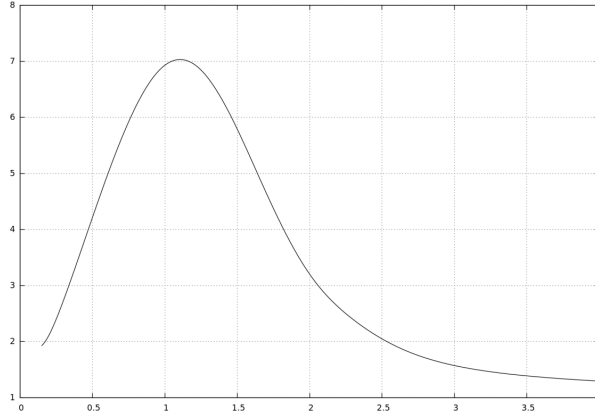


Рис. 2: Функция $a(r)$ для выбранной нами функции $c(r)$ с $r_0 = 2.0$.

вблизи нуля отсюда не ясно, потому как вычисление интеграла от бесконечности приводит к накоплению ошибки. Асимптотику в нуле однако не сложно вычислить аналитически

$$\gamma(r)|_{r \rightarrow 0} = 1 - \frac{7r_0}{9}r^5 + O(r^7), \quad (28)$$

откуда видно, что $a(r)$ достаточно гладко себя ведет в нуле и условие (5) выполнено (проверка условий на бесконечности не представляет никакой сложности).

2.3 Рассмотрение условий стабильности

В данной работе рассматривается только первое из этих условий (условие отсутствия духовых неустойчивостей). Рассмотрим в начале это условие для случая, когда галилеонный член в лагранжиане отсутствует, $K_X = 0$ (в случае, когда $K \neq 0$, а $K_X = 0$, член $K(\pi)\square\pi$ может быть сведен к $F(X, \pi)$ интегрированием по частям). Имеем:

$$Q = \frac{c'}{c}, \quad \mathcal{G}^{00} = -\frac{c''}{c}. \quad (29)$$

Подставляя асимптотики выбранных нами функций метрики в нуле и на бесконечности, находим

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{00}|_{r \rightarrow 0} &= r_0 r^3 (1 + O(r^2)) \geq 0, \\ \mathcal{G}^{00}|_{r \rightarrow \infty} &= -2r_0 r^5 e^{-r^2} \left(1 + O\left(\frac{1}{r}\right)\right) < 0, \end{aligned}$$

Откуда видно, что при $K = 0$ решение неустойчиво на бесконечности.

2.4 Решение проблемы духовых неустойчивостей

Положим

$$Q = \frac{1}{r} - \frac{r}{r^2 + \lambda^2}, \quad (30)$$

что дает

$$\mathcal{G}^{00} = \frac{3\lambda^2}{(r^2 + \lambda^2)^2} > 0, \quad (31)$$

и, тем самым, устраняет духовую неустойчивость.

2.5 Нахождение лагранжиана в явном виде

Из (22) и (30) находим

$$K_X = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{r} - \frac{r}{r^2 + \lambda^2} - \frac{c'}{c} \right]. \quad (32)$$

До этого момента, мы рассматривали произвольные лагранжианы вида (3). Для дальнейшего удобно рассмотреть частный случай, когда

$$F = \alpha(\pi)X - V(\pi),$$

$$K = \beta(\pi)X.$$

Откуда, помня что $X = a^2$, находим

$$F_X = \alpha, \quad F = a^2\alpha - V,$$

$$K_X = \beta, \quad K_\pi = \beta'a^2$$

Теперь не составляет труда и вычислить все остальные величины, входящие в лагранжиан:

$$\beta(\pi) = K_X = \frac{1}{a^2} \left[\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{\pi^2 + \lambda^2} - \frac{c'}{c} \right], \quad (33)$$

$$K_\pi = a^2\beta'(\pi). \quad (34)$$

Далее, пользуясь (15), находим:

$$\alpha(\pi) = F_X = K_\pi + a^2 \left[2\frac{c'}{c}K_X - \frac{c''}{c} \right], \quad (35)$$

а из (16) получаем:

$$F = -a^2K_\pi - 2a^3a'K_X + 2\frac{a'ac'}{c} + 2\frac{c''a^2}{c} + a^2\frac{c'^2 - a^2}{c}, \quad (36)$$

$$V(\pi) = a^2F_X - F. \quad (37)$$

Таким образом, получен лагранжиан, допускающий решение в виде нашей конфигурации.

2.6 Плоский предел

Снова рассмотрим поведение конфигурации в асимптотиках. Нам необходимо, чтобы в нуле и на бесконечности наш исходный лагранжиан галилеона переходил в лагранжиан обычного скалярного поля:

$$\mathcal{L} \longrightarrow \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2. \quad (38)$$

Решение уравнений поля для такого лагранжиана хорошо известно,

$$\phi = \frac{q}{r}, \quad q = \text{const.} \quad (39)$$

Вспоминая, что в нашей калибровке $\pi = r$, получаем связь полевых переменных ϕ и π :

$$\pi = \frac{q}{\phi}. \quad (40)$$

Подставляя это выражение в лагранжиан, и учитывая, что $X_\pi = X = \frac{1}{b^2} = a^2$, получаем что лагранжиан переходит в

$$\mathcal{L} \longrightarrow F = \frac{q^2}{2r^4} X_\pi = \frac{q^2}{2\pi^4} a^2, \quad F_X = F_{X_\pi} \longrightarrow \frac{q^2}{2r^4}. \quad (41)$$

Теперь, пользуясь (15), находим, используя те же асимптотики, для $K = 0$:

$$F_X|_{r \rightarrow \infty} = -a^2 \frac{c''}{c}|_{r \rightarrow \infty} = -2r_0 r^5 e^{-r^2},$$

$$F_X|_{r \rightarrow 0} = -a^2 \frac{c''}{c}|_{r \rightarrow 0} = -r_0 r^3,$$

Видно, что получившиеся асимптотики слабее, чем асимптотики обычного скалярного поля, а значит $q = 0$. Это означает, что в нуле и на бесконечности наше галилеонное поле соответствует обычному скалярному полю с нулевым зарядом.

3 Общая запрещающая теорема.

3.1 Формулировка и преобразование условий устойчивости

В данной главе мы покажем, что создание конфигураций рассматриваемого вида, свободных одновременно и от духовых, и от градиентных неустойчивостей невозможно. Единственным предположением является то, что функция $c(r)$ имеет такой вид, как обсуждалось в начале, для того, чтобы описывать кротовую нору типа "полузамкнутый мир", то есть имеет следующие асимптотики в нуле и на бесконечности:

$$c|_{r \rightarrow 0} \rightarrow r, \quad (42)$$

$$c|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow r - r_0, \quad (43)$$

и $a(r) \rightarrow 1$, $b(r) = \frac{1}{a(r)} \rightarrow 1$ при $r \rightarrow 0$, $r \rightarrow \infty$.

Рассмотрим (22) и сделаем замену переменной

$$Q = \frac{1}{r} + q. \quad (44)$$

Первые два условия устойчивости (23) в терминах q дают:

$$\mathcal{G}^{00} = -q' - \frac{2q}{r} - q^2 > 0, \quad (45)$$

$$\mathcal{G}^{\Omega} = -q' - \frac{2q}{r} - q^2 + 2 \left(q + \frac{1}{r} - \frac{c'}{c} \right) \left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a} \right) > 0. \quad (46)$$

3.2 Поведение в 0

Рассмотрим условие (45) вблизи нуля и покажем, что оно с необходимостью требует $q < 0$ в некоторой области вблизи нуля. Предположим противное: $q > 0$. В таком предположении q монотонно убывает с ростом r .

Из требования несингулярности K_X в 0:

$$q|_{r \rightarrow 0} < \infty, \quad q|_{r \rightarrow 0} = o\left(\frac{1}{r}\right), \quad \frac{2q}{r} \gg q^2, \quad (47)$$

и значит

$$\mathcal{G}^{00} \approx -q' - \frac{2q}{r} > 0,$$

что при $q > 0$ эквивалентно

$$-\frac{dq}{q} > 2\frac{dr}{r} > \frac{dr}{r}.$$

последнее неравенство верно, поскольку $r > 0$ и $dr > 0$.

Интегрируем в пределах от r_1 до r_2 таких, что $q > 0$ на всём интервале (r_1, r_2) :

$$\frac{q_1}{q_2} > \frac{r_2}{r_1} \text{ или } q_1 r_1 > q_2 r_2. \quad (48)$$

Заметим, что по определению $o\left(\frac{1}{r}\right)$:

$$qr = \frac{q}{1/r} \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow 0,$$

а следовательно, поскольку $r_2 > r_1$ и q монотонная функция:

$$q_2 r_2 > q_1 r_1. \quad (49)$$

Сравнивая выражения (48) и (49) приходим к противоречию ввиду строгости неравенства в (48).

Следовательно $q < 0$ вблизи 0.

3.3 Поведение на ∞

В пределе $r \rightarrow \infty$ примем следующие асимптотики для $c(r)$ и $a(r)$:

$$c \rightarrow r - r_0 \Rightarrow \frac{c'}{c} \rightarrow \frac{1}{r - r_0} = \frac{1}{r} + \frac{r_0}{r^2} + o\left(\frac{1}{r^2}\right) \quad (50)$$

$$a \rightarrow 1 - \frac{M}{r} \Rightarrow \frac{a'}{a} \rightarrow \frac{M}{r^2} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right). \quad (51)$$

Тогда \mathcal{G}^Ω примет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^\Omega &= -q' - \frac{2q}{r} - q^2 + 2\left(q + \frac{1}{r} - \frac{c'}{c}\right)\left(\frac{c'}{c} - \frac{a'}{a}\right) \\ &= -q' - \frac{2q}{r} - q^2 + 2\left(q - \frac{r_0}{r^2} + o\left(\frac{1}{r^2}\right)\right)\left(\frac{1}{r} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^2}\right)\right) \\ &= -q' - q^2 - \frac{2r_0}{r^3} + \mathcal{O}\left(\frac{q}{r^2}\right) + o\left(\frac{1}{r^3}\right) \end{aligned} \quad (52)$$

Покажем, что $q > 0$. Предположим противное ($q < 0$), поскольку $q = o\left(\frac{1}{r}\right)$, то $q' > 0$: функция q стремится к 0 снизу, следовательно возрастает.

Предполагая, что $a^2 K_X$ стремится к 0 быстрее, чем $\frac{c'}{c} \approx \frac{1}{r}$, будем считать вновья, что

$$q|_{r \rightarrow \infty} = o\left(\frac{1}{r}\right), \quad \mathcal{O}\left(\frac{q}{r^2}\right) = o\left(\frac{1}{r^3}\right), \quad (53)$$

и выражение для \mathcal{G}^Ω принимает вид:

$$\mathcal{G}^\Omega = -q' - q^2 - \frac{2r_0}{r^3} + o\left(\frac{1}{r^3}\right) \quad (54)$$

Таким образом, \mathcal{G}^Ω представляет из себя сумму трёх отрицательных слагаемых – противоречие. Значит $q > 0$.

Если $a^2 K_X$ порядка $\frac{\alpha}{r}$, то прямая подстановка в условия устойчивости также приводит к противоречию.

Если же $a^2 K_X$ убывает медленнее, чем $\frac{1}{r}$, имеем, что этот член является главенствующим в Q , а также отрицательным, по нашему предположению, что невозможно в связи с аргументом, высказанным в [9] (интегрируя $\frac{Q'}{Q^2}$ и устремляя один из пределов интегрирования к бесконечности, получаем, что отрицательность Q приводит к сингулярности конфигурации).

Таким образом показано, что $q > 0$ на ∞ .

3.4 Доказательство теоремы

Мы показали, что:

- $q < 0$ вблизи 0,
- $q > 0$ на ∞ .

Из этого следует, что существует точка, в которой $q = 0$, а $q' > 0$. В этой точке $\mathcal{G}^{00} < 0$. Таким образом, искомым устойчивым конфигураций не существует.

Выводы.

В работе продемонстрирована возможность построения конфигурации в виде кротовой норы типа "полузамкнутый мир", свободного от духовых неустойчивостей. Для предъявленной конфигурации найден лагранжиан, асимптотики метрики в нуле и на бесконечности, а также показано, что вблизи нуля и на бесконечности такая конфигурация соответствует обычному скалярному полю с нулевым зарядом.

Доказано общее утверждение, согласно которому построение конфигурации типа "полузамкнутый мир", свободной одновременно и от духовых, и от градиентных неустойчивостей, в рамках теории с галилеоновым полем невозможно.

Список литературы

- [1] A. Nicolis, R. Rattazzi, E. Trincherini: The galileon as a local modification of gravity, arXiv: 0811.2197v2.
- [2] P. Creminelli, A. Nicolis, E. Trincherini: Galilean Genesis: an alternative to inflation, arXiv: 1007.0027v2.
- [3] Deffayet C., Esposito-Farèse G. and Vikman A. Phys. Rev. D vol.79(8) 084003 (2009)
- [4] Goon G., Hinterbichler K. and Trodden M. Phys. Rev. Lett. vol. 106(23) 231102 (2011) arXiv:1103.6029 [hep-th]
- [5] Goon G., Hinterbichler K. and Trodden M. J. Cosmol. Astropart. Phys. vol. 2011(07) 017 (2011)
- [6] Kobayashi T., Yamaguchi M. and Yokoyama J Prog. Theor. Phys., vol. 126(3), 511 (2011) arXiv:1105.5723 [hep-th]
- [7] В.А.Рубаков: Изотропное условие энергодоминантности и его нарушение, Успехи физических наук, том 184, февраль 2014г., №2.
- [8] V.A.Rubakov: Can Galileons support Lorentzian wormholes?, arXiv: 1509.08808.
- [9] V.A.Rubakov: More about wormholes in generalized Galileon theories, arXiv: 1601.06566.
- [10] Morris M. S. and Thorne K. S. Am. J. Phys., vol. 56, 395 (1988)
- [11] Morris M. S., Thorne K. S. and Yurtsever U., Phys. Rev. Lett. vol. 61(13), 1446 (1988)
- [12] Горбунов Д.С., Рубаков В.А.: Введение в теорию ранней вселенной: Теория горячего большого взрыва, ISBN: 978-5-396-00046-9.