

Московский ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции,  
ордена Трудового Красного Знамени  
Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

## **Физический Факультет**



# Курсовая работа

## **НЕЙТРИНО И СРТ**

Работу выполнил:  
студент 443 группы  
Сосновиков А.Д

Научный руководитель:  
д.ф.-м.н. проф. Рубаков В.А.

Зав. каф.  
Физики частиц и  
космологии д.ф.-м.н. проф.  
Рубаков В.А.

Москва  
2014

# Содержание

<b>1</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Обзор экспериментальных данных</b>	<b>2</b>
2.1	Нейтринные аномалии и возможное указание на стерильные нейтрино .	2
2.1.1	Реакторные и галлиевые аномалии . . . . .	2
2.1.2	LSND+MiniBooNE+KARMEN . . . . .	2
2.2	Конфликт результатов appearance и disappearance экспериментов . . .	3
2.3	Низкоэнергетическое превышение в эксперименте MiniBooNE . . . . .	3
<b>3</b>	<b>CPT-теорема</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>CPT-нарушающая модель</b>	<b>4</b>
4.1	Некоторые принятые в работе обозначения . . . . .	4
4.2	Получение эффективного гамильтониана . . . . .	6
4.3	Диагонализация эффективного гамильтониана . . . . .	7
4.4	Вероятность осцилляций . . . . .	8

# 1 Постановка задачи

Задача состоит в построении моделей теории поля, в которых СРТ нарушается в нейтринном секторе так, что осцилляции нейтрино и антинейтрино происходят по-разному.

## 2 Обзор экспериментальных данных

### 2.1 Нейтринные аномалии и возможное указание на стерильные нейтрино

#### 2.1.1 Реакторные и галлиевые аномалии

Изучение пучков реакторных антинейтрино с энергиями  $3 - 8\text{MeV}$  и пучков нейтрино с энергиями  $1\text{MeV}$ , используемых для калибровки галлиевых детекторов, обнаружили сигнал наличия осцилляций с характерными параметрами  $\sin^2(2\theta) = 0.11$ ,  $\Delta m_{41}^2 = 1.8\text{MeV}$  [4]. Данные указаны на рисунке (1)

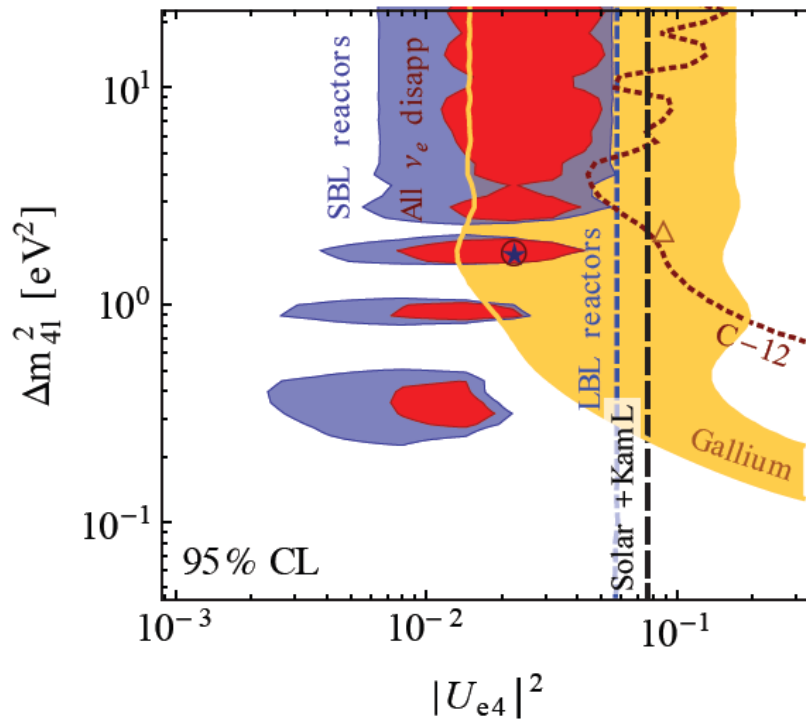


Рис. 1: Совместный анализ реакторных и галлиевых экспериментов

#### 2.1.2 LSND+MiniBooNE+KARMEN

Осцилляции  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  изучались в ускорительных экспериментах LSND с энергиями  $10 - 60\text{MeV}$  и MiniBooNE с энергиями  $200 - 3000\text{MeV}$  обнаружили сигнал наличия осцилляций [4] с параметрами, указанными на рисунке (4). Эксперимент KARMEN с энергиями  $1-50\text{MeV}$  созданный для проверки LSND не обнаружил данный сигнал, однако поставил ограничения на  $\sin^2(2\theta)$  и  $\Delta m_{41}^2$ .

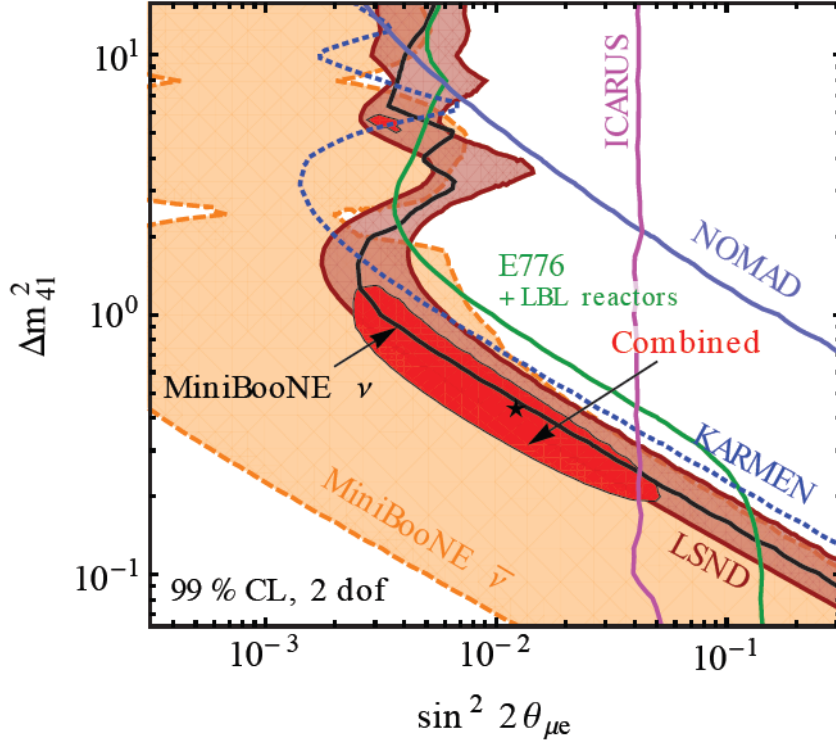


Рис. 2: Совместный анализ LSND,MiniBooNE,KARMEN

## 2.2 Конфликт результатов appearance и disappearance экспериментов

Анализ данных по осцилляциям  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ ,  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  и осцилляциям  $\nu_e \rightarrow \nu_e$ ,  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  показывает плохое соответствие между результатами экспериментов, отображенное на рисунке (3).

## 2.3 Низкоэнергетическое превышение в эксперименте MiniBooNE

Эксперимент MiniBooNE по изучению осцилляций  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ ,  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  обнаружил значительное превышение числа событий в интервале энергий 200 – 500MeV [4].

## 3 CPT-теорема

CPT-теорема утверждает, что из предположения об инвариантности лагранжиана относительно собственных преобразований Лоренца, об эрмитовости лагранжиана, о локальности теории и о том, что соблюдается обычная связь между спином и статистикой следует инвариантность относительно CPT преобразований. Отметим вместе с тем что, как показал Гринберг в работе [1], поля, нарушающие CPT-симметрию, с необходимостью нарушают и Лоренц-инвариантность.

Для построения модели теории поля, в которой нарушается CPT, наиболее реалистичным представляется вариант явного введения в лагранжиан CPT-нарушающих членов [2].

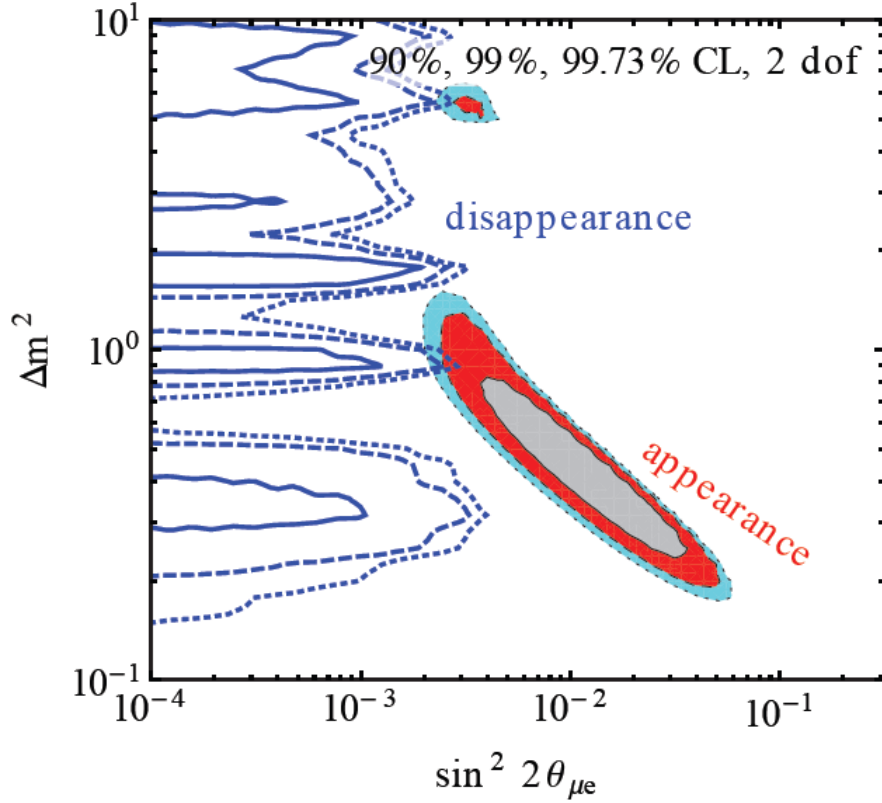


Рис. 3: appearance (LSND, MiniBooNE appearance analysis, NOMAD, KARMEN, ICARUS, E776)-disappearance(atmospheric, solar, reactors, Gallium, CDHS, MINOS, MiniBooNE disappearance, KARMEN and LSND  $\nu_e$ - $C^{12}$  scattering).

## 4 СРТ-нарушающая модель

### 4.1 Некоторые принятые в работе обозначения

Рассмотрим лагранжиан с СРТ-нарушающим членом:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_a \gamma^\mu \partial_\mu \psi_a - \left( \frac{m_{ab}}{2} \bar{\psi}_a^c \psi_b + h.c. \right) + \bar{\psi}_a \gamma^\mu a_\mu^{ab} \psi_b,$$

где симметричная массовая матрица  $m$  для рассматриваемой модели с тремя ароматами  $a = e, \mu, s$  имеет вид:

$$m = \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} & m_{es} \\ m_{e\mu} & m_{\mu\mu} & m_{\mu s} \\ m_{es} & m_{\mu s} & m_{ss} \end{pmatrix}$$

СРТ-нарушающая эрмитова матрица  $a$  имеет вид:

$$a_\mu^{ab} = (a_0^{ab}, \vec{0}).$$

Приняв для простоты, что  $a_0$  - действительная матрица, запишем ее в виде:

$$a_0 = \begin{pmatrix} a_{ee} & a_{e\mu} & a_{es} \\ a_{e\mu} & a_{\mu\mu} & a_{\mu s} \\ a_{es} & a_{\mu s} & a_{ss} \end{pmatrix}$$

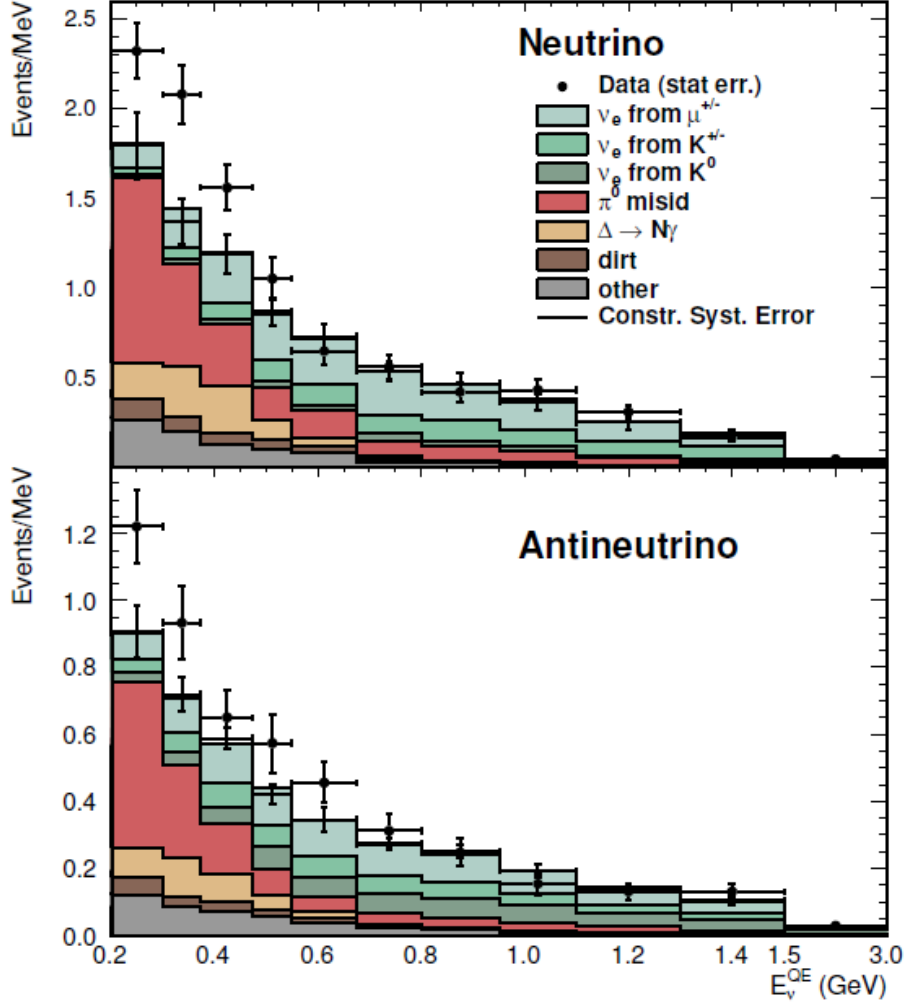


Рис. 4: MiniBooNE

Спинор  $\psi$  имеет вид:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}.$$

Выберем киральное представление гамма-матриц:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix},$$

где  $\sigma = (1, \vec{\sigma})$ ,  $\bar{\sigma} = (1, -\vec{\sigma})$ ,  $\vec{\sigma}$  - вектор, компонентами которого являются матрицы Паули.

Матрицу зарядового сопряжения  $C$  в этом представлении можно представить в виде:

$$C = -i\gamma^0\gamma^2 = \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix}.$$

Преобразования зарядового сопряжения выглядят следующим образом:

$$\bar{\psi}^C = \psi^T C^{-1}, \quad \psi^C = C\bar{\psi}^T.$$

Левый лагранжиан имеет вид:

$$\mathcal{L}_L = i\psi_{a_L}^\dagger \bar{\sigma}^\mu \psi_{a_L;\mu} - i\frac{m_{ab}}{2}(\psi_{a_L}^T \sigma^2 \psi_{b_L} - \psi_{a_L}^\dagger \sigma^2 \psi_{b_L}^*) + a_0^{ab} \psi_{a_L}^\dagger \psi_{b_L}. \quad (1)$$

Уравнения движения:

$$i\bar{\sigma}^\mu \psi_{a_L;\mu} + im_{ab} \sigma^2 \psi_{b_L}^* + a_0^{ab} \psi_{b_L} = 0. \quad (2)$$

## 4.2 Получение эффективного гамильтониана

Решение (2) ищем в виде ( $\alpha$  нумерует два линейно независимых решения уравнения):

$$\psi_a = a^{(\alpha)} u_a^{(\alpha)} e^{-ipx} + a^{*(\alpha)} v_a^{(\alpha)} e^{ipx}. \quad (3)$$

Здесь и далее индекс L, флейворные индексы, индекс у  $a_0$  опускаем. Подставляя решение (3) в такое уравнение движения (2) получаем:

$$(p_0 + \vec{\sigma}\vec{p})u + im\sigma^2 v^* + au = 0, \quad (4)$$

$$(p_0 + \vec{\sigma}\vec{p})v - im\sigma^2 u^* - av = 0. \quad (5)$$

Выражаем  $v$  из (4):

$$v = i\sigma^2 m^{-1}(p_0 + \vec{\sigma}^* \vec{p})u^* + im^{-1}a\sigma^2 u^*.$$

Подставляем  $v$  в (5):

$$i(p_0^2 - \vec{p}^2)m^{-1}\sigma^2 u^* + im^{-1}a^*(p_0 + \vec{\sigma}\vec{p})\sigma^2 u^* - im\sigma^2 u^* - iam^{-1}(p_0 - \vec{\sigma}\vec{p})\sigma^2 u^* - iam^{*-1}a^*\sigma^2 u^* = 0$$

Введем обозначения  $\sigma^2 u^* = w$

Видно, что  $\vec{\sigma}\vec{p}w^{(\pm)}$  сохраняется:

$$\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p}w^{(\pm)} = \pm w^{(\pm)} \quad (6)$$

Учитывая (6) и опуская индексы, получим:

$$(p_0^2 - \vec{p}^2)w^+ + a_0^*(p_0 + p)w^+ - m^2 w^+ - ma_0 m^{-1}(p_0 - p)w^+ = 0 \quad (7)$$

$$(p_0^2 - \vec{p}^2)w^- + a_0^*(p_0 - p)w^- - m^2 w^- - ma_0 m^{-1}(p_0 + p)w^- = 0 \quad (8)$$

В ультрарелятивистском пределе (7),(8) принимают вид:

$$(p_0^2 - \vec{p}^2)w^+ = m^2 w^+ - a_0^*(p_0 + p)w^+ \quad (9)$$

$$(p_0^2 - \vec{p}^2)w^- = m^2 w^- + ma_0 m^{-1}(p_0 + p)w^- \quad (10)$$

Решим (9),(10) по теории возмущений. Записывая энергию в виде:

$$p_0 = p + h_{eff},$$

получим из (9):

$$h_{eff}^{\bar{\nu}} = \frac{m^2}{2p} - a = \begin{pmatrix} \bar{h}_{ee} & \bar{h}_{e\mu} & \bar{h}_{es} \\ \bar{h}_{e\mu} & \bar{h}_{\mu\mu} & \bar{h}_{\mu s} \\ \bar{h}_{es} & \bar{h}_{\mu s} & \bar{h}_{ss} \end{pmatrix} \quad (11)$$

получим из (10):

$$h_{eff}^{\nu} = \frac{m^2}{2p} + a = \begin{pmatrix} h_{ee} & h_{e\mu} & h_{es} \\ h_{e\mu} & h_{\mu\mu} & h_{\mu s} \\ h_{es} & h_{\mu s} & h_{ss} \end{pmatrix} \quad (12)$$

### 4.3 Диагонализация эффективного гамильтониана

Найдем собственные значения  $h_{eff}^{\nu}$ . Выполняя для стандартную процедуру диагонализации, найдем сначала собственные значения (12), являющиеся решением уравнения:

$$\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} a &= -Tr(h_{eff}^{\nu}) \\ b &= \frac{1}{2}(Tr(h_{eff}^{\nu}))^2 - \frac{1}{2}Tr((h_{eff}^{\nu})^2) \\ c &= -Det(h_{eff}^{\nu}) \end{aligned} \quad (14)$$

Введем переменные:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{9}(a^2 - 3b) \\ R &= \frac{1}{54}(2a^3 - 9ab + 27c) \\ \theta &= \cos^{-1} \left( \frac{R}{\sqrt{Q^3}} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Запишем решение (13) через переменные (15):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -2\sqrt{Q}\cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - \frac{a}{3} \\ \lambda_2 &= -2\sqrt{Q}\cos\left(\frac{\theta + 2\pi}{3}\right) - \frac{a}{3} \\ \lambda_3 &= -2\sqrt{Q}\cos\left(\frac{\theta - 2\pi}{3}\right) - \frac{a}{3} \end{aligned} \quad (16)$$

Требуется, чтобы  $\lambda_i$  были действительными. Для этого необходимо, чтобы дискриминант был отрицательным:

$$D = R^2 - Q^3, \quad (17)$$

что в нашем случае всегда выполняется. Матрица  $h_{eff}^{\nu}$  диагонализуется с помощью унитарной матрицы  $U$ :

$$h_{eff} = UE_{eff}U^{\dagger} \quad (18)$$



Матрица  $U$  в таком случае имеет вид:

$$U = \begin{pmatrix} B_1 C_1 / N_1 & C_1 A_1 / N_1 & A_1 B_1 / N_1 \\ B_2 C_2 / N_2 & C_2 A_2 / N_2 & A_2 B_2 / N_2 \\ B_3 C_3 / N_3 & C_3 A_3 / N_3 & A_3 B_3 / N_3 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где:

$$\begin{aligned} A_i &= h_{\mu s}(h_{ee} - \lambda_i) - h_{se} h_{e\mu} \\ B_i &= h_{se}(h_{\mu\mu} - \lambda_i) - h_{e\mu} h_{\mu s} \\ C_i &= h_{e\mu}(h_{ss} - \lambda_i) - h_{\mu s} h_{se} \\ N_i &= \sqrt{A_i^2 B_i^2 + B_i^2 C_i^2 + C_i^2 A_i^2} \end{aligned} \quad (20)$$

#### 4.4 Вероятность осцилляций

Введем  $\Delta_{ij} = \lambda_i - \lambda_j$ . Будем считать, что  $\lambda_3 \gg \lambda_1$  и  $\lambda_3 \gg \lambda_2$  и рассматривать при этом эксперименты с короткой базой

$$\frac{\Delta_{21} L}{2} \ll 1.$$

Вероятность  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}$  определяется выражением [3]:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = 1 - \sin^2(2\theta_{eff}) \sin^2\left(\frac{\Delta_{31} L}{2}\right), \quad (21)$$

где:

$$\sin^2(2\theta_{eff}) = 4|U_{\alpha 3}|^2(1 - |U_{\alpha 3}|^2) \quad (22)$$

Вероятность  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$  определяется выражением:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sin^2(2\theta_{eff}) \sin^2\left(\frac{\Delta_{31} L}{2}\right), \quad (23)$$

где:

$$\sin^2(2\theta_{eff}) = 4|U_{\alpha 3}|^2|U_{\beta 3}|^2 \quad (24)$$

## Список литературы

- [1] Greenberg OW Phys. Rev. Lett. 89 231602 (2002); hep-ph/0201258
- [2] Kostelecksy V A, Mewes M Phys. Rev. D 70 031902(R) (2004); hep-ph/0308300; Phys. Rev. D 69 016005 (2004); hep-ph/0309025
- [3] C. Giunti and C. W. Kim. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics (OUP, 2007)
- [4] Joachim Kopp, Pedro A.N. Machado, Michele Maltoni, Thomas Schwetz, Sterile neutrino oscillations: the global picture, [arXiv:1303.3011v3]
- [5] Janet M. Conrad, William C. Louis, Michael H. Shaevitz, The LSND and MiniBooNE Oscillation Searches at High  $\Delta m^2$ , Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 63, 45 (2013), [arXiv:1306.6494]