Кварк-глюонная плазма.

Лекция 9/10

Было:

$$m_D^2 = \frac{e^2 T^2}{3}$$

$$T \gg m$$

$$G^{(1\text{-}loop)}_{\mu\nu} = \frac{P^L_{\mu\nu}}{p^2 + m_D^2} + \frac{P^T_{\mu\nu}}{p^2}$$

↓ продольная массивная ~~фото~~поляризация. (плазмон)

 то же самое для глюона.

$$m_D^2 = e^2 T^2 \left(\frac{N_c}{3} + \frac{N_f}{6}\right)$$

Неабелевы калибровочные поля.

Абелевы для всех нужно

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\mu \varphi - V(\varphi^* \varphi) \qquad u(1)$$

$\varphi \mapsto \varphi e^{-i\alpha}$ глоб. симметрия

$\varphi \mapsto \varphi e^{-i\alpha(x)}$ локальная

$$\partial_\mu \varphi \mapsto e^{-i\alpha(x)} (\partial_\mu \varphi - i\partial_\mu \alpha \cdot \varphi)$$

$$A_\mu \mapsto A_\mu - \partial_\mu \alpha$$

$$\partial_\mu \varphi \longmapsto \underset{\text{inv}}{D_\mu \varphi} = \partial_\mu \varphi - i A_\mu \varphi$$

$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ inv отн. кал.

неабелевы.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \varphi^+ \partial_\mu \varphi - V(\varphi^+ \varphi)$$

$\Phi \mapsto \omega \Phi$ – глоб. $\omega \in SU(n)$

$\varphi \mapsto \omega(x) \varphi$ – лок.

$$\partial_\mu \varphi \mapsto \omega(\partial_\mu \varphi + \omega^{-1} \partial_\mu \omega \cdot \varphi)$$

$$\partial_\mu \varphi \mapsto D_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi + A_\mu \varphi$$

$D_\mu \varphi \mapsto \omega D_\mu \varphi$

$D_\mu \varphi^+ D_\mu \varphi$ – inv.

$F_{\mu\nu} \to \omega F_{\mu\nu} \omega^{-1}$

$A \mapsto \omega A \omega^{-1} + \frac{i}{g} \omega \partial_\mu \omega^{-1}$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$$

$A_\mu = ig A_\mu^a t_a \qquad t_a$ – генераторы $SU(n)$

$$F_{\mu\nu} = ig F_{\mu\nu}^a t_a$$

$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \qquad f^{abc}$ – структурные конст. очищаем.

$$\mathcal{L}_{YM} = \frac{1}{2e^2} \operatorname{Tr} F_{\mu\nu}^2 = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2$$

$$\mathcal{L}_{YM+ferm.} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 + \sum_{i,j=1}^{N} \bar{\psi}_i \left(\delta_{ij} i \gamma^\mu \partial_\mu + g \gamma^\mu A_\mu^a t^a_{ij} - m \delta_{ij} \right) \psi_j$$

QCD: $N=3$ ψ – кварки.

Квантование: (система со связями)

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{для фикс.} \\ \text{калибровку}}}{\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A_\mu^a)^2} + (\partial_\mu \bar{c}^a)(\delta^{ac} \partial_\mu + g f^{abc} A_\mu^b) c^c$$

$\boxed{\text{нужно учитывать в лагранжиане!}}$

Духи Фаддеева-Попова. антикоммутирующие переменные, но скаляры по группе Лоренца.

Для QED $f^{abc} = 0$, поэтому духи не ~~взаим~~ связаны с A_μ $\Rightarrow$ нормируем.

QCD отличие от QED:

$g(\mu < \Lambda_{QCD}) \sim 1$ не работает теор. воз. эфф. теории.

$g(\mu)$ падает. теор. возмущения при больших энергиях.

ИК – фикс. точ. $E = 0$

$e = \frac{1}{137}$ мало

$e(\mu)$ растет.

теор. возмущ. хорошо работает.

Thermal QED. $\boxed{2}$

Вклад в [illegible]. плотность св. энергии.

$$\mathcal{J}(0,T) = -\frac{\pi^2 T^4}{90}$$
$$\tilde{\mathcal{J}}(0,T) = \frac{7}{8}\frac{\pi^2 T^4}{90}.$$

$$f(T)\big|_{gluons} = (N_c^2-1)(d+1)\,\mathcal{J}(0,T)$$
$$f(T)\big|_{ghosts} = -2(N_c^2-1)\,\mathcal{J}(0,T)$$
$$f(T)\big|_{quarks} = -4N_c N_f\,\tilde{\mathcal{J}}(0,T)$$

частицы - античастицы
спин вверх - спин вниз.

MCCT

$$f(T)\big|_{QCD} = -\frac{\pi^2 T^4}{90}\left[2(N_c^2-1) + \frac{7}{2}N_f N_c\right]$$

Поправки.

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \underline{\underline{g}} f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c\right)^2 - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A_\mu^a)^2 +$$
$$+ (\partial_\mu \bar{c}^a)(\delta^{ac}\partial_\mu + \underline{\underline{g}} f^{abc} A_\mu^b) c^c + \sum_{f=1}^{N_f}\sum_{i,j=1}^{N_c} \bar{\psi}_{if}(\delta_{ij}\, i\gamma^\mu\partial_\mu +$$
$$+ \underline{\underline{g}}\gamma^\mu A_\mu^a t^a_{ij} - m_f \delta_{ij})\psi_j$$

$$\mathcal{L}_{QCD}^{free} + \mathcal{L}_{QCD}^{int}$$

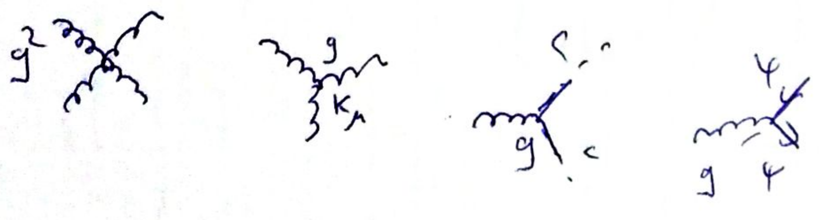
$$Z = \int_{p.b.c.} DA_\mu \int_{p.b.c.} D\bar{c}\,Dc \int_{a.p.b.c.} D\bar{\psi}\,D\psi\; e^{-\int_0^\beta d\tau \int d^3x\, \mathcal{L}_{QCD}}$$

$$Z = e^{-\beta V f}$$
$$Z_0 = e^{-\beta V f^{(0)}}$$

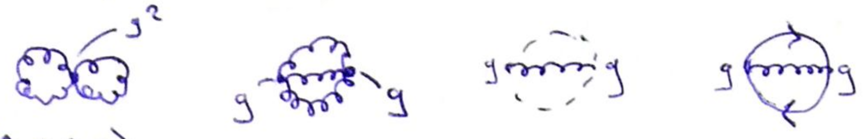
1й порядок: $\int d^4x$

$$Z = Z_0(1 + g f^{abc}\langle A A \partial A\rangle + \langle\bar{c} c A\rangle, \langle\bar{\psi}\psi A\rangle$$

1й порядок 0, т.к. нечетное число корреляторов

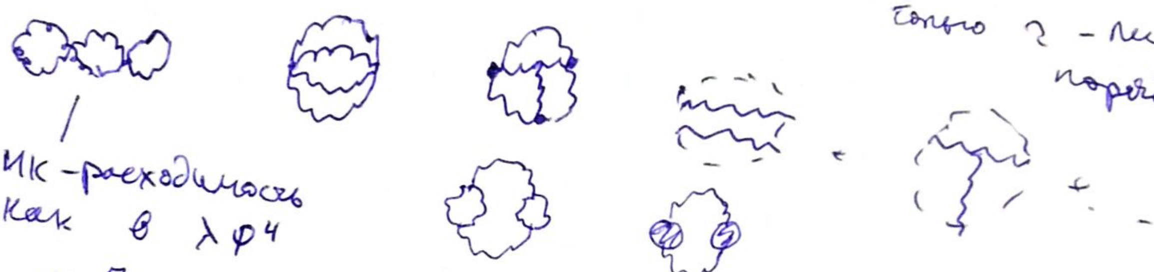


2-й порядок:



$$f_{(1)}(T)\Big|_{QCD} = -\frac{\pi^2 T^4}{90}\left(N_c^2-1\right)\Big(-\frac{5}{2}\underbrace{\frac{g^2}{4\pi^2}}_{\alpha_s}\Big)\left(N_c+\frac{5}{4}N_f\right)$$

Наивно — след. порядок g^4 (нельзя добавить 1 вершину только 2 - либо 1 порядка $\sim g$ g^2)



$\sum_{daisy}$  либо через эфф. массу

В разложении св. энергии по массе был чл. $\left(-\frac{Tm^3}{12\pi}\right)$ $m/T \ll 1$

$$m = m_{eff} = m_D$$

$$f_{(3/2)}(T)\Big|_{QCD} = \left(N_c^2-1\right)\left(-\frac{T m_D^3}{12\pi}\right) =$$

$$= \left(N_c^2-1\right)T^4 g^3\left(-\frac{1}{12\pi}\right)\left(\frac{N_c}{3}+\frac{N_f}{6}\right)^{3/2}$$

$$= -\frac{\pi^2 T^4}{3}\, 2\left(N_c^2-1\right)\left(\frac{g^2}{4\pi^2}\right)^{3/2}\left(\frac{N_c}{3}+\frac{N_f}{6}\right)^{3/2}$$

$$\boxed{\alpha_s = g^2/4\pi^2}$$

$$f(T)\Big|_{QCD,\,(0)+(1)+(3/2)} = -\frac{\pi^2 T^4}{45}\left(N_c^2-1\right)\Big\{1+\frac{7}{4}\frac{N_f N_c}{N_c^2-1}-\frac{5}{4}\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)\left(N_c+\frac{5}{4}N_f\right)$$

$$+ 30\left(\frac{N_c}{3}+\frac{N_f}{6}\right)^{3/2}\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^{3/2} + O\left(\alpha_s^2\right)\Big\}$$

Дальше расходится, α_s - мала...

Эффективные теории.

A_μ^a в имп. представлении выделяем моды.

$\bar{A}_\mu^a$ — нулевая мода.

$$A_i \mapsto \omega A \omega^{-1} + \frac{i}{g}\omega \partial_i \omega^{-1}$$
$$A_0 \mapsto \omega A_0 \omega^{-1}$$

т.к. нет зависимости от τ

$$L_E = \frac{1}{4} F_{ij}^a F_{ij}^a + \frac{1}{2}(D_i^{ab} A_0^b)(D_i^{ac} A_0^c)$$

dimensional reduction

$$S_{eff} = \frac{1}{T}\int\Big(\frac{1}{4}\bar{F}_{ij}^a \bar{F}_{ij}^a + \frac{1}{2}Tr \ldots + \bar{m}^2 Tr[\bar{A}_0^2] + \bar{\lambda}^{(1)} (Tr[\bar{A}_0^2])^2 + \bar{\lambda}^{(2)} Tr[\bar{A}_0^4] + \ldots\Big] + \ldots$$

Electrostatic QCD

$$Tr[D_i, F_{ij}][D_k, F_{kj}]$$

$$\bar{m}^2 = g^2 T^2 \left(\frac{N_c}{3} + \frac{N_f}{6}\right) + \ldots$$

расстояния $\gg (\bar{m})^{-1}$, отинтегрируем $\bar{A}_0$

Magnetostatic QCD

$$S_{eff} = \frac{1}{T}\int_x \left(\frac{1}{4}\bar{F}_{ij}^a \bar{F}_{ij}^a + \ldots\right)$$

$$\frac{1}{T}\int_x \Big\{ \frac{1}{4}(\partial_\mu \bar{A}_\nu^a - \partial_\nu \bar{A}_\mu^a + g f^{abc} \bar{A}_\mu^b \bar{A}_\nu^c)(\ldots)$$

// $\bar{\bar{A}} = \frac{\bar{A}}{\sqrt{T}}$ //

$$= \int_x \frac{1}{4}(\partial_\mu \bar{\bar{A}}_\nu^a - \partial_\nu \bar{\bar{A}}_\mu^a + g\sqrt{T} f^{abc} \bar{\bar{A}}_\mu^b \bar{\bar{A}}_\nu^c)(\ldots)$$

soft scale

Теория возмущений по параметру g^2T ⟹ все размерные величины зависят только от этой шкалы