Лекция 7

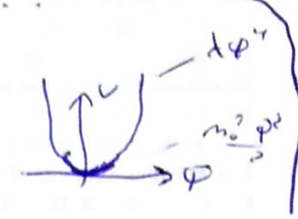
Восстановление симметрии при высоких температурах

мы исследовали ~~поправки~~ свободную энергию скалярного поля с самодействием $\lambda\phi^4$

$$f^{(0)}(T) = T\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\ln\left(1-e^{-\sqrt{p^2+m^2}/T}\right)$$

$$f(T) = f^{(0)}(T) + \lambda f^{(1)}(T) + \frac{\lambda^2}{2} f^{(2)}(T) + \dots$$

$$m^2_{eff}(T) = m_0^2 + \lambda T^2 + \dots$$



- массивная теория. Всё хорошо, считаем по теории возмущений
- безмассовая теория $m_0 = 0$. Инфракрасные расх-ти, пересуммирование ring (daisy) диаграмм, поправка порядка $\lambda^{3/2}$:

$$f(T) = -\frac{\pi^2 T^4}{90}\left(1 - \frac{15}{4}\left(\frac{\lambda}{\pi^2}\right) + \frac{15}{2}\left(\frac{\lambda}{\pi^2}\right)^{3/2} + O(\lambda^2)\right)$$

$$m^2_{eff}(T) = \lambda T^2 + O(\lambda^2)$$

(годится для всех безмассовых бозонных теорий, в т.ч. КХД)

- потенциал типа «мексиканской шляпы», отриц. квадрат массы

спонтанное нарушение симметрии.

Упр. эфф. теория сверхпроводимости, ферромагнетизм и т.д.

для дискретн. симметрии поля — нарушение $Z(2)$

для непрерывной — $SU(2)$ до $U(1)$

мы с дискретным, т.к. проще.

При нарушенной симметрии ~~от~~ возбуждения не возле $\phi = 0$, а массивные возбуждения возле $\phi = \phi_{min}$.

$$V(\phi) = -\frac{m^2}{2}\phi^2 + \lambda\phi^4$$

$$V'(\phi) = -m^2\phi + 3\lambda\phi^3 = 0 \qquad \phi^2_{min} = \frac{m^2}{3\lambda}$$

$$V(\phi) = V(\phi_{min}) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial\phi^2}\Big|_{\phi=\phi_{min}}(\phi-\phi_{min})^2$$

Что будет при высокой температуре?

Наивно — ~~???~~ к отриц. квадрату массы добавится термальная поправка λT^2

В какой момент $T = T_c$ $\lambda T^2 - m^2 > 0$ картинка

изменится, будет

Симметрия восстановится. Фазовый переход.

Более аккуратно, методом эфф. потенциала.

$$V(\varphi) = -\frac{1}{2}m^2\varphi^2 + \lambda\varphi^4 \qquad \varphi = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{нулевая мода, не зависящая} \\ \text{(не зависит от } x)}}{\bar{\Phi}} + \varphi' \longleftarrow \text{остальные моды}$$

$$Z = e^{-\frac{V}{T}f(T)} = \int d\bar{\varphi} \int_{n\neq 0} D\varphi' \exp\left(-S_E\left[\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'\right]\right) =$$

$$= \int d\bar{\varphi} \exp\left[-\frac{V}{T} V_{eff}(\bar{\varphi})\right]$$

$$V_{eff}(\bar{\varphi}) = V_{eff}(\bar{\varphi}_{min}) + \frac{1}{2}V''_{eff}(\bar{\varphi}_{min})(\bar{\varphi} - \bar{\varphi}_{min})^2 + \ldots$$

$$f(T) = V_{eff}(\bar{\varphi}_{min})$$

$$S_E[\bar{\varphi} + \varphi'] = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi')^2 - \frac{1}{2}m^2\bar{\Phi}^2 - m^2\bar{\varphi}\varphi' - \frac{1}{2}m^2\varphi'^2 +$$

$$+ \lambda\bar{\Phi}^4 + 4\lambda\bar{\Phi}^3\varphi' + 6\lambda\bar{\varphi}^2\varphi'^2 + 4\lambda\bar{\varphi}\varphi'^3 + \lambda\varphi'^4$$

$$V_{eff}^{(0)}(\bar{\Phi}) = -\frac{1}{2}m^2\bar{\Phi}^2 + \lambda\bar{\Phi}^4$$

$$e^{-\frac{V}{T}V_{eff}^{(1)}} = \int D\varphi' \exp\left(-\int_0^\beta d\tau \int d^3x \, \frac{1}{2}\varphi'\left[-\partial_\mu^2 + m_{eff}^2\right]\varphi'\right) =$$

$$m_{eff}^2 = -m^2 + 12\lambda\bar{\Phi}^2$$

$$= \left(\det\left[-\partial_\mu^2 + m_{eff}^2(\bar{\Phi})\right]\right)^{-1/2}$$

$$V_{eff}^{(1)}(\bar{\varphi}) = \frac{T}{2}\sum_{n\neq 0}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\ln\left[\left(\omega_n^2 + \vec{p}^{\,2} + m_{eff}^2(\bar{\Phi})\right)/\Lambda^2\right] =$$

$$= T\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\ln\left[1 - e^{-\sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_{eff}^2(\bar{\varphi})}/T}\right] - \text{(нулевая мода не зависит от } T\text{)} + \frac{T m_{eff}^3}{12\pi} \;(=)$$

~~для~~ при $T \gg m_{eff}$

$$(=) -\frac{\pi^2T^4}{90} + \frac{m_{eff}^2T^2}{24} - \frac{m_{eff}^3T}{12\pi} + \frac{m_{eff}^3T}{12\pi} + \ldots$$

$$V^{(0)}_{eff} + V^{(1)}_{eff} = -\frac{1}{2} m^2 \bar\varphi^2 + \lambda \bar\varphi^4 +$$

$$+ \frac{(-m^2 + 12\lambda\bar\varphi^2)}{24} T^2 + \underbrace{\frac{(-m^2+12\lambda\bar\varphi^2)^{3/2}}{12\pi} T}_{} + \ldots$$

след. порядок

$$= \frac{1}{2}\left[-m^2 + \lambda \bar\varphi^2\right]\bar\Phi^2 + \lambda\bar\varphi^4$$

$\lambda^{3/2}\bar\varphi^3 T^3$?

Фазовый переход 1 рода — $f(T, \mu)$ — излом (неаналитич.)

$\frac{\partial f}{\partial T}, \frac{\partial f}{\partial \mu}$ — разрыв.

2 рода $\frac{\partial f}{\partial T}$ — излом

Стандарт. модель.

$$V_{eff}(\bar\Phi) = \frac{T^2}{24}\left[\sum_{бозоны} g_i m_i^2(\bar\varphi) + \frac{1}{2}\sum_{фрм} g_i m_i^2(\bar\varphi)\right]$$

$$m_i(\bar\varphi) = h_i \Phi$$

бозоны $n=0$ ик расходимост.

вклад ~~ресуммирован~~ $\nu^{\prime}$ку выч.

$$V_{eff}(\bar\varphi) \in -\gamma T \bar\varphi^3$$

$$\gamma = \frac{1}{12\pi}\sum_{фрм} g_i |h_i|^3$$

$$e^{-W[J]} = Z[J]$$

$$\Gamma[\bar\Phi] = W$$

$$\lambda = \frac{m_h^2}{2v^2} \approx \frac{1}{8}$$

$$\frac{\lambda}{4} \sim \frac{1}{2}$$