Лекция 11.

1

Линейный отклик продолжение.

$$\delta\langle\Phi(\omega,k)\rangle = J(\omega,k)\, D^R(\omega,k)$$

$$\delta\langle\Phi(x,t)\rangle = \int dt' \int d^3x' \; \underbrace{J(x',t')}\, D^R(x,t,x',t')$$

$J_0(k)\, e^{ik'x'}\delta(t')$ – возмущение в момент времени t'

$$D^R(x,t;x',t') = \int d^3(x-x')\,d(t-t')\, e^{ik(x-x')-i\omega(t-t')}\frac{R(k)}{\omega-\omega(k)+i\gamma(k)}$$

$$= \int dt' \int d^3x' \int d^3t \int d^3x\; e^{ikx+i\omega t}\, \cancel{R(k)}\, e^{ix'(k'-k)} \frac{R(k)}{\omega-\omega(k)+i\gamma(k)}$$

$$= \delta(k'-k) \int d\omega \int d^3k\, e^{ikx+i\omega t} J_0(k) R(k) \frac{1}{\omega-\omega(k)+i\gamma(k)}$$

$$\delta\langle\hat\Phi(x,t)\rangle = J_0(k) R(k)\, e^{ikx-i\omega_{(k)}t-\gamma_{(k)}t}$$

эволюция возмущения со временем элем. соотн. $\omega(k)$

$$\boxed{G^R(k) = -G(\omega_n \to i k_0 - \varepsilon)}$$

$$G^{(1-loop)}_{\mu\nu}(k) =$$

$$= \frac{P^L_{\mu\nu}}{\omega_n^2+\vec k^2 - F} + \frac{P^T_{\mu\nu}}{\omega_n^2+\vec k^2 - G}$$

$$F = -\Pi_{00}\frac{K^2}{\vec k^2}$$

$$F(\omega_n = 0, \vec k \to 0) = m_D^2 = \frac{e^2T^2}{3}$$

$$\frac{P^L_{\mu\nu}}{\omega^2 - \vec k^2 + F(\omega,\vec k)} + \frac{P^T_{\mu\nu}}{\omega^2-\vec k^2 + G(\omega,\vec k)}$$

$$\omega^2 = \vec k^2 - \mathrm{Re}\,F(\omega,\vec k), \qquad \gamma \sim \mathrm{Im}\,G$$

$$m_p^2 = \frac{e^2T^2}{6} = \frac{m_D^2}{2}$$

$$\omega_p^2 = \frac{2}{3} m_D^2 = \frac{e^2 T^2}{9}$$

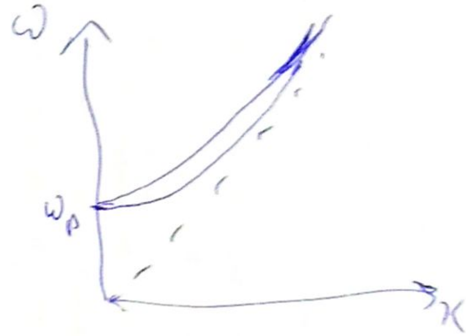
$$\omega_L^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{5}\vec{k}^2 + \dots$$

$$\omega_T^2 = \omega_p^2 + \frac{6}{5}\vec{k}^2 + \dots$$

$|\vec{k}| \gg \omega_p$ — $\omega_L^2 \approx \vec{k}^2$

$\omega_T^2 \approx \vec{k}^2$

$$\gamma_T = \gamma_L = \frac{e^2}{24\pi}\omega_p$$



КГП как жидкость.

Динамика описывается тензором энерги-им. $T_{\mu\nu}$, $\partial_\mu T_{\mu\nu} = 0$

$$T^{\mu\nu} = \sum_n \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_n)}\partial^\nu \phi_n - g^{\mu\nu}\mathcal{L}$$

гидродинам. $T^{\mu\nu} = -P g^{\mu\nu} + (\varepsilon + P) u^\mu u^\nu$

u^μ — 4-скорость.

Диссипативный вклад:

$$\Delta T^{\mu\nu} = \eta(\Delta^\mu u^\nu + \Delta^\nu u^\mu) + \left(\frac{2}{3}\eta - \zeta\right) H^{\mu\nu}\partial_\rho u^\rho - \chi(H^{\mu\alpha}u^\nu + H^{\nu\alpha}u^\mu)Q_\alpha$$

$H^{\mu\nu} = u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu}$

$\Delta_\mu = \partial_\mu - u_\mu u^\beta \partial_\beta$

$Q_\alpha = \partial_\alpha T - T u^\beta \partial_\beta u_\alpha$

η — поверхностная вязкость

ζ — объёмная вязкость.

χ — термальная проводимость

$$-\frac{1}{2}\lim_{\omega\to 0}\frac{1}{\omega}\int d^4x\, e^{i\omega t}\langle[S^{ij}(t,x), S^{ij}(0,0)]\rangle\,\theta(t)$$

$$\frac{1}{2}\lim_{\omega\to 0}\frac{1}{\omega}\int d^4x\, e^{i\omega t}\langle[P(t,x), P(0,0)]\rangle\,\theta(t)$$

$$P = -\frac{1}{3}T^i{}_i \qquad S^{ij} = T^{ij} - \delta^{ij}P$$

Ф-ла Кубо.

$$\delta\langle\hat{A}\rangle_t \cong \langle\hat{A}\rangle_{int} - \langle\hat{A}\rangle_{t_0} = i\int_{t_0}^{t} dt'\,\langle[\hat{V}_H(t'), \hat{A}_H(t)]\rangle_0$$

Техника Келдыша.

QM. $\hat H = \hat H_0 + \hat V(t)\,\theta(t-t_0)$ $t\le t_0$ $\rho=\rho_0$ — сост. опис. матр.-пл. ρ_0.

$$\frac{d\hat\rho}{dt} = -i[\hat H,\hat\rho]$$

$$\hat\rho(t) = \hat S(t,t_0)\underbrace{\hat\rho(t_0)}_{\hat\rho_0}\hat S^+(t,t_0), \qquad i\frac{\partial \hat S(t,t_0)}{\partial t} = \hat H\hat S$$

при $\hat V=0$ $\hat S_{(t,t_0)} = e^{-i\hat H_0(t-t_0)}$

$$\hat S = e^{-i\hat H_0(t-t_0)}\underbrace{T e^{-i\int_{t_0}^{t} dt'\,\hat V(t')}}_{U(t,t_0)}$$

$\hat A$ — оператор.

$$\langle \hat A\rangle_{\rho(t)} = Tr[\hat\rho(t)\hat A] =$$

$$= Tr[\hat S^+(t,t_0)\hat\rho(t_0)\hat S(t,t_0)\hat A] = Tr[\hat\rho(t_0)\hat S(t,t_0)\hat A\hat S^+(t,t_0)] =$$

$$= Tr[\hat\rho(t_0)\hat U(t,t_0)\hat A_{H_0}(t)\hat U^{-1}(t,t_0)]$$

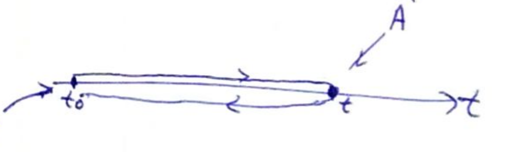
$$U(t,t_0) = T\exp\Big(i\int_{t_0}^{t}\hat V(t_1)\,dt_1\Big)$$

$$\int_{t_0}^{t}\hat V(t_1)\,dt_1\int_{t_0}^{t}\hat V(t_2)\,dt_2$$

$$= \int dy_1\,dy_2\int dy_3\int dy_4$$

$$\langle y_1|\hat\rho(t_0)|y_2\rangle\langle y_2|\hat S(t,t_0)|y_3\rangle\langle y_3|\hat A|y_4\rangle\langle y_4|\hat S^+(t,t_0)|y_1\rangle$$

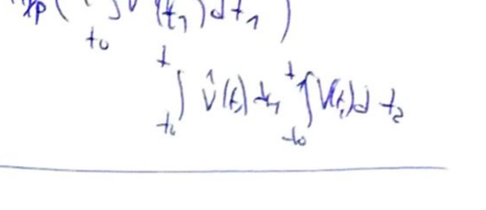
$$\int_{x_1(t_0)=y_2}^{x_1(t)=y_3} Dx_1\, e^{i\int^{t} dt_1\,\mathcal L[x_1]} \qquad \int_{x_1(t)=y_4}^{x_1(t_0)=y_1} Dx_2\, e^{-i\int_{t}^{t_0} dt_2\,\mathcal L[x_2]}$$



если $\hat A=\hat A(\hat x)$ ($\hat x, \hat x^2$), то $\langle y_3|\hat A|y_4\rangle = \delta(y_3-y_4)\,A(y_3)$

$\langle y_1|\hat\rho(t_0)|y_2\rangle$. Если $\hat\rho_0 = e^{-\beta\hat H_0}$ — термальная м.п., то

$$= \int_{x(0)=y_2}^{x(\beta)=y_1} Dx\; e^{-\int_0^\beta d\tau\,\mathcal L_0^E(\tau)}$$



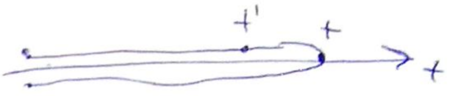
$$\langle A\rangle_{\rho(t)} = \int_C Dx\; e^{i\int_C dt\,\mathcal L[x]}\,A(t)$$

// Квант мех $\to$ КТП

$X \to \varphi$

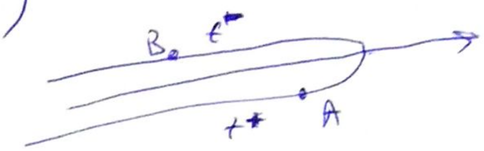
T-упорядоченные корреляторы.

$$\langle T \hat{A}_H(t)\hat{B}_H(t')\rangle = \int_C DX\, e^{i\int_C dt\, \mathcal{L}[x]}\, A(t)B(t')$$

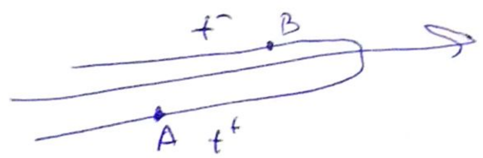


$$\langle \hat{A}_H(t), \hat{B}_H(t')\rangle = A(t^+)B(t'^-)$$

$t>t'$ $\longrightarrow$



$t<t'$ $\longrightarrow$



Многоточечные корреляторы к двухточечным — обобщение теоремы Вика.

Теория возмущений в теории поля — матричная формулировка. $\phi \mapsto \begin{pmatrix}\phi^- \\ \phi^+\end{pmatrix}$

$$G(x,y) \mapsto \begin{pmatrix} G^{--} & G^{-+} \\ G^{+-} & G^{++}\end{pmatrix}$$

 — трёхкомпонентная техника.

Обзор УФН. П.И. Арсеев. О диаграммной технике для неравновесных систем