Фундаментальные представления современной физики: от взаимодействий элементарных частиц до структуры и эволюции Вселенной

Лекция 4

$$H = \frac{\hbar\omega}{2}\left(a^{+}a^{-} + a^{-}a^{+}\right)$$

$$a^- : \quad E \Rightarrow E - \hbar\omega$$

$$a^+ : \quad E \Rightarrow E + \hbar\omega$$

$$a^{+}\Psi_{E} = \Psi_{E+\hbar\omega}$$

$$a^{-}\Psi_{E} = \Psi_{E-\hbar\omega}$$

$$\Psi_0, \Psi_1, \ldots \Psi_N, \ldots$$

$$H\Psi_N = \left(\frac{\hbar\omega}{2} + N\hbar\omega \right) \Psi_N$$

$$\Psi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}, \Psi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}, \ldots, \Psi_N = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

$$(\Psi_N, \Psi_N) = 1$$

$$N = 0, 1, \ldots$$

$$(\Psi_K, \Psi_N) = 0$$

$$K \neq N$$

$$\Psi = C_0 \Psi_0 + C_1 \Psi_1 + \ldots + C_N \Psi_N$$

$$C_0{}^2 + C_1{}^2 + \ldots + C_N{}^2 = 1$$

$$\left(\Psi, H\Psi\right) = C_0{}^2 \left(\Psi_0, H\Psi_0\right) + \ldots C_N{}^2 \left(\Psi_N, H\Psi_N\right)$$

$$E_{\Psi} = \left(\Psi, H\Psi\right) =$$

$$C_0{}^2 E_0 \left(\Psi_0, \Psi_0\right) + \ldots + C_N{}^2 E_N \left(\Psi_N, \Psi_N\right) =$$

$$C_0{}^2 E_0 + \ldots + C_N{}^2 E_N$$

$$A_0, \quad \vec{A} = (A_1, A_2, A_3)$$
$$A_\mu \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} A_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$
$$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) A_\mu - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A_\mu}{\partial t^2} = 0.$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) A_\mu - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_\mu}{\partial t^2} = 0$$

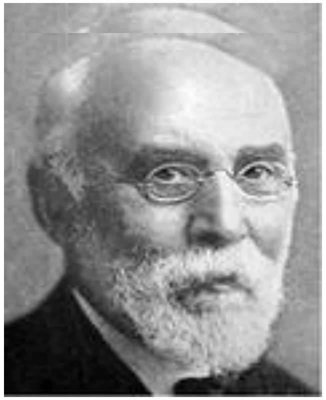
$$A_\mu(t, \vec{x}) =$$
$$F(\omega t - \vec{k}\vec{x}) + G(\omega t + \vec{k}\vec{x})$$

$$\omega^2 = c^2 \left(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 \right) = c^2 \vec{k}^2$$

Скорость света в вакууме

c=299 792 458 м/с

— фундаментальная постоянная, максимальная скорость движения частиц и распространения взаимодействий.



Гендрик А. Лоренц
(1853 – 1928)

Анри Пуанкаре
(1854 – 1912)

Альберт Эйнштейн
(1879 – 1955)

Четырёхмерное пространство-время

$$\bar{x} = \{x_\mu\}\,, \quad \mu = 0, 1, 2, 3; \quad x_0 = ct$$

$$P, Q; \quad \Delta x_\mu = x_\mu(P) - x_\mu(Q)$$

$$s^2 = \\ -(\Delta x_0)^2 + (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + (\Delta x_3)^2$$

Преобразования Лоренца

$$x_\mu = \sum_{\nu=0}^{3} \Lambda_\mu^\nu x_\nu$$

$$A_\mu = \sum_{\nu=0}^{3} \Lambda_\mu^\nu A_\nu$$

4-вектор энергии-импульса

$$\vec{p} = \left(\frac{1}{c}E, p_1, p_2, p_3\right)$$

$$(\bar{p}, \bar{x}) = -p_0 x_0 + p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3$$

Релятивистское соотношение между энергией и импульсом точечной частицы

$$E^2 = \vec{p}^{\,2} c^2 + m^2 c^4$$

$$E_0 = mc^2$$

$$m = 0 : \qquad E = pc$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_3^2}\right)A_\mu-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A_\mu}{\partial t^2}=0$$

$$A_\mu(t,\vec{x})=$$
$$F(\omega t-\vec{k}\vec{x})+G(\omega t+\vec{k}\vec{x})$$

$$E^2=\omega^2=c^2\left(k_1^2+k_2^2+k_3^2\right)=c^2\vec{k}^2$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} A$$

$$\omega^2 = \vec{k}^2 c^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}$$

$$H = \sum_k \frac{\varepsilon(\vec{k})}{2} \left(a^-(\vec{k}) a^+(\vec{k}) + a^+(\vec{k}) a^-(\vec{k}) \right)$$

$$\omega(k) = \varepsilon(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\varepsilon(\vec{k}) = \pm\sqrt{\vec{k}^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$F(\omega t - \vec{k}\vec{x}), \quad G(\omega t + \vec{k}\vec{x})$$

Античастицы.

Коммутаторы и антикоммутаторы операторов.

Поль А.М. Дирак
(1902 – 1984)

$$H_F = \tfrac{1}{2}\varepsilon\left(\alpha^+\alpha^- - \alpha^-\alpha^+\right)$$

$$\alpha^+\alpha^- + \alpha^-\alpha^+ = 1$$

$$\left(\alpha^+\right)^2 = \left(\alpha^-\right)^2 = 0$$

$$\psi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\alpha^- = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Принцип Паули

$$H = \frac{1}{2} \sum_k \varepsilon(\vec{k}) \left(\alpha^+(\vec{k}) \alpha^-(\vec{k}) - \alpha^-(\vec{k}) \alpha^+(\vec{k}) \right)$$

$$\varepsilon\left(\vec{k}\right)=\sqrt{\vec{k}^{2}c^{2}+m^{2}c^{4}}$$

Оператор энергии взаимодействия

$$H_{\mathrm{int}} = g a^{+} a^{+} a^{-} a^{-}$$

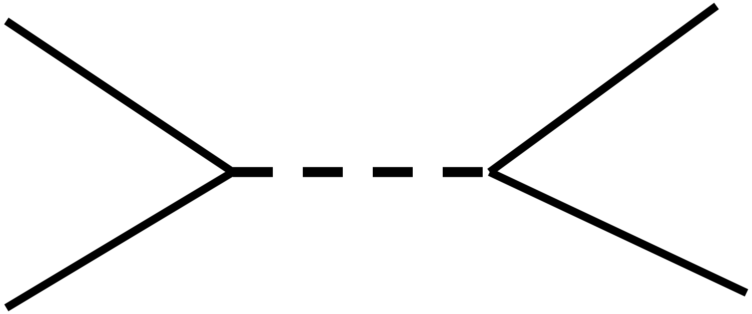
$$H_{\mathrm{int}} = g\left(a^{+} a^{-} b^{+} + a^{+} a^{-} b^{-}\right)$$

Оператор энергии взаимодействия в КТП

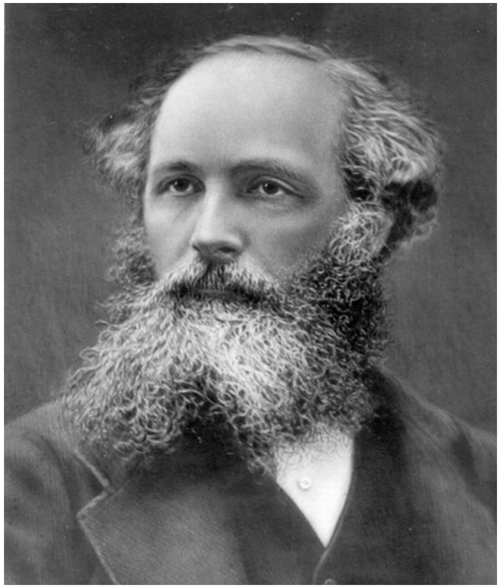
$$H_{\text{int}} \approx \sum \left\{ g(\vec{k}) \left(\alpha^{+}\left(\vec{k}_1\right) \alpha^{-}\left(\vec{k}_2\right) A_{\mu}^{+}\left(\vec{k}_3\right)\right)\right.$$
$$\left. + g(\vec{k}) \left(\alpha^{+}\left(\vec{k}_1\right) \alpha^{-}\left(\vec{k}_2\right) A_{\mu}^{-}\left(\vec{k}_3\right)\right)\right\}$$

Как представить взаимодействие полей

Ричард Филлипс Фейнман (1918 - 1988)



Поле Максвелла



Поля Янга - Миллса

Самодействие поля Янга-Миллса

$$H_{YM} = g\sum B_{\mu}^{+}(\vec{k}_1)B_{\nu}^{-}(\vec{k}_2)B_{\lambda}^{+}(\vec{k}_3) + \ldots$$

$$+g^2\sum B_{\mu}^{+}(\vec{k}_1)B_{\nu}^{-}(\vec{k}_2)B_{\lambda}^{+}(\vec{k}_3)B_{\sigma}^{-}(\vec{k}_4) + \ldots$$

$$g_{eff}(E)$$

Асимптотическая свобода

Мир частиц и взаимодействий:

элементарные частицы

ν_τ	ν_μ	ν_e
тау	мюон	электрон

лептоны

t	c	u
b	s	d

кварки

бозон Хиггса

частицы – переносчики взаимодействий:

электрослабого: фотон, W+, W-, Z

сильного: глюоны