

Задачи по курсу “Квантовая теория поля”. Перенормировки. Ренормализационная группа. Оптическая теорема.

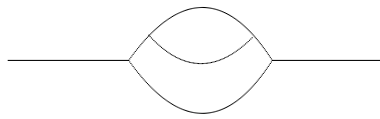
1. Рассмотрим скалярную теорию с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{g}{3!}\varphi^3 \quad (1)$$

в шести пространственно-временных измерениях.

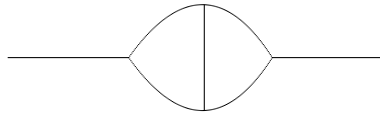
- (a) Может ли такая теория претендовать на роль физической теории?
- (b) Является ли эта теория перенормируемой? Если нет, то как необходимо модифицировать лагранжиан, чтобы она стала таковой.
- (c) Перенормировать эту теорию в однопетлевом приближении.

2. Перенормировать двухпетлевую диаграмму



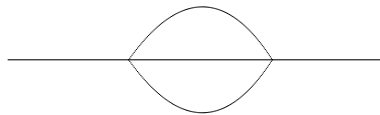
в теории с лагранжианом (1) в безмассовом пределе в шести измерениях.

3. Перенормировать двухпетлевую диаграмму



в теории с лагранжианом (1) в безмассовом пределе в шести измерениях.

4. Перенормировать двухпетлевую диаграмму



в теории с лагранжианом $-\frac{\lambda\phi^4}{4!}$ в безмассовом пределе в четырех измерениях.

- 5. Вычислить однопетлевые β -функции в чисто калибровочных теориях с калибровочными группами $SU(N)$ и $SO(N)$ в $3 + 1$ измерениях.
- 6. Перенормировать скалярную электродинамику, используя регуляризацию Паули-Виларса. Убедиться, что в однопетлевом приближении калибровочная инвариантность не нарушается.
- 7. Явным вычислением проиллюстрировать представление Челлена-Лемана для двухточечной функции Грина скалярного поля в теории с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 + i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi - M\bar{\psi}\psi - g\phi\bar{\psi}\psi \quad (2)$$

в однопетлевом приближении в $3 + 1$ -мерии.

8. Рассмотреть теорию с лагранжианом (2). Является ли теория перенормируемой?

9. Доказать, что теория N скалярных полей с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (\partial_\mu \phi_n)^2 - \frac{m^2}{2} \sum_{n=1}^N \phi_n^2 - \frac{\lambda}{4} \left(\sum_{n=1}^N \phi_n^2 \right)^2 \quad (3)$$

является перенормируемой в 4 измерениях.

10. Перенормируема ли теория ϕ^6 в $D = 3$?

11. Найти явно структуру и коэффициенты для контрчленов в однопетлевом приближении в теории ϕ^3 в 4-мерии и пропагаторных диаграмм в ней в двухпетлевом приближении.

12. Добавим к лагранжиану квантовой электродинамики взаимодействие фермиона с нейтральным скалярным полем:

$$\mathcal{L}_{int} = -g\phi\bar{\psi}\psi. \quad (4)$$

Изменяются ли тождества Уорда КЭД. Найти однопетлевую β -функцию для электрического заряда в однопетлевом приближении.

13. Найти связь между полным сечением аннигиляции $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ и вкладом мюонов в поляризационный оператор фотона в низшем неисчезающем порядке теории возмущений. Продемонстрировать явным вычислением, что эта связь выполняется.

14. Найти длину свободного пробега и "глубину проникновения" (расстояние, на котором теряется заметная доля энергии) протонов с энергией в интервале $10^{19} - 10^{20}$ эВ при рассеянии их на фотонах реликтового излучения. *Указание:* учесть рождение e^+e^- и фотопионное рождение $\gamma + p \rightarrow \Delta^+ \rightarrow N + \pi$.

15. Классическая теория с лагранжианом

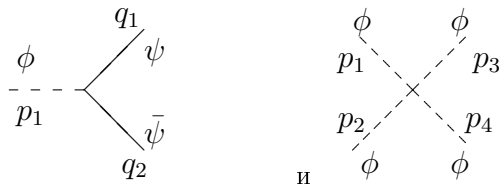
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{4!}\phi^4 \quad (5)$$

обладает симметрией относительно масштабных преобразований: $x \rightarrow \lambda x$, $\phi \rightarrow \lambda^{-1}\phi$. Найти тождества Уорда, соответствующие этой инвариантности, т.е. по аналогии со случаем КЭД найти

$$\partial_\mu \langle 0 | T j_\mu(x) \phi(x_1) \dots \phi(x_n) | 0 \rangle = ? \quad (6)$$

где j_μ - нетеровский ток масштабной симметрии

16. Найти поведение вершинных функций



в теории Юкавы при евклидовых $p_1 \sim p_2 \sim p_3 \sim p_4 \sim q_1 \sim q_2 \sim Q$, Q^2 велико (улучшить по ренормгруппе).

17. Найти асимптотическое поведение фотонного и фермионного пропагаторов в квантовой электродинамике при больших евклидовых импульсах, улучшенное по ренормгруппе в однопетлевом приближении. Используя полученный результат найти поправку к силе взаимодействия двух точечных зарядов (закону Кулона) на малых расстояниях.