

Черные дыры, информационный парадокс и гравитационные волны

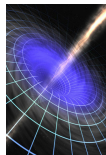
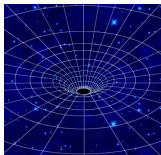
Дмитрий Левков



Кафедра ФЧК
ИТМП МГУ



ИЯИ РАН



Физфак МГУ, 14 декабря 2018 г.

Интервал между событиями A и B

Плоское пространство:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

$$\hbar = k_B = G = c = 1$$

Черная дыра:

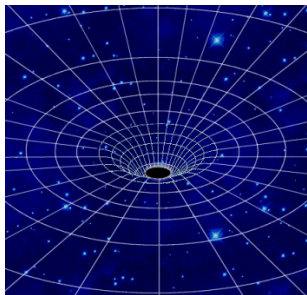
$$ds^2 = -dt^2(1 - 2M/r) + \frac{dr^2}{1 - 2M/r} + r^2 d\Omega^2$$

Координаты Леметра: $t = \tau + f(r)$

$$ds^2 = -d\tau^2 + \underbrace{(dr - v(r)d\tau)^2}_{\text{скорость}}$$

пространства

$$v(r) = -\sqrt{2M/r}$$



$$-\partial^0 \phi = \partial_0 \phi + v(r) \partial_r \phi \Rightarrow \text{Гидродинамическая аналогия!}$$

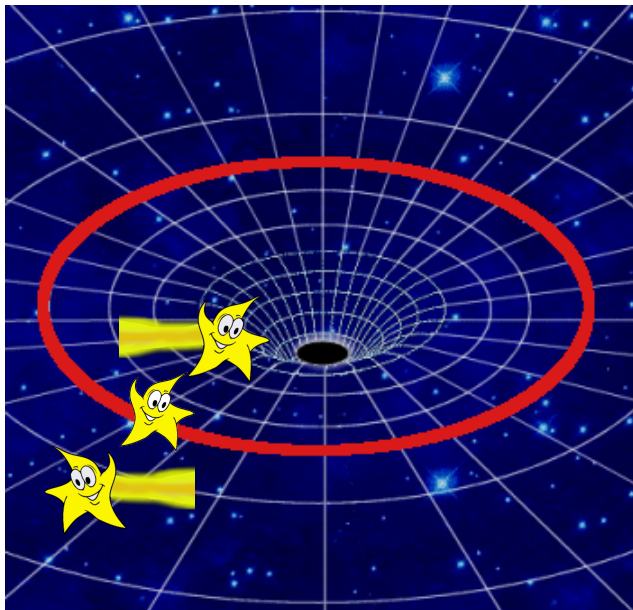
Гидродинамическая аналогия



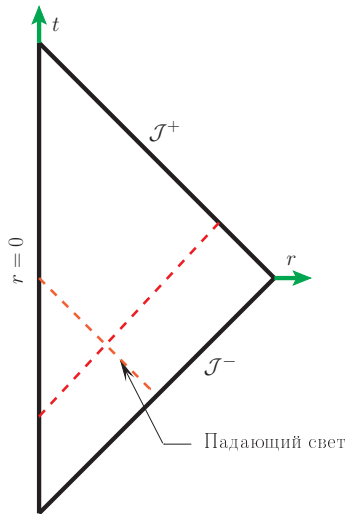
Гидродинамическая аналогия



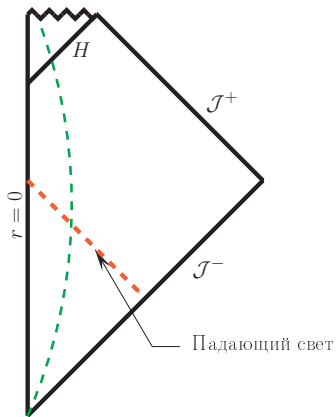
Горизонт: $R_H = 2M$



Диаграммы Пенроуза

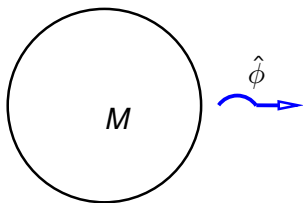


Плоское пространство



Черная дыра

Излучение Хокинга

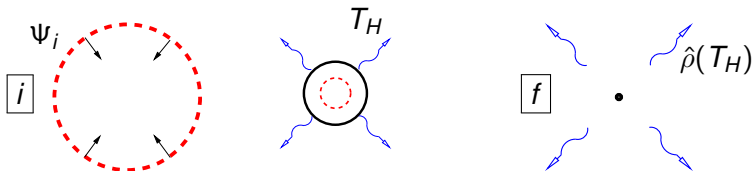


$$T_H = \frac{1}{8\pi M}$$

$$\hat{\rho} = e^{-\hat{H}/T_H} / Z(T_H)$$

Hawking '75

Коллапс:



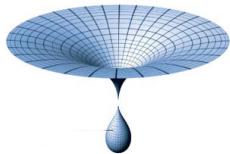
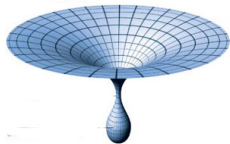
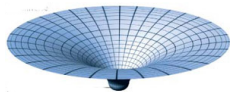
Hawking '86

$$\Psi_i \rightarrow \hat{\rho}(T_H)$$

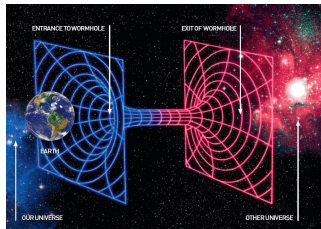
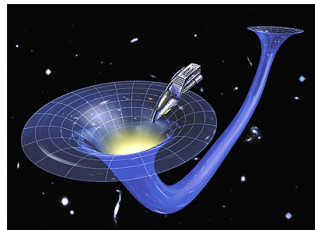
{ Нарушение унитарности?
Или горизонт пропускает информацию?

Парадокс?

Новорожденная Вселенная?



Кротовая нора?



Такие решения требуют материи с $E < 0 \Rightarrow$ **нестабильность!**

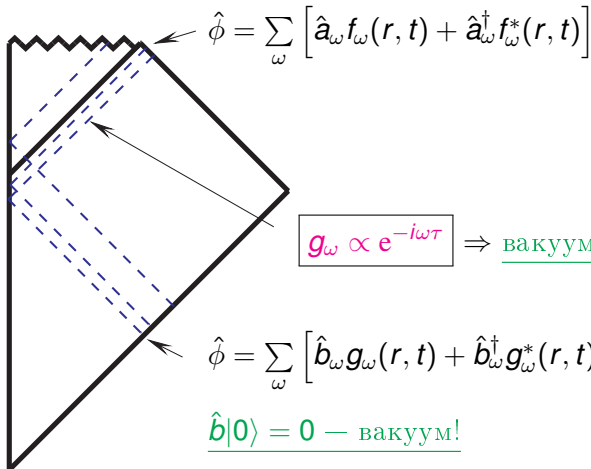
Другие пути выхода:

- Поправки \Rightarrow **чистое** излучение Хокинга?
- Неунитарность квантовой теории?
Самопротиворечивые модели!
- Изменение гравитации? (**firewall, fuzzball**)
Сильное нарушение принципа эквивалентности!
- Остаток?
Не может вместить информацию!

Hawking '86

Вывод излучения Хокинга

$\square \hat{\phi} = 0$ на фиксированном фоне



$$f_{\omega}|_{t \rightarrow +\infty} \propto e^{-i\omega(t-r)}$$

$\hat{a}|0\rangle \neq 0$ — не вакуум!

$$g_{\omega} \propto e^{-i\omega\tau} \Rightarrow \text{вакуум } |0\rangle$$

$$g_{\omega}|_{t \rightarrow -\infty} \propto e^{-i\omega(t+r)}$$

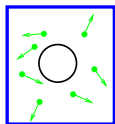
$\hat{b}|0\rangle = 0$ — вакуум!

$f_{\omega}, f_{\omega}^{*}$ и $g_{\omega}, g_{\omega}^{*}$ — 2 разных базиса \Rightarrow

$$\hat{a}_{\omega} = \alpha_{\omega} \hat{b}_{\omega} + \beta_{\omega}^{*} \hat{b}_{\omega}^{\dagger}$$

Вывод излучения Хокинга: $T_H = (8\pi M)^{-1}$

$$n_\omega = \langle 0 | \hat{a}_\omega^+ \hat{a}_\omega | 0 \rangle = |\beta_\omega|^2 = \frac{1}{e^{\omega/T_H} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{\rho} = \frac{1}{Z} e^{-\hat{H}/T_H}$$



$$dS_{BH} = \frac{\delta Q}{T_H} = 8\pi M dM \quad \Rightarrow \quad S_{BH} = \pi R_H^2$$

Приближения:

- Классическая гравитация: $M \gg 1$
- Излучение не влияет на фон: $T_H \ll M \Leftrightarrow M \gg 1$

Могут ли поправки по $1/M$ нести всю информацию?

Berezin, Boyarsky, Neronov '99

Parikh, Wilczek '00

Парадокс клонирования: пусть излучение чистое

Wald '93

Kraus, Wilczek '93

- 1 Унитарная эволюция:

$$\Psi_{\Sigma_t} = \hat{U}_t \Psi_{\Sigma_0},$$

$$\hat{U}_t^\dagger \hat{U}_t = 1$$

- 2 Локальность:

$$\mathcal{H}_{\Sigma_t} = \mathcal{H}_{\Sigma_{in}} \otimes \mathcal{H}_{\Sigma_{out}}$$

$$\begin{array}{ccc} \Psi & \Psi & \Psi \\ \Psi_{\Sigma_t} & \Psi_{\Sigma_{in}} & \Psi_{\Sigma_{out}} \end{array}$$

- 3 Унитарность \mathcal{S} -матрицы:

$$\Psi_{\Sigma_{out}} = \hat{\mathcal{S}}_{out} \Psi_{\Sigma_0} \text{ — чистое!}$$

$$\text{Следствие: } \Psi_{\Sigma_t} = \Psi_{\Sigma_{in}} \otimes \Psi_{\Sigma_{out}}$$

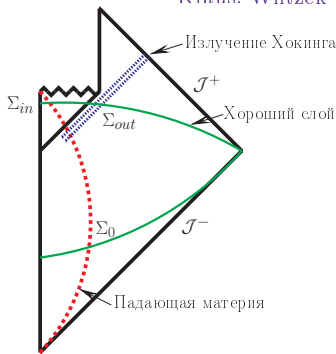
$$\parallel \\ \hat{\mathcal{S}}_{out} \Psi_{\Sigma_0}$$

- 4 Принцип эквивалентности:

$$\Psi_{\Sigma_{in}} = \hat{\mathcal{S}}_{in} \Psi_{\Sigma_0}$$

Таким образом,

$$\Psi_{\Sigma_0} \rightarrow (\hat{\mathcal{S}}_{in} \otimes \hat{\mathcal{S}}_{out}) \cdot (\Psi_{\Sigma_0} \otimes \Psi_{\Sigma_0})$$



Нарушение принципа суперпозиции

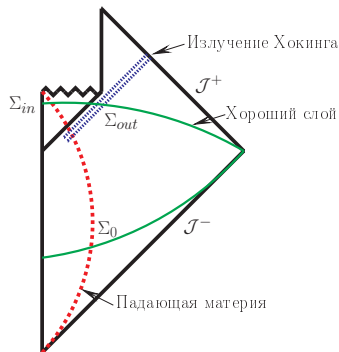
$$\begin{cases} \Psi_A \rightarrow \Psi_A \otimes \Psi_A \\ \Psi_B \rightarrow \Psi_B \otimes \Psi_B \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Psi_A + \Psi_B &\rightarrow \Psi_A \otimes \Psi_A + \Psi_B \otimes \Psi_B \\ &\neq (\Psi_A + \Psi_B) \otimes (\Psi_A + \Psi_B) \end{aligned}$$

Противоречие!

Где ошибка?

- 1 Неунитарная эволюция?
- 2 Унитарность \mathcal{S} -матрицы?
- 3 Локальность?
 $\mathcal{H}_{\Sigma_{in}} \cap \mathcal{H}_{\Sigma_{out}} \neq 0!$
- 4 Принцип эквивалентности?
Что-то есть на горизонте.



Квантовая механика: $\Psi(x)$ или $\Psi(p)$.

Susskind, Thorlacius, Uglum '93

Черные дыры:

асимптотический и падающий наблюдатели **не встречаются!**

$$\Rightarrow \Psi_{\Sigma_{in}} \equiv \Psi_{\Sigma_{out}}$$

Предположения.

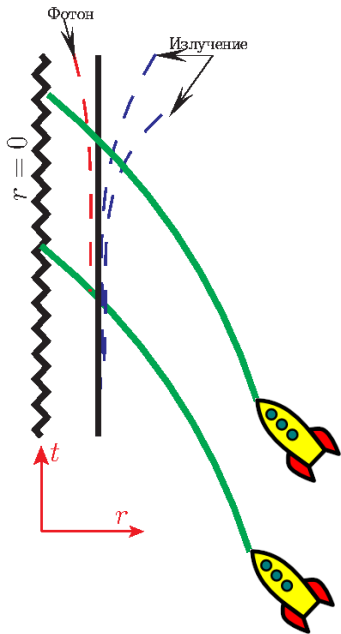
Асимптотический наблюдатель:

- 1 S -матрица унитарна;
- 2 квазиклассическая гравитация верна вне горизонта;
- 3 черная дыра имеет $\exp(S_{BH})$ микросостояний.

Падающий наблюдатель:

- 1 не встречает ничего особенного на горизонте.

Парадокс клонирования-2: пусть излучение чистое



Ракета 2: два **одинаковых** фотона:

$$\Psi \rightarrow \Psi \otimes \Psi$$

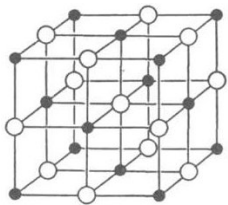
Принцип неопределенности

Нельзя одновременно измерить x и p

Нарушение принципа суперпозиции

Противоречие!

Нарушение унитарности?



$$N \times N \times N$$

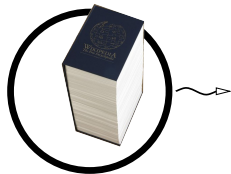


$$(3 + 1)D$$

$$\Gamma \sim 2^{N^3} \Rightarrow S = \ln \Gamma \propto N^3$$

Ограничение Бекенштейна

$$S < S_{BH} = \pi R_H^2$$



Мир двумерен!

Его можно описать с помощью функций 2+1 переменных?!



$N \times N$

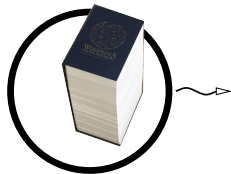


Черная дыра

$$S_{BH} = \pi R_H^2 \propto N^2$$

Ограничение Бекенштейна

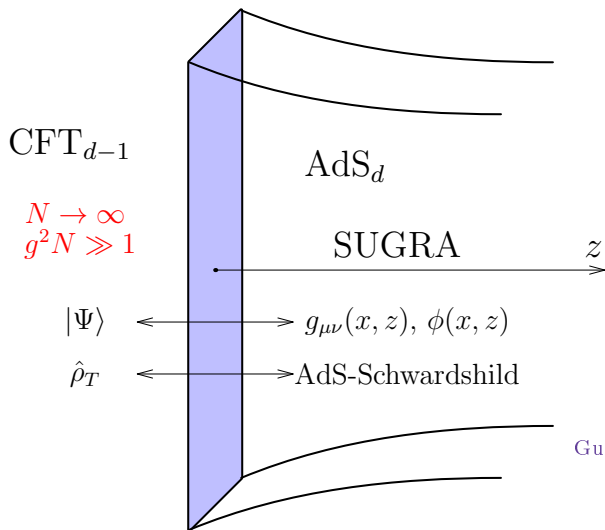
$$S < S_{BH} = \pi R_H^2$$



Мир двумерен!

Его можно описать с помощью функций 2+1 переменных?!

Формулировка квантовой гравитации!



Maldacena, 1997

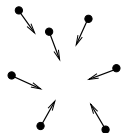
Gubser, Klebanov, Polyakov, 1998

Witten, 1998

Унитарность гравитации

БЫЛО:

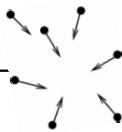
4D



частицы

плоское
пространство

5D



частицы

гравитация

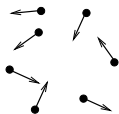
Z

A horizontal arrow pointing to the right, labeled with the letter 'Z', indicating the direction of the fifth dimension.

Унитарность гравитации

Стало:

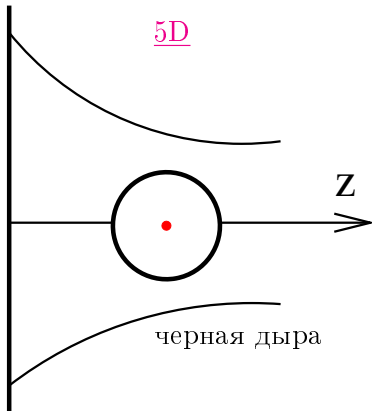
4D



частицы

плоское
пространство

5D



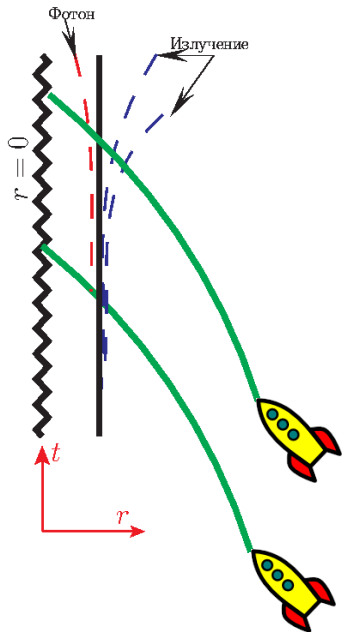
черная дыра

гравитация

Ищите лучше: Информация сохраняется!

Решение парадокса клонирования-2

Susskind, Thorlacious '93

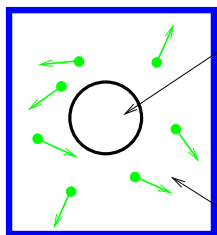


- Фотон упал в сингулярность за время $t_* \sim -2M \ln \Delta t$
- Принцип неопределенности:
 $\Delta t M \gtrsim 1$

Задержка Хокинговского фотона

$$t_* \sim M \ln M$$

t_* — время засекречивания



A: Черная дыра, $N_A = \exp(A/4)$
 $\hat{\rho}_A = \text{tr}_B \hat{\rho}$

B: Радиация, $N_B = \exp(S_r)$
 $\hat{\rho}_B = \text{tr}_A \hat{\rho}$

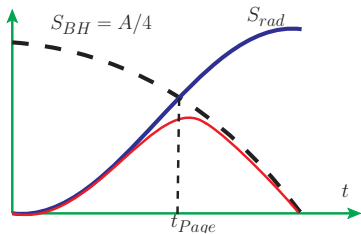
Энтропия запутывания: $\tilde{S}_i = \text{tr}_i(\hat{\rho}_i \ln \hat{\rho}_i)$

- $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi| \Rightarrow \tilde{S}_A = \tilde{S}_B$
- $\max(\tilde{S}_i) = \ln N_i$ — достигается при $\hat{\rho}_i \propto \hat{1}$
- $\min(\tilde{S}_i) = 0$ — достигается при $\hat{\rho}_i = |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|$

Выводы:

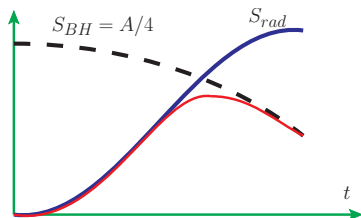
- $I_B = \ln N_B - \tilde{S}_B$ — количество информации в радиации.
- $\tilde{S}_B < \min(\ln N_A, \ln N_B) = \min(A/4, S_r)$

При испарении черной дыры



Нет остатка

$$t_{Page} \approx \frac{1}{2} t_{испарения} \\ \propto M^3$$

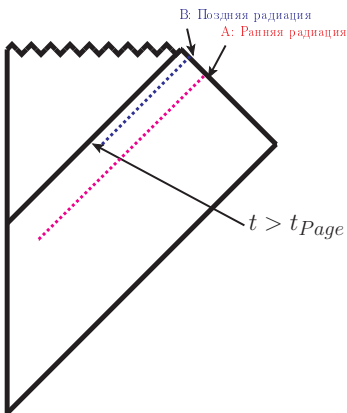


Есть остаток

$$N > \exp(\tilde{S}_B) \gg 1!$$

Аргумент: Для типичного $|\Psi_{A+B}\rangle$ энтропия \tilde{S} близка к максимальной.

Парадокс огненной стены



Almheiri, Marolf, Polchinski, Sully '12

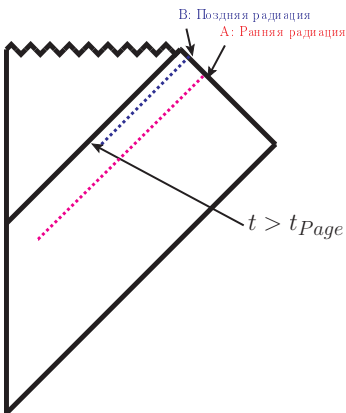
Свойства подсистем:

- $\hat{\rho}_{A+B} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$,
но **A** и **B** запутаны!
- **A: Ранняя радиация**
 $\hat{\rho}_A$ неизвестно
 $N_A \sim \exp[(A_0 - A_t)/4]$
- **B: Поздняя радиация**
 $\hat{\rho}_B = \hat{I}/N_B$
 $N_B \sim \exp(A_t/4) \ll N_A$

Теорема

Измеряя систему **A**, можно перевести систему **B** в любое состояние.

Парадокс огненной стены



Almheiri, Marolf, Polchinski, Sully '12

$$\text{Измеряем } A \Rightarrow \hat{\rho}_B = |n_\omega\rangle\langle n_\omega|$$
$$\hat{b}_\omega |n_\omega\rangle = (\alpha_\omega \hat{a}_\omega + \beta_\omega^* \hat{a}_\omega^+) |n_\omega\rangle \neq 0$$

Но **B** не в вакууме вблизи горизонта!



Падающий наблюдатель встречает
частицы **вне** горизонта!

Выход:

Существенная нелокальность или **огненная стена**.

Парадокс (пока) не решен. Что делать?

- Может, это все - ерунда.
- Забыть про принцип эквивалентности?

Сильный принцип эквивалентности. Основа ОТО

В любой точке в гравитационном поле можно выбрать локально-лоренцеву систему координат, такую, что в достаточно малой окрестности этой точки законы природы — такие же, как в СТО.

- Старые черные дыры окружены огненными стенами?

$$t_{\text{Page}} \sim 10^{70} \text{ лет для } M = M_{\odot}$$

Экспериментаторам можно не волноваться!

- Все черные дыры окружены огненными стенами?

Тогда их можно поискать

Обсерватории LIGO & VIRGO

LIGO (Washington)
(4 км и 2 км)



LIGO (Louisiana)
(4 км)

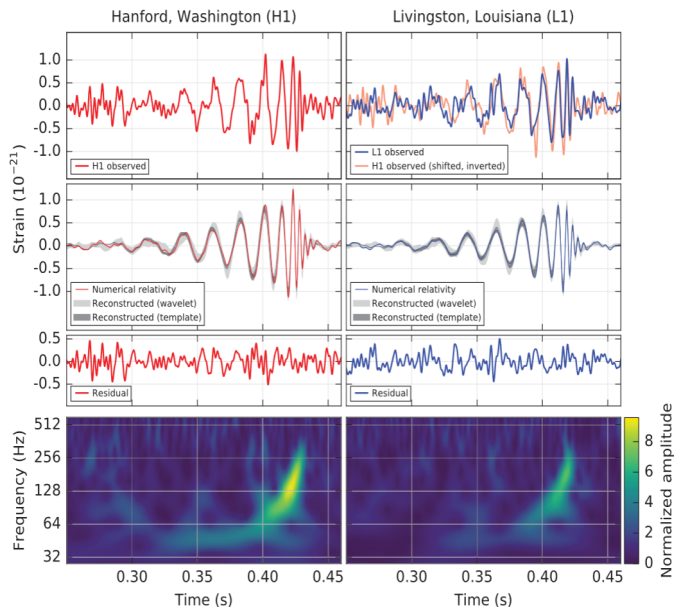


Virgo (Italy)
(3 км)



Гравитационные волны от слияния черных дыр

Первое событие



$$L = 500 M_{\text{ПК}}$$

$$\Delta t \sim 0.1 \text{ сек}$$

$$M_1 = 35 M_{\odot}$$

$$M_2 = 30 M_{\odot}$$

