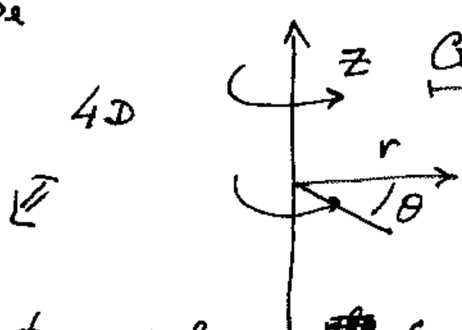
Сверхпроводящие Струны

Мы убедимся, что нулевые моды могут существовать в поле Вихря

4D



Струна = Вихрь

∃ состояния фермионов, [redacted] с $E=0$, связанные со струной. Могут двигаться вдоль струны.

Виттен '85 — Струны - сверхпроводящие

Модель: Абелева модель Хиггса ⟺ Вихрь Абрикосова

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu \varphi)^*(D_\mu \varphi) - \frac{\lambda}{2}(\varphi^*\varphi - v^2)^2}$$

$$D_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi - ieA_\mu \varphi$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varphi &\mapsto e^{i\alpha(x)}\varphi \\ A_\mu &\mapsto A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varphi(r,\theta) &= v e^{i\theta} F(r) \\ A_\alpha(r,\theta) &= -\frac{1}{er}\varepsilon_{\alpha\beta} n_\beta A(r) \\ A_z &= A_0 = 0 \end{aligned}}$$

$\boxed{\alpha, \beta = 1, 2}$

$$\boxed{\begin{aligned} F(0) &= A(0) = 0 \\ F(\infty) &= A(\infty) = 1 \end{aligned}}$$

Вводим фермионы $\mapsto$ Безмассовые.

1) $\boxed{\begin{matrix} A_\mu = 0 \\ \varphi = 0 \end{matrix}}$ $\qquad i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi = 0$

$$\boxed{\Psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \eta \end{pmatrix}} \qquad \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{\begin{matrix} i\sigma^\mu \partial_\mu \eta = 0 \\ i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi = 0 \end{matrix}} \leftarrow \text{Уравнения Вейля.}$$

2) Добавляем взаимодействие с A_μ

Пусть η − заряд $+(e)/2$ $\quad | \quad \eta \mapsto \eta e^{i\alpha/2}$

χ − заряд $(-e)/2$ $\quad | \quad \chi \mapsto \chi e^{-i\alpha/2}$

$$\boxed{\begin{matrix} i\sigma^\mu \underbrace{\left(\partial_\mu - \frac{ie}{2}A_\mu\right)}_{D_\mu^{(+)}} \eta = 0 \\ i\bar{\sigma}^\mu \underbrace{\left(\partial_\mu + \frac{ie}{2}A_\mu\right)}_{D_\mu^{(-)}} \chi = 0 \end{matrix}}$$

3) Добавляем вз-е с φ

$$i\sigma^\mu D_\mu^{(+)} \eta \mapsto e^{i\alpha/2} i\sigma^\mu D_\mu^{(+)} \eta$$

$\Downarrow$

Можем добавить член $\varphi\chi \mapsto e^{i\alpha} e^{-i\alpha/2} \varphi\chi$

$\Downarrow$

$$\boxed{\begin{matrix} i\sigma^\mu D_\mu^{(+)} \eta = h\varphi\chi \\ i\bar{\sigma}^\mu D_\mu^{(-)} \chi = h\varphi^* \eta \end{matrix}}$$

Если $\varphi = v$, то это фермион с массой $\boxed{h v = m_\psi}$

Но: L и R – компоненты имеют противоположные заряды

Особенности системы ур-й C - симметрия

$$\psi \mapsto \psi^c = C\psi^* = -i\gamma^2 \psi^* =$$

$$= -i\begin{pmatrix} 0 & -i\varepsilon \\ i\varepsilon & 0 \end{pmatrix}\psi^* = \begin{pmatrix} 0 & -\varepsilon \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix}\psi^*$$

$$\tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = -i\varepsilon$$

$$\boxed{\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}} \qquad \varepsilon^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = -1$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} \chi' \\ \eta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\varepsilon\eta^* \\ \varepsilon\chi^* \end{pmatrix}}$$

$$\left.\begin{aligned} &+\varepsilon + i\bar\sigma^{\mu *} D_\mu^{(-)*}(+\varepsilon\chi^*) = h\varphi^*(+\varepsilon\eta^*) \\ &+ +\varepsilon\, i\bar\sigma^{\mu *} D_\mu^{(+)}(+\varepsilon\eta^*) = h\varphi^*(\varepsilon\chi^*) \end{aligned}\right\}$$

ok

$$\boxed{\varepsilon\,\sigma^{\mu *}\varepsilon = -\bar\sigma^\mu}$$

$$\varepsilon\,\sigma^{0*}\varepsilon = -1$$

$$\varepsilon\,\sigma^{1,3*}\varepsilon = \sigma^{1,3}$$

$$\varepsilon\,\sigma^{2*}\varepsilon = +\sigma^2$$

Задача: Проверить, что Ψ^c проходит через ур-ния

$$\boxed{\begin{aligned} \chi_1 &= e^{-iEt + ik_3 z}\, \tilde{\chi}(x,y) \\ \xi &= e^{-iEt + ik_3 z}\, \tilde{\xi}(x,y) \end{aligned}}$$

Какой спектр? 1) При $\boxed{|E| > m_\psi}$

Непрерывный спектр.

ВФ. сконцентрированы вдали от струны $\leftrightarrow$ вдали плоские волны

2) Могут быть связанные состояния с $\boxed{|E| < m_\psi}$

$\downarrow$

$\tilde{\chi}$, $\tilde{\xi}$ сконцентрированы вблизи струны.

$$\begin{cases} i\partial_0 \xi = \underbrace{-i\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)}\xi} - i\sigma^3 D_3^{(+)}\xi + h\varphi\chi \\ i\partial_0 \chi = \underbrace{i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)}\chi + i\sigma^3 D_3^{(-)}\chi} + h\varphi^*\xi \end{cases}$$

$$\boxed{H = \left(\begin{array}{c|c} +i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} + i\sigma^3\partial_3 & h\varphi^* \\ \hline h\varphi & -i\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)} - i\sigma^3\partial_3 \end{array}\right)}$$

$$E\tilde{\Psi} = \left[\begin{array}{c|c} i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} - \sigma^3 k_3 & h\varphi^* \\ \hline h\varphi & -i\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)} + \sigma^3 k_3 \end{array}\right]$$

~~Рассмотрим конкретную часть~~

~~$D_T = i\sigma^\mu D_\mu^{(-)} \ldots h\varphi^* \ldots \sigma^\mu D_\mu^{(+)}$~~

1)
$$\boxed{\begin{aligned}\varphi &\mapsto \varphi\, e^{-i\alpha}\\ \theta &\mapsto \theta+\alpha\end{aligned}}$$
← Оставляет внешнюю конфигурацию на месте.

$\Downarrow$

Сохраняется опер-р:
$$\boxed{J_3 = \underbrace{L_3 + S_3}_{\text{Генератор простр. вращений}} - \overbrace{R}^{\text{Генератор калибр. преобр.}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} L_3 &= -i\,\varepsilon_{\alpha\beta}\, x_\alpha \partial_\beta \\ S_3 &= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\sigma_3 & 0\\ 0 & \sigma_3\end{pmatrix}\end{aligned}} \qquad R = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

(3) Показать, что $[J_3, H_D] = 0.$ и что C_T, D_T антикоммутируют

$[C_T, J_3] = 0 \quad [D_T, J_3] = 0$

(P) ~~$[L_3, H_D] = [-i\varepsilon_{\gamma\delta} x_\gamma \partial_\delta, D_\alpha^{(-)}] \ldots -i\varepsilon_{\gamma\delta} x_\gamma \partial_\delta \varphi^*$~~

$$L_3 = -i\,x\,\partial_y + i\,y\,\partial_x$$

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos\theta\\ y &= r\sin\theta\\ r &= \sqrt{x^2+y^2}\\ \theta &= \operatorname{arctg}(y/x)\end{aligned}\right]$$

$$\partial_x = \frac{x}{r}\,\partial_r + \frac{(-y/x^2)}{1+y^2/x^2}\,\partial_\theta = $$

$$= \cos\theta\,\partial_r - \frac{\sin\theta}{r\cancel{\cos^2\theta}}\,\frac{1}{\cancel{1+\operatorname{tg}^2\theta}}\,\partial_\theta$$

$$\boxed{\partial_x = \cos\theta\,\partial_r - \frac{1}{r}\sin\theta\,\partial_\theta}$$

$$\partial_y = \frac{y}{r}\partial_r + \frac{1/x}{1+y^2/x^2}\partial_\theta =$$

$$= \sin\theta\,\partial_r + \frac{1}{r}\cos\theta\,\partial_\theta$$

$$L_3 = -i\,\cancel{r\cos^2\theta}\left(\cancel{\sin\theta}\,\partial_r + \cancel{\tfrac{1}{r}\cos\theta}\,\partial_\theta\right)$$

$$\cancel{-i\,r\sin^2\theta\left(\cos\theta\,\partial_r + \tfrac{1}{r}\sin\theta\,\partial_\theta\right)} = -i\,\partial_\theta$$

$$\boxed{L_3 = -i\,\partial_\theta}$$

$$[L_3, H_D] = \begin{bmatrix} i\sigma^\alpha[L_3, \text{[redacted]}\,D_\alpha^-] & -i\,h\,\partial_\theta\varphi^* \\ -ih\partial_\theta\varphi & -i\,\sigma^\alpha[L_3, D_\alpha^{(+)}] \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\partial_\theta\varphi &= i\varphi\\ \partial_\theta\varphi^* &= -i\varphi^*\end{aligned}}$$

$$[L_3, D_\alpha^{(-)}] = -i\,\varepsilon_{\beta\gamma}\,[x_\beta\partial_\gamma, \partial_\alpha] -$$

$$+ \cancel{i}\,\varepsilon_{\beta\gamma}\,[x_\beta\partial_\gamma, \tfrac{\cancel{i}e}{2}A_\alpha] =$$

$$= i\,\varepsilon_{\alpha\gamma}\,\partial_\gamma + \varepsilon_{\beta\gamma}x_\beta\frac{e}{2}\,\partial_\gamma A_\alpha$$

$$\partial_\gamma A_\alpha = -\frac{1}{e}\left(\frac{A}{r}\right)' n_\gamma\,\varepsilon_{\alpha\rho}\,n_\rho -$$

$$- \frac{1}{er^2}A(r)\,\frac{\varepsilon_{\alpha\rho}}{\cancel{r}}\,(\delta_{\rho\gamma} - n_\rho n_\gamma)$$

$$[L_3, D_\alpha^-] = i\,\varepsilon_{\alpha\gamma}\,\partial_\gamma + \cancel{\varepsilon_{\beta\gamma}\,x_\beta\,\frac{e}{2}\left(-\frac{1}{e}\left(\frac{A}{r}\right)'\right)n_\gamma}\,\varepsilon_{\alpha\rho}\,n_\rho \xrightarrow{} 0$$

$$+ \cancel{\varepsilon_{\beta\rho}}\,\cancel{x_\beta}\,\frac{\cancel{e}}{2}\left(-\frac{1}{\cancel{e}r^2}A(r)\,\cancel{\varepsilon_{\alpha\rho}}\right)\cancel{\delta_{\rho\gamma}}\,n_\alpha + 0$$

$$[L_3, D_\alpha^{(-)}] = i\varepsilon_{\alpha\gamma}\partial_\gamma - \frac{e}{2}\left(\frac{1}{er}A(r)\right)n_\alpha$$

$\varepsilon_{\alpha\gamma}A_\gamma$

$$\varepsilon_{\alpha\gamma}A_\gamma = +\frac{1}{er}\cancel{\varepsilon_{\alpha\gamma}}\,\cancel{\varepsilon_{\gamma\delta}}\, n_{\delta} A(r) = \frac{A(r)}{er}n_\alpha$$

$$\begin{cases} [L_3, D_\alpha^{(-)}] = i\varepsilon_{\alpha\gamma}\left(\partial_\gamma + \frac{ie}{2}A_\gamma\right) = i\varepsilon_{\alpha\gamma}D_\gamma^{(-)} \\ [L_3, D_\alpha^{(+)}] = i\varepsilon_{\alpha\gamma}D_\gamma^{(+)} \end{cases}$$

$$[L_3, H_D] = \left[\begin{array}{c|c} -\sigma^\alpha\varepsilon_{\alpha\gamma}D_\gamma^{(-)} & -h\varphi^* \\ \hline h\varphi & \sigma^\alpha\varepsilon_{\alpha\gamma}D_\gamma^{(+)} \end{array}\right]$$

$$[S_3, H_D] = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} i\sigma^3\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} + \cancel{i\partial_3} & \cancel{\sigma^3 h\varphi^*} \\ \cancel{\sigma^3 h\varphi} & -i\sigma^3\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)} - \cancel{i\partial_3} \end{bmatrix} -$$

$$-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} i\sigma^\alpha\sigma^3 D_\alpha^{(-)} + \cancel{i\partial_3} & \cancel{\sigma^3 h\varphi^*} \\ \cancel{\sigma^3 h\varphi} & -i\sigma^\alpha\sigma^3 D_\alpha^{(+)} - \cancel{i\partial_3} \end{bmatrix}$$

$$= \cancel{\frac{1}{2}}\begin{bmatrix} \cancel{-2i}\cdot\cancel{i}\,\varepsilon_{3\alpha\gamma}\sigma^\gamma D_\alpha^{(-)} & 0 \\ 0 & \cancel{+2i}\cancel{i}\,\varepsilon_{\alpha3\gamma}D_\alpha^{(+)}\sigma^\gamma \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon_{\gamma\alpha}\sigma^\gamma D_\alpha^{(-)} & 0 \\ 0 & +\varepsilon_{\gamma\alpha}\sigma^\gamma D_\alpha^{(+)} \end{bmatrix}$$

$$[L_3+S_3,\ H_D] = \begin{bmatrix} 0 & -h\varphi^* \\ h\varphi & 0 \end{bmatrix}$$

$$[R,\ H_D] = \cancel{\frac{1}{2}} \left(\begin{array}{c|c} \cancel{-i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} - i\sigma^3\partial_3} & -\cancel{2}h\varphi^* \\ \hline \cancel{2}h\varphi & \cancel{-i\sigma^\alpha\partial_\alpha - i\sigma^3\partial_3} \end{array} \right)$$

$$\boxed{R = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}} - \frac{1}{2} \left(\begin{array}{c|c} \cancel{-i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} - i\sigma^3\partial_3} & \cancel{h\varphi^*} \\ \hline \cancel{-h\varphi} & \cancel{-i\sigma^\alpha\partial_\alpha - i\sigma^3\partial_3} \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} 0 & -h\varphi^* \\ \hline h\varphi & 0 \end{array} \right)$$

$$[J_3, H_D] = [L_3 + S_3 - R,\ H_D] = 0$$

Представим H_D как

$$H_D = k_3 C_T + D_T$$

$$\boxed{C_T = \left(\begin{array}{c|c} -\sigma^3 \text{[redacted]} & 0 \\ \hline 0 & \sigma^3 \text{[redacted]} \end{array} \right)}$$

$$\boxed{D_T = \left(\begin{array}{c|c} i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} & h\varphi^* \\ \hline h\varphi & -i\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)} \end{array} \right)}$$

Св-во 2 $\boxed{\{C_T, D_T\} = 0}$

$$\{C_T, D_T\} = \begin{pmatrix} (-\sigma^3 k_3) i \sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} + i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)} (-\sigma^3 k_3) & ; & -\cancel{\sigma^3 k_3 h \Psi^*} + \cancel{\sigma^3 k_3 h \Psi^*} \\ \cancel{\sigma^3 k_3 h \Psi} - \cancel{\sigma^3 k_3 h \Psi} & ; & -i \underbrace{\sigma^3 k_3 \sigma^\alpha} D_\alpha^{(+)} - i \underbrace{\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)} \sigma^3} k_3 \end{pmatrix} = 0.$$

Теперь давайте перейдём от полного гамильтониана H_D к редуцированному

$$\boxed{D_T \Psi_T = \lambda \Psi_T}$$

$\boxed{\Psi_T' = C_T \Psi_T}$ — Собств. ф-ция опер-ра D_T с собств. значением $(-\lambda)$

$\boxed{C_T^2 = 1}$

Взаимооднозначное отображение если $\lambda \neq 0$

def C_T - "оператор с-сопряжения" в поперечн. пр-ве.

Будем искать ~~решение~~ с. ф-цию H_D в виде

$$\boxed{\tilde{\Psi} = u \Psi_\lambda + v \Psi_\lambda'}$$

$$u k_3 \Psi_\lambda' + v \Psi_\lambda k_3 + u \lambda \Psi_\lambda - v \lambda \Psi_\lambda' = E u \Psi_\lambda + E v \Psi_\lambda'$$

$$\boxed{\begin{aligned} u k_3 - v\lambda &= E v \\ v k_3 + u\lambda &= E u \end{aligned}} \Rightarrow \begin{aligned} (E+\lambda) v - u k_3 &= 0 \\ (E-\lambda) u - v k_3 &= 0 \end{aligned}$$

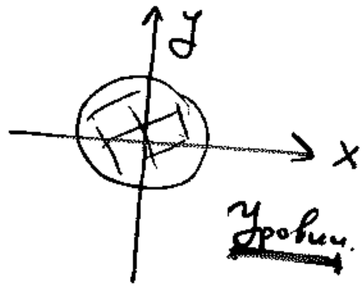
$$\det \begin{pmatrix} E+\lambda & -k_3 \\ -k_3 & E-\lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\boxed{E^2 = k_3^2 + \lambda^2}$$

Далее, рассмотрим D_T

Спектр. λ непрерывен при $\boxed{|k| > m_F}$

$\boxed{|k| < m_F}$



Уровни, свободно распр. вдоль дуги

Найдём наиболее важный уровень — при $E=0$

- $\Psi_0' = C\Psi_0$

$$\left.\begin{aligned} D_T\Psi_0 &= 0 \\ D_T\Psi_0' &= 0 \end{aligned}\right| \Leftrightarrow \quad D_T(\Psi_0' \pm \Psi_0) = 0$$

$$\Leftarrow \quad \begin{cases} C_T\overbrace{(\Psi_0' + \Psi_0)}^{\Psi_0^{(+)}} = (\Psi_0' + \Psi_0) \\ C_T\underbrace{(\Psi_0' - \Psi_0)}_{\Psi_0^{(-)}} = -(\Psi_0' - \Psi_0) \end{cases}$$

Будем искать

$\Psi_0^{(+)}$: $\boxed{C\Psi_0^{(+)} = \Psi_0^{(+)}}$

$\Psi_0^{(-)}$: $\boxed{C\Psi_0^{(-)} = -\Psi_0^{(-)}}$

В принципе, могут быть оба

Ясно, что нужно чтобы

$J_3 = 0$ ↔ факт шуги

$L_3 = 0$ ↔ Центробежный барьер отсутствует ⟺ $\boxed{\Psi_0(r)}$

$$\boxed{S_3\Psi_0 = R\,\Psi_0} \qquad (S_3)^2 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}\sigma_3^2 & 0\\ 0 & \sigma_3^2\end{pmatrix} = 1/4$$

$$\Psi_0 = 4S_3 R\,\Psi_0 = \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}}\begin{pmatrix}\sigma_3 & 0\\ 0 & \sigma_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Psi_0 =$$

$$= \begin{pmatrix}-\sigma_3 & 0\\ 0 & \sigma_3\end{pmatrix}\Psi_0 = C_T\Psi_0$$

$\Downarrow$

Нужно собств. значение $+1$ $\quad \boxed{C_T\Psi_0 = \Psi_0}$

$$\begin{pmatrix}-\sigma^3 & 0\\ 0 & \sigma^3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\chi_0\\ \eta_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\chi_0\\ \eta_0\end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned}-\sigma^3\chi_0 &= \chi_0\\ \sigma^3\eta_0 &= \eta_0\end{aligned}\right| \Rightarrow \boxed{\begin{aligned}\chi_0 &= \begin{pmatrix}0\\ \chi_0(r)\end{pmatrix}\\ \eta_0 &= \begin{pmatrix}\eta_0(r)\\ 0\end{pmatrix}\end{aligned}}$$

$$\begin{cases} i\sigma^\alpha D_\alpha^{(-)}\begin{pmatrix}0\\ \chi_0(r)\end{pmatrix} + h\varphi^*\begin{pmatrix}\eta_0(r)\\ 0\end{pmatrix} = 0\\ -i\sigma^\alpha D_\alpha^{(+)}\begin{pmatrix}\eta_0(r)\\ 0\end{pmatrix} + h\varphi\begin{pmatrix}0\\ \chi_0(r)\end{pmatrix} = 0\end{cases}$$

Задача Получить ур-ния на $\chi_0(r)$, $\eta_0(r)$

$$\underline{i\sigma^\alpha n_\alpha \begin{pmatrix}0\\ \chi_0'(r)\end{pmatrix}} + \cancel{i}\,\sigma^\alpha\left(+\frac{\cancel{i}\cancel{e}}{2}\right)\left(+\frac{1}{\cancel{e}r}\varepsilon_{\alpha\beta}n_\beta A(r)\right)\begin{pmatrix}0\\ \chi_0(r)\end{pmatrix} +$$

$$i\begin{pmatrix}0 & n_1 - in_2\\ n_1+in_2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ \chi_0'(r)\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}0 & n_2+in_1\\ n_2-in_1 & 0\end{pmatrix}$$

$$+ h\varphi^*\begin{pmatrix}\eta_0(r)\\ 0\end{pmatrix} = 0$$

$$i\overbrace{(n_1 - in_2)}^{\cancel{e^{-i\theta}}}\chi_0'(r) + i\overbrace{(n_1 - in_2)}^{\cancel{e^{-\theta i}}}\chi_0(r)\frac{1}{2r}A(r) +$$

$$+ hv\cancel{e^{-i\theta}}F(r)\eta_0(r) = 0.$$

$$\boxed{\chi_0'(r) + \frac{1}{2r}A(r)\chi_0(r) - ihvF(r)\eta_0(r) = 0}$$

$$-i\sigma^\alpha n_\alpha\begin{pmatrix}\eta_0'\\ 0\end{pmatrix} + \cancel{i}\,\sigma^\alpha\left(+\frac{\cancel{i}\cancel{e}}{2}\right)\left(+\frac{1}{\cancel{e}r}\varepsilon_{\alpha\beta}n_\beta A(r)\right)\begin{pmatrix}\eta_0\\ 0\end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix}0 & n_2+in_1\\ n_2-in_1 & 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0 & n_1 - in_2\\ n_1+in_2 & 0\end{pmatrix} + h\varphi\begin{pmatrix}0\\ \chi_0(r)\end{pmatrix} = 0$$

$$0 = \cancel{-i}\,\cancel{e^{i\theta}}\eta_0' + \frac{A}{2r}\cancel{(-i)}\,\cancel{e^{i\theta}}\eta_0 + ihv\cancel{e^{i\theta}}F(r)\chi_0(r)$$

$$\boxed{\eta_0'(r) + \frac{1}{2r}A(r)\eta_0 + ihvF(r)\chi_0 = 0}$$

$$(\chi_0 + i\eta_0)' + \frac{1}{2r} A(r)(\chi_0 + i\eta_0) + h v F(r)(+i\eta_0 + \chi_0) = 0$$

$$(\chi_0 - i\eta_0)' + \frac{1}{2r} A(r)(\chi_0 - i\eta_0) + h v F(r)(-i\eta_0 + \chi_0) = 0$$

$$\left[\begin{aligned} \chi_0 - i\eta_0 &= C_- \exp\left\{-\int dr' \left(\frac{A(r')}{2r'} + h v F(r')\right)\right\} \\ \chi_0 + i\eta_0 &= C_+ \exp\left\{-\int dr' \underbrace{\left(\frac{A(r')}{2r'} - h v F(r')\right)}_{\to\infty}\right\} \end{aligned}\right.$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C_+ = 0}$$

$$\boxed{\chi_0 = i\eta_0 = C_- \exp\left\{-\int dr' \left(\frac{A(r')}{2r'} + h v F(r')\right)\right\}}$$

Заметим, что 0 мода inv. относительно C-преобр.

$$\chi' = -\varepsilon\eta^* =$$

$$= +i\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} +i\chi_0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= -i\begin{pmatrix} 0 \\ \chi_0 \end{pmatrix} \quad ok$$

$$\eta' = \varepsilon\chi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -i\eta_0 \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} \eta_0 \\ 0 \end{pmatrix} = -i\eta \quad ok$$

При $k_3 \neq 0$ Инвариантность пропадает

$$\boxed{k_3 = \omega}$$

$$\Downarrow$$

1) Фермионы с $\omega > 0$ движутся только в одну сторону
2) Спектр бесщелевой

Б/м ч-цы определённой киральности в $(1+1)D$

Введём вз-е с электрическим полем

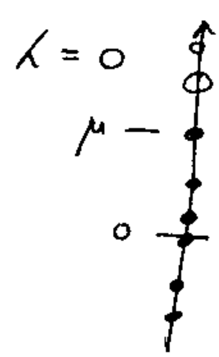
Пусть φ - эл./нейтрально

$\begin{pmatrix}\chi \\ \eta\end{pmatrix}$ — одинаковые эл. заряды e_e

$$\boxed{D_\mu^{\pm} = \partial_\mu \mp \frac{ie_R}{2}A_\mu - ie_e B_\mu}$$

Покажем, что струна - сверхпроводящие

$\lambda \neq 0 \Rightarrow$ Все уровни с $E < 0$ заполнены



$\longleftarrow$ Конечная линейная плотность фермионов на струне.

Есть ещё уровни, но они - щелевые

$$|\lambda_{min}| \sim m_F$$

Если $\boxed{\mu < |\lambda|_{min}}$, то не могут диссипировать фермионы.

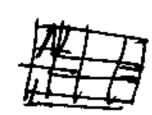
$\Downarrow$

Устойчивое состояние $\Rightarrow$ Сверхпроводящая струна

При $\boxed{\mu = |\lambda|_{min}}$ — $\exists$ максимальное значение тока, при кот. струна остаётся сверхпроводящей

$\Uparrow$

Начинаются пересадки на уровни с $\lambda \neq 0$



$$\frac{2\pi}{L} = \Delta k_3 = \Delta\omega$$

$$N = \frac{\mu}{\Delta\omega} = \frac{\mu L}{2\pi}$$

$$\boxed{\frac{N}{L} = \frac{\mu}{2\pi}}$$ — линейная плотность фермионов

$$\boxed{j_3^{e} = e\cdot\rho\cdot c = \frac{e_e \mu}{2\pi}}$$

$$\boxed{j_3^{e\,max} \sim \frac{e_e |k|_{min}}{2\pi}}$$

Если наложить эл. поле, то будут рождаться фермионы с $\lambda = 0$

$\Downarrow$

ΔN_F не сохраняется $\leftrightarrow$ Не сохраняется эл. заряд.

$$\hat{\Psi} = \begin{pmatrix} \hat{\chi} \\ \hat{\eta} \end{pmatrix}$$

Противоположные R-заряды

Противоположный эл. заряд.

$$\boxed{k_3 = -E}$$

Эл. поле будет рождать Ψ и $\hat{\Psi}$ одновременно $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{matrix}\text{Несохр } N_F \\ \text{Сохр } Q.\end{matrix}}$

Фермионы т.к. различные эл. заряды.

Также будет $\boxed{j \neq 0}$