Glashow – Weinberg – Salam theory of weak Interactions

$\boxed{SU(2)\times U(1) \to U(1)}$

$A^a_\mu \leftrightarrow SU(2)$

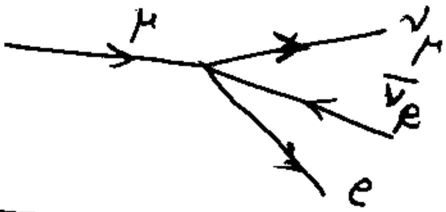
$B_\mu \leftrightarrow U(1)$

$$\Phi \mapsto \underbrace{e^{i\alpha^a \frac{\tau^a}{2}}}_{SU(2)}\, \underbrace{e^{i\beta/2}}_{U(1)}\,\Phi$$

$\mathcal{L}_{int} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\, j^{(\psi)}_{L\mu}\, j^{(\psi)}_{L\mu}$ ⟷ Слабая вершина

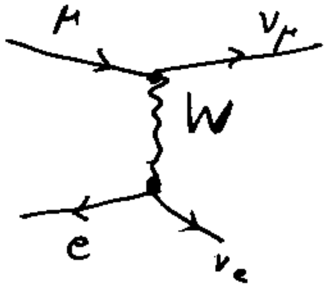
Неперенормируемая

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}}\, \bar\nu_e \gamma^\mu (1+\gamma_5)\, e\; \bar\mu\, \gamma^\mu (1+\gamma^5)\, \nu_\mu = \mathcal{L}_{int}$$



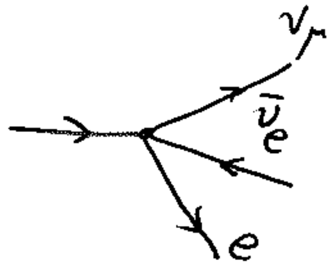
Мысль: А что если ток на самом деле связан с векторной ч-цей?

$g\, j_{L\mu} W_\mu$



$\sim \frac{g^2}{m_W^2} \times$

G_F



Как сделать массивную векторную ч-цу? Заряд ⊕

$$\mathcal{L} \sim -\frac{1}{4}\left|\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu\right|^2 + \frac{1}{2} m_A \left|W_\mu\right|^2$$

$\Downarrow$

Пропагатор:

$$\frac{-i\left(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2}\right)}{k^2-m_W^2} =$$

$$\boxed{k \gg m_W} \Rightarrow D_{\mu\nu} \mapsto \frac{-i\,\frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2}}{k^2-m_W^2} \sim 1$$

$\Downarrow$

← Можно посчитать сечение рассеяния ⇒

Нарушение унитарности при $k \gg m_W$.

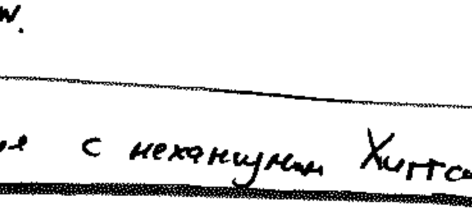
Подходит калибровочная теория с механизмом Хиггса

$\boxed{U(1) - \text{теория}}$

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + |D_\mu \Phi|^2 - V(\phi)}$$

$$V(\phi) = -\mu^2|\phi|^2 + \frac{\lambda}{2}|\phi|^4$$

$$\boxed{\Phi_0 = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}}$$



$$\boxed{\Phi = \Phi_0 + \frac{\phi_1}{\sqrt{2}} + \frac{i\phi_2}{\sqrt{2}}}$$ ← Удалить можно калибровочным преобразованием $\boxed{\delta\phi = -i\alpha\Phi_0}$

↑ Массивное поле Хиггса

$$|D_\mu\phi|^2 = \left|\cancel{\partial_\mu\phi_0} - iA_\mu e\phi_0 + \frac{\partial_\mu\phi_1}{\sqrt{2}} - \frac{i\partial_\mu\phi_2}{\sqrt{2}}\right|^2 =$$

$$= \frac{(\partial_\mu\Phi_1)^2}{2} + \frac{(\partial_\mu\Phi_2)^2}{2} + e\phi_0\sqrt{2}\,A_\mu\partial_\mu\phi_2 + \frac{(e\phi_0)^2\,2}{2}A_\mu^2$$

Наивно:

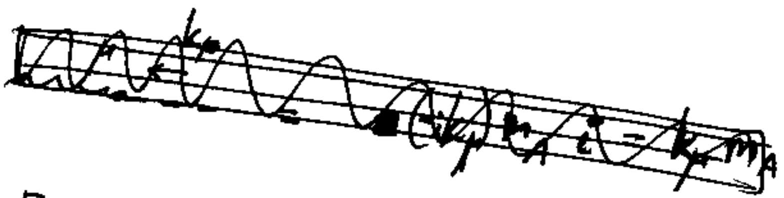
(i) $\boxed{m_A = e\phi_0\sqrt{2}}$

(ii) ϕ_1 - Массивное

Φ_2 - Безмассовый Голдстоун.

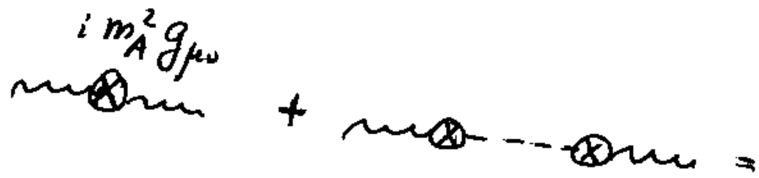
Тождество Уорда?

$k_\mu\{$  $\} = 0$



Будем считать m_A маленькой

 $= \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2}$

$P_{\mu\nu} =$  $=$

$$= im_A^2 g_{\mu\nu} + (m_A k_\mu)\frac{i}{k^2}(-m_A k_\nu) =$$

$$= im_A^2\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right) \Longleftrightarrow \boxed{k_\mu P_{\mu\nu} = 0}$$

$\Downarrow$

Поляризационный оператор поперечен

$$D_{\mu\nu} = \frac{-i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)}{k^2 - m_A^2} + \frac{k_\mu k_\nu}{k^4}$$

Хорошее поведение при $k \gg m_A$

С другой стороны, поля Φ_2 не существуют

Оно уничтожается калибровочным преобразованием

Но зато существуют Гости!

H – Хиггсовский дублет

$$\boxed{D_\mu H = \partial_\mu H - i g A_\mu^a \frac{\tau^a}{2} H - \frac{i}{2} g' B_\mu H}$$

Warning! Другая нормировка!

$$\boxed{\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\big(\underset{A}{F_{\mu\nu}^a}\big)^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2 + (D_\mu H)^+ D_\mu H + V(H^+ H)}$$

Массы: $\frac{1}{2}(0 \;\; v)\underbrace{\left(\cancel{i} g A_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + \frac{1}{2} g' B_\mu\right)\left(\cancel{-i} g A_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + \frac{1}{2} g' B_\mu\right)}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} g A_\mu^3 & g(A_\mu^1 - i A_\mu^2) \\ g(A_\mu^1 + i A_\mu^2) & -g A_\mu^3 + g' B_\mu \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} v^2 \left(g(A_\mu^1 + i A_\mu^2) ; \; -g A_\mu^3 + g' B_\mu\right) \begin{pmatrix} g(A_\mu^1 - i A_\mu^2) \\ -g A_\mu^3 + g' B_\mu \end{pmatrix}$$

$$= \frac{v^2 g^2}{8}(A^1_\mu + iA^2_\mu)(A^1_\mu - iA^2_\mu) + \frac{v^2}{8}\left(gA^3_\mu - g' B_\mu\right)^2$$

$$\boxed{W^\pm_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(A^1_\mu \mp A^2_\mu\right)} \qquad \boxed{m_W = \frac{g}{2}v}$$

$$\boxed{Z^0_\mu = \cos\theta_W A^3_\mu - \sin\theta_W B_\mu}$$ – <u>Массивное поле</u>

$$\boxed{\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}} \qquad \boxed{m_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g^2+g'^2}}$$

$$\boxed{\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}}$$

$$\boxed{A_\mu = \cos\theta_W B_\mu + \sin\theta_W A^3_\mu} \qquad m_A = 0$$

$$\mathcal{L}_k = \underbrace{-\frac{1}{4}(F^1_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(F^2_{\mu\nu})^2}_{} - \frac{1}{4}(F^3_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2$$

$$-\frac{1}{4}\underbrace{\left(\partial_\mu W^-_\nu - \partial_\nu W^-_\mu\right)}_{(F^1_{\mu\nu} - iF^2_{\mu\nu})}\underbrace{\left(\partial_\mu W^+_\nu - \partial_\nu W^+_\mu\right)}_{(F^1_{\mu\nu} + iF^2_{\mu\nu})} - \underbrace{\frac{1}{4}Z^2_{\mu\nu}}_{\downarrow} - \frac{1}{4}F^2_{\mu\nu}$$

$$-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu\right)^2$$

$$= -\frac{1}{4}\Big\{\left(\cos\theta_W F^3_{\mu\nu} - \sin\theta_W B_{\mu\nu}\right)^2 + \left(\cos\theta_W B_{\mu\nu} + \sin\theta_W F^3_{\mu\nu}\right)^2\Big\}$$

Итак

$W^{\pm}$ – Заряженный W-бозон

$$m_W = \frac{vg}{2} = 80\, GeV$$

Z^0 – Нейтральный Z-бозон

$$m_Z = 90\, GeV.$$

A_μ – Безмассовый фотон.

$$\boxed{\sin^2(\theta_W) = 0{,}23}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} Z^0 \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^3 \\ B \end{pmatrix}}$$

Фермионы – в фундаментальном представлении

$$\mathcal{L}_\psi = i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu \Psi$$

$$\boxed{D_\mu \Psi = \partial_\mu \Psi + ig A^a_\mu \frac{\tau^a}{2}\psi - ig' Y B_\mu \Psi}$$

$\boxed{Y \text{ - Гиперзаряд фермиона}}$

Взаимодействие с полями W, Z, A_μ

$$D_\mu \Psi = \partial_\mu \Psi - ig$$

$$\frac{\tau^1}{2} + i\frac{\tau^2}{2} = T^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\tau^1}{2} - i\frac{\tau^2}{2} = T^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T^+W^+ + T^-W^- =$$

$$\left(\frac{\tau^1}{2} + i\frac{\tau^2}{2}\right)\left(A^1_\mu - iA^2_\mu\right)\frac{1}{\sqrt{2}} +$$

$$+ \left(\frac{\tau_1}{2} - i\frac{\tau_3}{2}\right)\left(A^1_\mu + iA^2_\mu\right)\frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= \left(A_\mu^1 \frac{\tau^1}{2} + A_\mu^2 \frac{\tau^2}{2}\right)\sqrt{2}.$$

$$-ig\frac{\tau^3}{2}A_\mu^3 - ig'YB_\mu =$$

$$= -ig\frac{\tau^3}{2}\left(\cos\theta_W Z_\mu^0 + \sin\theta_W A_\mu\right) - ig'Y\left(-\sin\theta_W Z^0 + \cos\theta_W A_\mu\right)$$

$$= -iZ_0^\mu \underbrace{\left(g\cos\theta_W\frac{\tau^3}{2} - g'Y\sin\theta_W\right)}_{} - iA_\mu \underbrace{\left(g\sin\theta_W\frac{\tau^3}{2} + g'Y\cos\theta_W\right)}_{}$$

$$g\cos\theta_W \hat{Q}\frac{\tau^3}{2} - g'Q\sin\theta_W + g'\frac{\tau^3}{2}\sin\theta_W \qquad e\hat{Q}$$

$$\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{\cancel{\sqrt{g^2+g'^2}}} - \frac{g'^2 Q}{\sqrt{g^2+g'^2}} \qquad \| \qquad \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}\left(\frac{\tau^3}{2}+Y\right)$$

$$\boxed{e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}} \qquad \boxed{Q = \frac{\tau^3}{2} + Y}$$

$$\frac{g}{\cos\theta_W}\left(1 - Q\sin^2\theta_W\right)$$

$$\downarrow$$

$$-iZ_0^\mu \frac{g}{\cos\theta_W}\left(1 - Q\sin^2\theta_W\right) - ieA_\mu Q$$

$$\boxed{g = \frac{e}{\sin\theta_W}} \Rightarrow$$ Только 2 переменные e и $\sin\theta_W$

$$\boxed{\mathcal{D}_\mu\Psi = \partial_\mu\Psi - ig\left(T^+W^+ + T^-W^-\right)\Psi - iZ_0^\mu\frac{g}{\cos\theta_W}\left(1-Q\sin^2\theta_W\right)\Psi - ieA_\mu Q\Psi}$$

$$\boxed{m_Z = \frac{m_W}{\cos\theta_W}} \qquad \boxed{m_Z > m_W}$$

Учтём, что W-бозон каплится только к левым фермионам

$$i\bar\Psi\gamma^\mu\partial_\mu\Psi = i\bar\Psi\gamma^\mu(1+\gamma^5)\partial_\mu\Psi - i\bar\Psi\gamma^\mu(1-\gamma_5)\partial_\mu\Psi =$$

$$= \underbrace{i\bar\Psi_L\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L}_{} - \underbrace{i\bar\Psi_R\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R}_{}$$

Взаимодействуют с W_μ.

Не взаимодействуют с W_μ

VII

Разные представления калибровочной группы $SU(2)$

L – Дублеты

R – синглеты

Y – Гиперзаряд $\Rightarrow$ $Q_R = Y_R$

$e_R \Rightarrow Y = -1$

$u_R \Rightarrow Y = +2/3$

$d_R \Rightarrow Y = -1/3$

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$$

$$\hat Q L_{e_L} = \begin{pmatrix} (\frac{1}{2}+Y)\,\nu_e \\ (-\frac{1}{2}+Y)\,e^- \end{pmatrix}$$

$$\boxed{Y_{L_e} = -1/2}$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} (\frac{1}{2}+Y)\,u_L \\ (-\frac{1}{2}+Y)\,d_L \end{pmatrix}$$

$$\boxed{Y_Q = 1/6}$$

Массы: $\underbrace{m_u \bar{u}_L u_R + m_d \bar{u}_d u_d}$

Запрещено локальной $SU(2)$ инвариантностью.

$$\mathcal{L} = \bar{\ell}_L i\hat{\partial} \ell_L + \bar{e}_R i\hat{\partial} e_R + \bar{Q}_L i\hat{\partial} Q_L + \bar{u}_R i\hat{\partial} u_R + \bar{d}_R i\hat{\partial} d_R + g\left(W_\mu^+ J_W^{\mu +} + W_\mu^- J_W^{\mu -} + Z_\mu^0 J_Z^\mu\right) + e A_\mu J_{\mu\, EM}.$$

$$\cancel{J_{\mu\, EM} = i\bar{\Psi}_L \gamma^\mu Q \Psi_L = i(\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L)\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} + i\bar{\Psi}_R \gamma^\mu Y \Psi_R \quad i\bar{e}_L \gamma^\mu e_L}$$

$$D_\mu \Psi_R = \partial_\mu - i B_\mu Y g' \Psi_R =$$

$$= \partial_\mu \Psi_R - i A_\mu \cos\theta_W Y g' \Psi_R + i Z_\mu \sin\theta_W Y g' \Psi_R$$

$$= \partial_\mu \Psi_R - i A_\mu Y e \Psi_R + i Z_\mu Y \frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \Psi_R$$

$$= \underbrace{\partial_\mu \Psi_R - i e Y A_\mu \Psi_R + \frac{i g Y}{\cos\theta_W} \sin^2\theta_W \Psi_R Z}$$

$$j_\mu^{(EM)} = \sum_{\substack{\text{левые} \\ \text{фермионы}}} \bar{\ell}_L \gamma^\mu (-ieA_\mu \hat{Q}) \ell_L + \sum_{\substack{\text{правые} \\ \text{фермионы}}} \bar{\Psi}_R \gamma^\mu (-igYA_\mu) \Psi_R$$

$$j_\mu^{(\text{лепт})(EM)} = (\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L) \gamma^\mu (-ie) A_\mu \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} + \bar{e}_R (-ie)(-1) A_\mu e_R = \bar{e} \gamma^\mu (-ie Q_e A_\mu) e$$