

I Правила Фейнмана

(1)

$$Z = [J, \bar{\zeta}, \zeta] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(i \int d^4x \text{ div} \left[\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x)} ; \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \bar{\zeta}^a(x)} ; \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta \zeta^b(x)} \right] \right)^n$$

$$\times \exp \left\{ + \frac{1}{2} \int dx dy J_\mu^a(x) J_\nu^b(y) D_{\mu\nu}^{ab}(x-y) \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \int dx dy \bar{\zeta}^{a\dagger}(x) D_c^{ae}(x-y) \zeta^b(y) \right\}$$

$$D_{\mu\nu}^{ab}(x-y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} -i \left(\gamma_{\mu\nu} + (d-1) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2 + i0} \right) \frac{\delta^{ab}}{p^2 + i0}$$

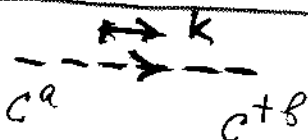
$$D_c^{ae}(x-y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} \frac{i \delta^{ae}}{p^2 + i0}$$

$$\begin{matrix} \vec{k} \\ \text{in} \end{matrix} \mu^a \quad e_\mu^s(k) \quad \left[\begin{matrix} k_0, \epsilon_0^a = 0 \\ \epsilon_0^a = 0 \end{matrix} \right] \quad \text{(in)}$$

$$\begin{matrix} \vec{k} \\ \text{out} \end{matrix} \mu^a \quad (e_\mu^s(k))^* \quad \text{(out)}$$

$$\begin{matrix} a & \vec{k} & b \\ \mu & \rightarrow & \nu \end{matrix} \quad \frac{-i}{k^2 + i0} \delta^{ab} \left(\gamma_{\mu\nu} + (d-1) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 + i0} \right) \approx \langle T A_\mu^a(x) A_\nu^b(y) \rangle$$

$$\langle T c^b(x) c^{a\dagger}(y) \rangle \Big|_k \approx \int \frac{i \delta^{ab}}{k^2 + i0} e^{ik(x-y)} \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$$



$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2 - \frac{1}{2d} (\partial_\mu A_\nu^a)^2 - c^\dagger \partial_\mu D_\mu c$$

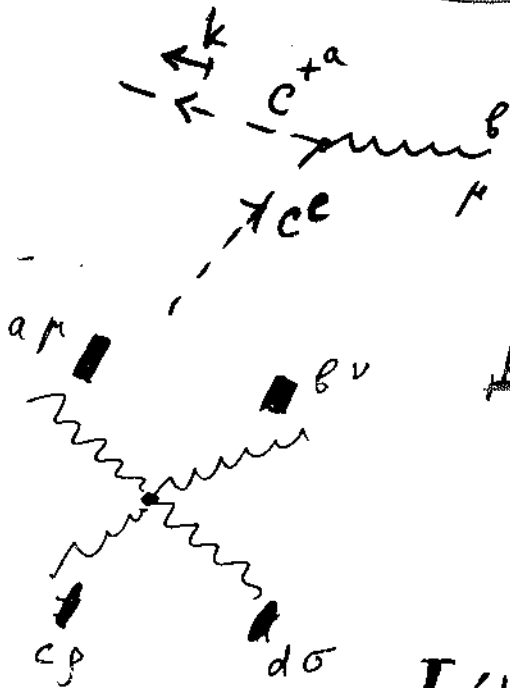
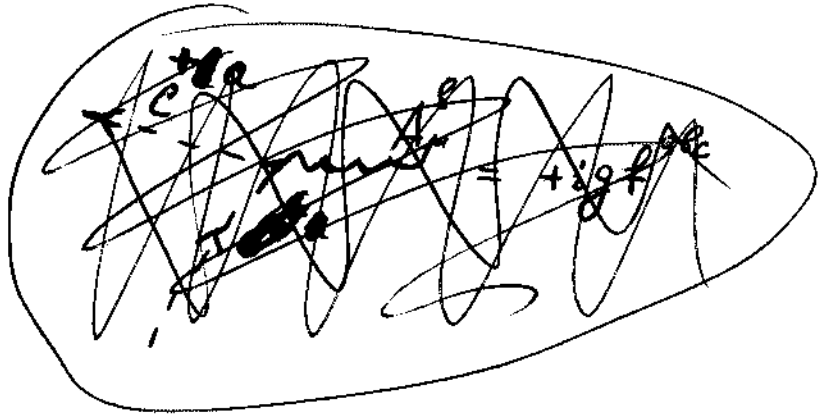
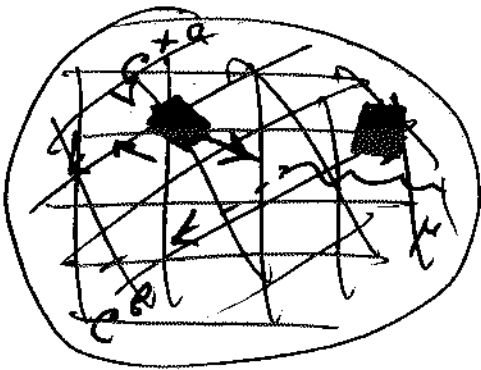
$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$(D_\mu c)^a = \partial_\mu c^a + g f^{abc} A_\mu^b c^c$$

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c +$$

$$-\frac{1}{4} g^2 f^{abc} f^{def} A_\mu^e A_\nu^c A_\mu^d A_\nu^f + \partial_\mu c^\dagger g f^{abc} A_\mu^b c^c$$

II



$$ig f^{abc} (-ik_\mu) = g k_\mu f^{abc}$$

Кол-во циклов $\left\{ \begin{array}{l} (a\mu) \leftrightarrow (b\nu) \\ (c\rho) \leftrightarrow (d\sigma) \end{array} \right\}$

$$\Downarrow \left\{ \begin{array}{l} (a\mu) \leftrightarrow (c\rho) \\ (b\nu) \leftrightarrow (d\sigma) \end{array} \right\}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{4!}{4} = 6 \text{ циклов} \\ 4 - \text{умножается} \end{array} \right]$$

$$-ig^2 \left\{ f^{abe} f^{cde} (\zeta_{\nu\sigma} \zeta_{\mu\rho} - \zeta_{\mu\sigma} \zeta_{\nu\rho}) + \right. \\ \left. + f^{ace} f^{bde} (\zeta_{\mu\nu} \zeta_{\rho\sigma} - \zeta_{\mu\sigma} \zeta_{\nu\rho}) + \right. \\ \left. + f^{ade} f^{bce} (\zeta_{\mu\nu} \zeta_{\rho\sigma} - \zeta_{\mu\sigma} \zeta_{\nu\rho}) \right\}$$

$$+ ig \left(f^{abc} \left[\zeta_{\mu\nu} \zeta_{\rho\sigma} + \zeta_{\mu\rho} \zeta_{\nu\sigma} \right] + f^{bca} \left[\zeta_{\mu\nu} \zeta_{\rho\sigma} + \zeta_{\mu\rho} \zeta_{\nu\sigma} \right] + f^{cab} \left[\zeta_{\mu\nu} \zeta_{\rho\sigma} + \zeta_{\mu\rho} \zeta_{\nu\sigma} \right] \right) = \\ = g f^{abc} \left[\zeta_{\mu\nu} (k-p)_\rho + \zeta_{\mu\rho} (p-k)_\nu + \zeta_{\nu\rho} (p-q)_\mu \right]$$

Фермионы

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{A,e} + \sum_{a=1}^{N_f} \left[i \bar{\Psi} \gamma^\mu D_\mu \Psi + m_{\Psi a} \bar{\Psi} \Psi \right]$$

$$D_\mu \Psi = \partial_\mu \Psi - i g A_\mu^a t^a \Psi$$

$$\Psi^a = \begin{pmatrix} \Psi_1^a \\ \Psi_2^a \\ \vdots \\ \Psi_{N_c}^a \end{pmatrix}$$

← Фундаментальное представление $SU(N_c)$

$$\begin{cases} N_c - \text{число цветов} \\ N_f - \text{число ароматов} \end{cases}$$

$$\Psi^a$$

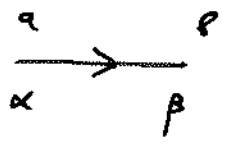
$$\alpha \in 1 \dots N_c$$

$$a \in 1 \dots N_f$$

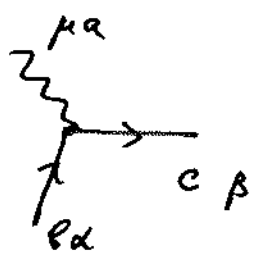
$SU(N_f)$ - ~~глобальная~~
глобальная симметрия

$SU(N_c)$ - Локальная

\Rightarrow у внешних фермионов появляются урсы и кроны



$$\frac{i(\hat{p} + m)}{p^2 - m^2 + i0} \delta_{ab} \delta_{\alpha\beta}$$

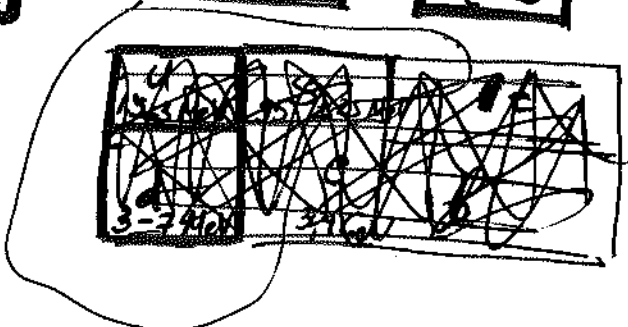


$$+ g T_{\mu\nu}^a \gamma^\mu$$

КХД

$N_f = 6$

$N_c = 3$



Лёгкие кварки

$m < \Lambda_{QCD}$

Не отвечает в процессах
при низких энергиях

u 1.5-3 MeV	c 1.25 GeV	t 170 GeV
d 3-7 MeV	s 95±25 MeV	b 4.5 GeV

Бесполезно
включать в
расширенную
EW-теорию

β -функция Асимптотическая свобода

Поляков "Калибровочные поля и струны"

$$\beta(g) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \left(\frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f \right)$$

$$\begin{matrix} N_c = 3 \\ N_f = 3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \beta(g) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} (11 - 2) =$$

$$\begin{matrix} N_c = 3 \\ N_f = 5 \end{matrix}$$

$$\beta(g) = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} (11 - 10)$$

$$\frac{dg^2}{d \ln M^2} = \beta(g) \Rightarrow$$

$$\frac{dg^2}{d \ln M^2} = -\frac{g^3}{(4\pi)^2} \beta_0$$

$$\frac{dg^2}{g^3 d \ln M^2} \rightarrow + \frac{d(1/g^2)}{2 d \ln M^2} = + \frac{\beta_0}{(4\pi)^2}$$

$$1/g^2 = \frac{1}{g_0^2} + \frac{\beta_0}{(4\pi)^2} \ln(M^2/M_0^2)$$

$$g^2 = \frac{g_0^2}{1 + \frac{\beta_0}{(4\pi)^2} \ln(M^2/M_0^2) \left(\frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f \right)}$$

⇓

Λ_{QED} - Экспериментально измеренная величина

Глубоконеупругое рассеяние

Загадка теории с $\beta < 0$?

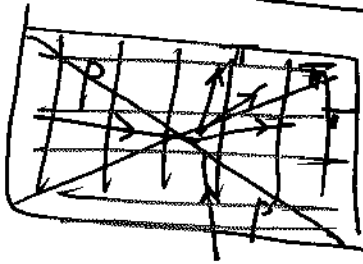
Сильные в-д \Rightarrow Слабость

① Кварки не существуют как локализованные частицы

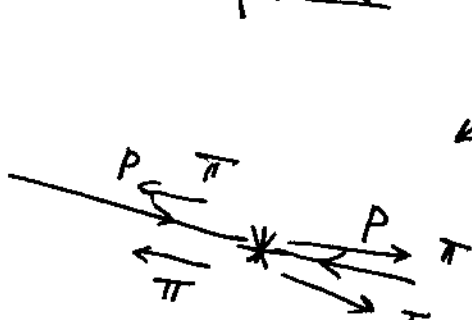


δ . Их существование доказалось из-за свойств существующих частиц.

② Большая константа связи \Rightarrow ТВ не действует.



High # of pions



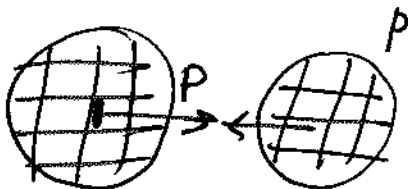
Сильные взаимодействия \Rightarrow должны равномерно замедлять фазовые ир-во

Но: $\vec{P}_\pi \uparrow \uparrow \vec{P}_p$

Вероятность (P_T) $\propto e^{-\frac{P_T}{\Lambda_{QCD}}}$



Limited transverse momentum

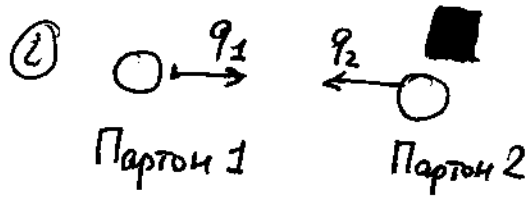


Облако кварков
возле с таким же
интервалом

\Rightarrow Адронизация

Так объясняется δ число результатов

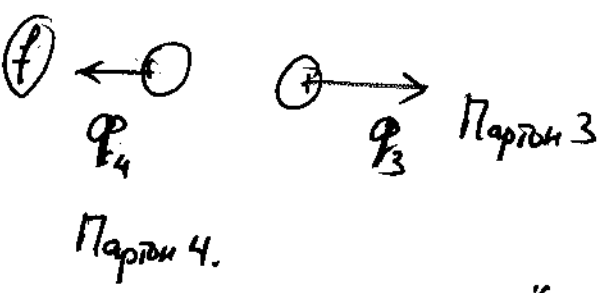
Ещё надо записать и моменты картони не в том же направлении



$$q_1 = (|q_1|, q_1)$$

$$q_2 = (|q_2|, -q_2)$$

$$q_4 = (|q_4|, -q_4), \tilde{q}_4$$



$$(q_4 - q_1)^2 = q_4 |q_1| - q_4 q_1 = q_1 (q_4 - q_4) + (\vec{p}_+)^2$$

$$q^2 = (q_4 - q_1)^2 \ll (q_1 + q_4)^2$$

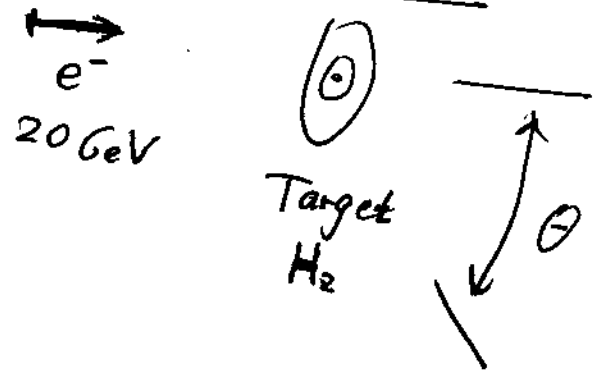
Переданный момент должен быть маленьким

Large $P_T \Rightarrow$ Large q^2

- ① Желе, которое легко разбить картнов
- ② Невозможна передача большой P_T

Проверка - эксперимент по глубоконепружному рассеянию.

SLAC-MIT DIS Experiment



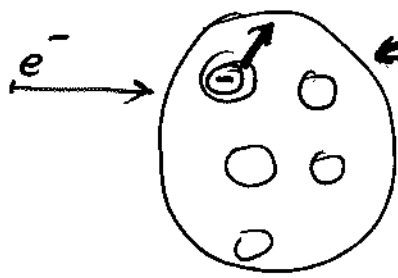
Измеряется рассеяние на большие углы.

Deep inelastic picture

Много адронов появляются сразу.

\leftrightarrow Но: Большая ~~вероятность~~ вероятность

Интерференция (Бьёркен)



Партны

→ Не могут передать
большое q^2 с помощью
сильных W, Z
→ Взаимодействуют γ/M .
 e^- может видеть нейтрон
и протоны.

Решает комбинацию стру
адронов, т.к. взаимодействуют сильно
только при малых q^2

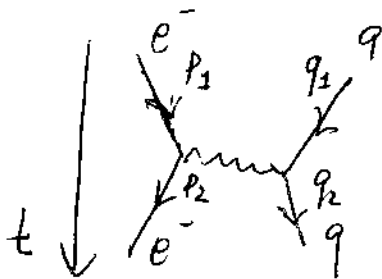
Сильные взаимодействия на сечении рассеяния

$t \downarrow$

$$\sum_{\text{спин}} |M|^2 \frac{1}{4} = \frac{8e^4 Q_i^2}{t^2} \left(\frac{s^2 + u^2}{4} \right)$$

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + q_1)^2 \\ t &= (p_1 - p_2)^2 \\ u &= (q_2 - p_1)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{CM}} = \frac{1}{2s} \frac{1}{16\pi} \frac{1}{4} \sum_{\text{спин}} |M|^2$$



$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{CM}} = \frac{1}{2s} \frac{1}{16\pi} \frac{1}{4} \sum_{\text{спин}} |M|^2$$

Частицы почти безмассовые

$$s + t + u = 0$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{CM}} = \frac{1}{2s} \frac{1}{16\pi} \frac{1}{4} \sum_{\text{спин}} |M|^2$$

~~1111~~

$$E_{ym} = \sqrt{S} = 2|\vec{p}|$$

$$d\sigma = \frac{1}{2|\vec{p}|(2|\vec{p}|)} \int \frac{\pi d\theta_{ym}}{2\pi} \frac{\sin\theta_{ym}}{16\pi} \frac{2|\vec{p}|}{E_{ym}} \frac{8e^4 Q_i^2}{t^2} \times \left(\frac{s^2 + u^2}{4} \right)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{ym}} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 16\pi s} \frac{8e^4 Q_i^2}{t^2} \left(\frac{s^2 + u^2}{4} \right)$$

$$d^2 = \frac{e^4}{16\pi^2}$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{ym}} = \frac{\pi \cdot 8 d^2 Q_i^2}{s t^2} \left(\frac{s^2 + u^2}{4} \right)$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{ym}} = \frac{\pi d^2 Q_i^2}{s t^2} (s^2 + u^2)$$

s, t, u - не независимые переменные $s+t+u=0$

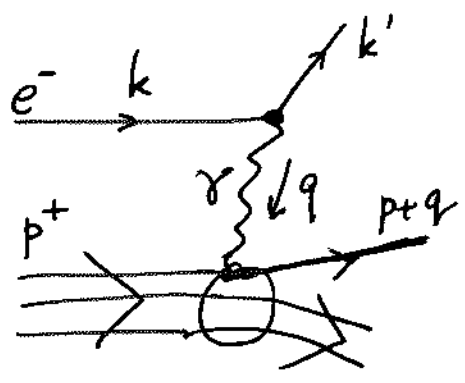
Тогда 2 независимые

$$\left\{ \begin{aligned} s &= (2|\vec{p}|)^2 \\ t &= (2|\vec{p}|)^2 (1 - \cos\theta_{ym}) \end{aligned} \right\} = -e \frac{1}{2} s (1 - \cos\theta_{ym})$$

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{ym}} = \frac{\pi d^2 Q_i^2}{s t^2} (s^2 + (s+t)^2)$$

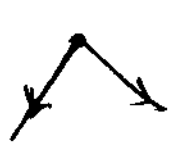
$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta_{ym}} \frac{2}{s} = \frac{2\pi d^2 Q_i^2}{s^2 t^2} (s^2 + (s+t)^2)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{2\pi d^2 Q_i^2}{s^2 t^2} (s^2 + (s+t)^2)$$



$$q = k' - k$$

Можно для умеренно умеренных параметров θ -ряда



$$q^2 = k'^2 + k^2 - 2(kk')$$

$$q^2 = -2|k||k'| + 2(kk') \cos \theta_{kk'} < 0$$

Пространственно-подобный вектор

$$Q^2 = -q^2$$

$$t = -Q^2$$

Продолжна часть импульса ξ

$$p = \xi P$$

$$\xi \in [0; 1]$$

$$s = (p+k)^2 = 2pk = 2\xi P \cdot k = \xi S$$

Предполагается что электрон и кварки безмассовые

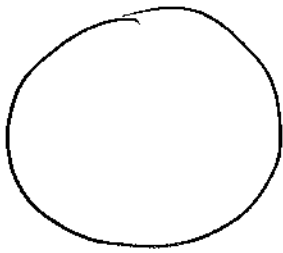
$$(E_e + E_p)_{CM}^2 = S$$

$$(p+q)^2 \stackrel{!}{=} 0 = p^2 + q^2 + 2(pq) = 2\xi(Pq) - Q^2$$

По эти δ/m картон

$$\xi = x = \frac{Q^2}{2(Pq)}$$

→ Тоже можно проверить экспериментально



$$f_i(x) dx - \text{вероятность найти } i\text{-й кварк с долей импульса } x$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \sum_i f_i(x) \frac{2\pi d^2}{Q^4} Q_i^2 \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right)^2 \right]$$

Разделим на этот фактор, получим зависимость только от x

Bjorken scaling 10% точность

Структура кривой - одна и та же вне зависимости от того, как сильно вы бьёте протон.

Сильные взаимодействия должны влиять на кривые только при больших Q_T

Асимптотическая свобода

QCD ⇒ Отклонение от Бёржековской кривой, $g \neq 0$ при малых Q_T