Список задач   70% задач

① $L = f(\dot{\vec{q}}) + V(\vec{q}) \qquad q \in \mathbb{R}^3$

а) Проквантовать, найти $\hat{H}$

б) Выписать ф-нальный инт-л для пропагатора

в) Верна ли ф-ла

$$U(\vec{q}_f, \vec{q}_i; t_f - t_i) = \int \mathcal{D}\vec{q}(t)\, e^{iS[q(t)]}$$

Когда такая ф-ла верна?

② Рассмотрим 1-мерный квантовый осциллятор

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2 + \hat{q}^2}{2}$$

а) Записать и вычислить ф-нальный инт-л для величины

$$U(x_f, x_i; T) = \langle x_f | e^{-HT} | x_i \rangle$$

б) Рассмотрев предел $T \to \infty$ от пропагатора $U(x_f, x_i; T)$ вычислить энергию основного состояния осциллятора и само основное состояние осциллятора

③ Вывести фейнмановские граничные условия для ф-нального интеграла по переменным $p(t)$ и $x(t)$

$$I = \langle 0 | e^{-i\hat{H}(t_f - t_i)} | 0 \rangle = \int [dp(t)\, dx(t)]_{p_i - i\omega x_i = 0}^{p_f + i\omega x_f = 0} e^{iS[p(t), \ldots}$$

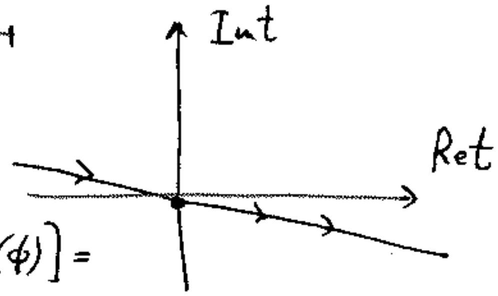
④ Посчитать 2-х, трёх и четырёх-точечные корреляционные ф-ции для осциллятора

$$\begin{cases} D_2(t_1, t_2) = \langle 0 | T(x(t_1)\, x(t_2)\, x(t_3)) | 0 \rangle \\ D_3 = \ldots \\ D_4 = \ldots \end{cases}$$

Функциональный интеграл II

$$\boxed{U\left(\{\phi_f\},\{\phi_i(\vec{x})\}; t_f - t_i\right) = \int \left[d\phi(\vec{x},t)\right]\Bigg|^{\phi(t_i)=\phi_i(\vec{x})}_{\phi(t_f)=\phi_f(\vec{x})} e^{iS[\phi]}}$$

Доопределение ф-ного инт-ла



$$\boxed{t = (1 - i\varepsilon)\tau} \boxed{\approx e^{-i\varepsilon}\tau}$$

$$S = \int dt \left[\frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{(\vec{\nabla}\phi)^2}{2} - V(\phi)\right] =$$

$$= \int d\tau\, e^{-i\varepsilon}\left[e^{+2i\varepsilon}\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\phi)^2 - V(\phi)\right] =$$

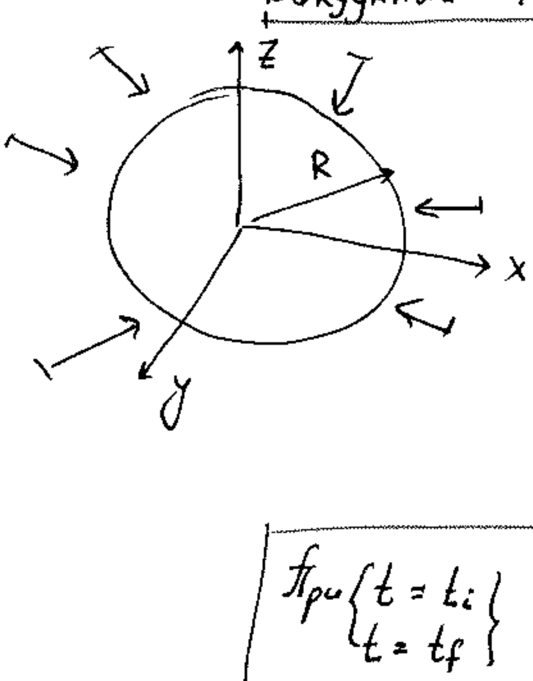
$$= \int d\tau \left[\frac{e^{+i\varepsilon}}{2}\left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2 - \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\phi)^2 e^{-i\varepsilon} - e^{-i\varepsilon}V(\phi)\right]$$

$$\boxed{\operatorname{Im} S = \varepsilon\int d\tau \left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{d\tau}\right)^2 + \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\phi)^2 + V(\phi)\right]} > 0$$

$\operatorname{Re}\{iS\} = -\operatorname{Im} S < 0 \Rightarrow$ Инт-л сходится экспоненциально!

Кв

Вакуумный ф-нальный инт-л



Сферическая волна

$E \propto \sigma \cdot 4\pi R^2 = \text{const}$

Пов-ная пл-ть энергии $\propto \phi^2$

$E \propto \phi^2 R^2 \Rightarrow \phi \sim 1/R$

$\boxed{t_i - t_f \to \infty} \Rightarrow \begin{Bmatrix}\Phi(t_i)\\ \Phi(t_f)\end{Bmatrix} \to 0$

$\Downarrow$

$$\boxed{\text{При } \begin{Bmatrix} t = t_i \\ t = t_f \end{Bmatrix} \text{ поля - свободные}}$$

Надо рассказать

$\boxed{\Psi_f\ \Psi_i} \leftarrow$ Свободные состояния полей $\boxed{\Psi_f = \hat{S}\Psi_i}$

Задача рассеяния

Функционалният интеграл для свободного квантово осцилатора

(Вакуумните гранични условия Фейнмана)

$$I = \langle 0 | e^{-i\hat{H}(t_f - t_i)} | 0 \rangle = e^{-iE_0(t_f - t_i)}$$

и

$$\boxed{E_0 = \omega/2}$$

$$\int dx_i dx_f \langle 0 | x_f \rangle \underbrace{\langle x_f | e^{-i\hat{H}(t_f - t_i)} | x_i \rangle}_{U(x_f, x_i; t_f - t_i)} \langle x_i | 0 \rangle$$

$$\langle x | 0 \rangle = \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\omega x^2/2}$$

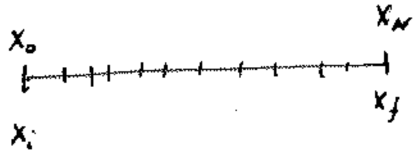
$$I = \underbrace{\int dx_i dx_f}_{\Downarrow} \int [dx] \Big|_{x_i}^{x_f} e^{iS[x(t)]} \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\frac{\omega x_i^2}{2} - \frac{\omega x_f^2}{2}}$$

Гаусов Интеграл

$$= \int dx_i dx_f \int \left(\prod_{k=1}^{N-1} \frac{dx_k}{\sqrt{2\pi i \Delta t}}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi i \Delta t}} e^{iS_d(x_i, x_f)} \times$$

$$\times \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\frac{\omega x_i^2}{2} - \frac{\omega x_f^2}{2}}.$$

$$S_d(x_i, x_f) = \sum_{k=1}^{N} \Delta t \left[\left(\frac{\Delta x_k}{\Delta t}\right)^2 \Big/ 2 - \frac{\omega^2 x_{k-1}^2}{2}\right] =$$



$$= \Delta t \frac{(x_1 - x_0)^2}{2\Delta t^2} +$$

$$+ \Delta t \frac{(x_2 - x_1)^2}{2\Delta t^2} +$$

$$+ \Delta t \frac{(x_3 - x_2)^2}{2(\Delta t)^2} + \dots$$

$$- \Delta t \frac{\omega^2 x_0^2}{2} - \Delta t \frac{\omega^2 x_1^2}{2} - \dots$$

$\Downarrow$

Гаусов интеграл $\Leftrightarrow$ Следствие свободности осцилатора

по $\boxed{\begin{aligned} x_i &= x_0 \\ x_f &= x_N \end{aligned}}$

$$i\underbrace{\frac{\partial S_\ell}{\partial x_i}}_{\substack{\shortparallel \\ -ip_i=-i\dot{x}_i}} - \omega x_i = 0$$

$$\boxed{\dot{x}_i - i\omega x_i = 0}$$

<u>В дискретизованном случае.</u> $i\underbrace{\left(\frac{\cancel{\Delta t}(x_0-x_1)}{\cancel{2}\Delta t^2} + \underbrace{\cancel{\omega^2 x_0 \Delta t}}_{O(\Delta t)}\right)} - \omega x_0 = 0$

$$+i\underbrace{\left(\frac{x_1-x_0}{\Delta t}\right)}_{\dot{x}_i} + \omega x_i = 0 \Rightarrow$$ <u>То же самое</u>

$$\int dx\, e^{-Ax^2-Bx-C} = \left(\frac{\pi}{A}\right)^{1/2} e^{-Ax_0-Bx_0-C}$$

$$I = \underbrace{\int [dx]}\Big|_{\dot{x}_i-i\omega x_i=0}^{\dot{x}_f+i\omega x_f=0} e^{iS(x_i,x_f)-\frac{\omega x_i^2}{2}-\frac{\omega x_f^2}{2}} \times$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi i\Delta t}}\left(\prod_{k=1}^{N-1}\frac{dx_k}{\sqrt{2\pi i\Delta t}}\right)\left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{\pi}{\underbrace{\cancel{\frac{\omega}{2}} + \left(-\frac{i}{2\Delta t}\right) + \cancel{\frac{\omega^2 i\Delta t}{2}}}_{2\pi i\Delta t}}\right)$$

$$\left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2}\sqrt{2\pi i\Delta t}\left(\prod_{k=1}^{N-1}\frac{dx_k}{\sqrt{2\pi i\Delta t}}\right)$$

$$\boxed{I = \underbrace{\int [dx]\Big|_{\dot{x}_i-i\omega x_i=0}^{\dot{x}_f\pm i\omega x_f=0}} e^{iS(x_i,x_f)-\frac{\omega x_i^2}{2}-\frac{\omega x_f^2}{2}}}$$

<u>Фейнмановские граничные условия</u>

Фейнмановские граничные условия для Евклидова интеграла

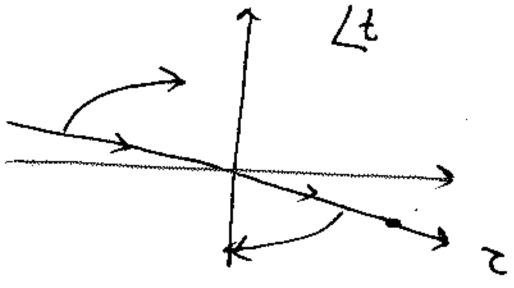
$$I_E = \underbrace{\langle 0| e^{-H(T_f - T_i)} |0\rangle}$$

$$t_f - t_i = -i(T_f - T_i) \quad \boxed{t = -i\tau} \quad \tau \in \mathbb{R}$$

$$\tau \in [\tau_i ; \tau_f]$$

$$I_E =$$

$$= \int [dX] \Big|_{\substack{\frac{dX_f}{d\tau} + \omega X_f = 0 \\ \frac{dX_i}{d\tau} - \omega X_i = 0}}$$



$\tau \mapsto \tau_i \mapsto -\infty \qquad X_i \mapsto e^{+\omega \tau_i}$ $\mapsto$ убывает экспоненциально при $\tau_i \mapsto -\infty$

$\tau \mapsto \tau_f \mapsto +\infty \qquad X_f \mapsto e^{\omega \tau_f}$ $\mapsto$ убывает экспоненциально при $\tau_f \mapsto +\infty$

В Евклиде фейнмановские граничные условия совпадают с условиями убывания при $\tau \mapsto \pm\infty$

$$\boxed{I_E = \int [dX] \Big|_{\substack{X_i, X_f \mapsto 0 \\ \text{при } \tau_i, \tau_f \mapsto \pm\infty}} e^{-S_E}}$$

(3.3) Вывести фейнмановские гран.условия для ф-ционального интеграла

$$I = \int [dX(t) dp(t)]\Big|^{p_f + i\omega X_f = 0}_{p_i - i\omega X_i = 0} e^{\underbrace{iS[p,q]}_{i\int (p\,dq - H(p,q)\,dt)}}$$

Рассказ отсюда

Скалярное поле

$$\Phi(\vec{x},t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\vec{k}\ \phi(\vec{k},t)\, e^{-i\vec{k}\vec{x}}$$

для поля или t_i и t_f.

$$S = \int d\vec{x}\, dt \left[\frac{\dot{\Phi}^2}{2} - \frac{(\vec{\nabla}\Phi)^2}{2} - \frac{m^2\Phi^2}{2} \right] =$$

$$= \int d^3\vec{k}\, dt \left\{ \frac{1}{2}\dot{\Phi}_k \dot{\Phi}_{-k} - \frac{\vec{k}^2}{2} \underbrace{\Phi_{\vec{k}} \Phi_{-\vec{k}}}_{\cdot} - \frac{m^2}{2} \Phi_{\vec{k}} \Phi_{-\vec{k}} \right\}$$

$$\boxed{\Phi_{-\vec{k}} = \Phi_{\vec{k}}^*} \qquad \vec{k}_2 = -\vec{k}_1 \Rightarrow \boxed{\text{Дополнительный знак "–"}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{S = \int d\vec{k}\, dt \left\{ \frac{1}{2} |\dot{\phi}_{\vec{k}}|^2 - \frac{\vec{k}^2}{2} |\Phi_{\vec{k}}|^2 - \frac{m^2}{2} |\phi_{\vec{k}}|^2 \right\}}$$

$\uparrow$

Набор квантовых осцилляторов пронумерованных индексом $\vec{k}$.

$$\boxed{\omega_k = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2}}$$

$$\Downarrow$$

Для каждой моды имеем

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\Phi}_k(t_i) - i\omega_k \Phi_k(t_i) &= 0 \\ \dot{\Phi}_k(t_f) + i\omega_k \phi_k(t_f) &= 0 \end{aligned} \right\} \qquad \boxed{\text{Фейнмановские граничные условия}}$$

$$\boxed{I = \langle 0 | e^{-iH_I(t_f - t_i)} | 0 \rangle} = \int [d\phi] \Big|_{\substack{\dot{\phi}_k + i\omega_k\phi_k|_{t_f} = 0 \\ \dot{\phi}_k - i\omega_k\phi_k = 0|_{t_i}}} e^{iS}$$

Какой интерес?

$$\boxed{G(x_1, \dots, x_N) = \langle 0 | T\big(\Phi(x_1)\, \phi(x_2) \dots \phi(x_N)\big) | 0 \rangle}$$

$\uparrow$

Причинная ф-ция Грина

Причинная ф-ция Грина в теории поля

$$\boxed{G(x_1, x_2) = \langle \Psi | T\left(\Phi(x_1)\Phi(x_2)\right) |\Psi\rangle}$$

Гайзенберговский Вакуум

$$\boxed{H|\Psi\rangle = 0 \leftarrow \text{Нормируем вакуумную энергию}}$$

$$\cancel{G(x_1,x_2) = \langle\Psi| e^{iH(t_i)} T(\phi(x_1)\phi(x_2)) e^{iHt_i}}$$

$$\Phi(\vec{x},t) = e^{iHt}\phi_s(\vec{x})e^{-iHt}$$

$$\boxed{t_1^\bullet > t_2^\bullet} \Rightarrow G(x_1,x_2) = \langle\Psi|\Phi(x_1)\Phi(x_2)|\Psi\rangle =$$

$$= \langle\Psi|e^{+iHt_1}\phi_s(\vec{x}_1)e^{+iH(t_2-t_1)}\Phi_s(x_2)e^{-iHt_2}|$$

$|\Psi_i\rangle$ $|\Psi\rangle$ $|\Psi_f\rangle$

t_i t_2 0 t_1 t_f

$$G(x_1,x_2) = \langle\Psi_f|\underline{e^{-iH(t_f-t_1)}}\phi_s(x_1)e^{-iH(t_1-t_2)}\phi_s(x_2)e^{-iH(t_2-}$$

$$\boxed{|\Psi_f\rangle = e^{+iHt_f}|\Psi\rangle = |\Psi\rangle}$$

$$\boxed{t_f = e^{-i\varepsilon\tau}}$$

$$|\Psi\rangle = e^{-iHt_f}|\Psi_f\rangle$$

$$|\Psi\rangle \overset{?}{=} e^{iHt_f}|0\rangle =$$

$$= \sum_{E_n} e^{i\hat{H}t_f}|E_n\rangle\langle E_n|0\rangle =$$

$$= \sum_{E_n} e^{-iE_nt_f}|E_n\rangle\langle E_n|0\rangle \xrightarrow[|t_f|\to\infty]{} \underbrace{e^{-iE_0t_f}}_{\substack{\text{S} \\ 1\ (E_0=0)}}|\Psi\rangle\langle\Psi|$$

$$\boxed{\operatorname{Im} t_f < 0}$$

Эту штуку никто незнает

$$G(x_1,x_2) = \lim_{\substack{t_f \to +\infty \\ t_i \to -\infty}} \frac{\overbrace{\langle 0| e^{-i\hat{H}t_f}\, \phi(x_1)\, \phi(x_2)\, e^{+iHt_i} |0\rangle}^{G_0(x_1,x_2)}}{\underbrace{\langle 0| e^{-iHt_f}\, e^{iHt_i} |0\rangle}_{I_0}} \equiv$$

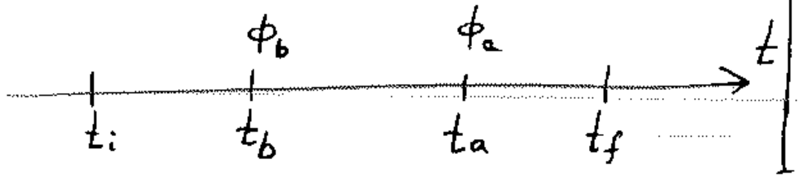
$$\equiv \langle \Omega | \phi(x_1)\, \phi(x_2) | \Omega \rangle$$

$$G_0(x_1,x_2) = \langle 0| e^{-i\hat{H}(t_f - t_1)}\, \phi_S(\vec{x}_1)\, e^{-iH(t_1-t_2)}\, \phi_S(\vec{x}_2)\, e^{-iH(t_2-t_i)} |0\rangle$$

$$= \int [d\Phi_a(\vec{x})]\, [d\Phi_b(\vec{x})]\, \Phi_a(\vec{x}_a)\, \Phi_b(\vec{x}_b)\, \langle 0| e^{-i\hat{H}(t_f - t_a)} |\phi_a\rangle \times$$

$$\times \langle \phi_a | e^{-i\hat{H}(t_a - t_b)} |\phi_b\rangle \times$$

$$\times \langle \phi_b | e^{-i\hat{H}(t_b - t_i)} |0\rangle =$$



$$= \int \mathcal{D}\phi(\vec{x},t)\, e^{iS[\phi]}\, \Phi(t_a,\vec{x}_a)\, \Phi(t_b,\vec{x}_b)$$

Если $t_b > t_a$ то Φ надо поменять порядками и опять получаем то же самое.

$$\boxed{G(x_a,x_b) = \frac{\int [\mathcal{D}\phi(\vec{x},t)]\Big|_{vac}^{vac} e^{iS[\phi]}\, \phi(t_a,\vec{x}_a)\, \phi(x_b)}{\int [\mathcal{D}\Phi(\vec{x},t)]\Big|_{vac}^{vac} e^{iS[\phi]}}}$$

Важное замечание

~~Кажется, что можно переставлять ϕ~~

Именно причинная функция Грина!

Делаем всё наоборот

$$G(x_a, x_b) = \int[\mathcal{D}\phi_a] \int[\mathcal{D}\phi_b] \, \phi_a \phi_b \int[\mathcal{D}\phi]\Big|_{vac}^{t_a} \int[\mathcal{D}\phi]\Big|_{t_a}^{t_b} \int[\mathcal{D}\phi]\Big|_{t_b}^{t_f} e^{iS_{ia}} \times e^{iS_{ab}} e^{iS_{bf}} =$$

$t_i \quad t_a \quad t_b \quad t_f \quad \to t$

$\boxed{t_b > t_a}$

$$= \int[\mathcal{D}\phi_a] \int[\mathcal{D}\phi_b] \, \phi_a \phi_b \, \langle 0| e^{-iH(t_f - t_b)} |\phi_b\rangle \times$$

$$\times \langle \phi_b | e^{-iH(t_b - t_a)} |\phi_a\rangle \langle \phi_a | e^{-iH(t_a - t_i)} |0\rangle =$$

$$= \underbrace{\langle 0| e^{-iHt_f} \phi(t_b) \phi(t_a) e^{iHt_i} |0\rangle}_{\text{Именно в таком порядке!}}$$

Итак, аналогично:

$$G(x_1 \dots x_N) = \langle \Omega | T\{\hat\phi(x_1) \dots \hat\phi(x_N)\} | \Omega \rangle =$$

$$= \frac{\int[\mathcal{D}\phi(\vec{x}, t)]\Big|_{vac}^{vac} e^{iS[\phi]} \phi(x_1) \dots \phi(x_N)}{\int[\mathcal{D}\phi(x)]\Big|_{vac}^{vac} e^{iS[\phi]}}$$

Предполагаем, что $\begin{array}{l} t_f \mapsto +\infty \\ t_i \mapsto -\infty \end{array}$

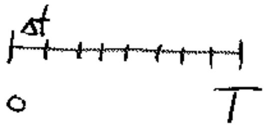
Если $t_f \mapsto +\infty(1 - i\epsilon)$, то достаточно поставить условие ограниченности на ∞

Преобразование Фурье

Осциллятор $\boxed{S = \int dt \left(\frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2 x^2}{2} \right)}$

Периодические граничные условия

I



$S =$

$\boxed{k_n = \frac{2\pi n}{T}}$

$$x(t_k) = \frac{1}{\sqrt{T}} \sum_{k_n} e^{-i k_n t_n}$$

$\boxed{k_{max} = \frac{2\pi}{\Delta t}}$

$$\boxed{A_{nm} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-i k_m t_n}}$$ ← Унитарна.

II

$$\boxed{x(t_n) = \sum_m \frac{1}{\sqrt{\Delta t}} A_{nm} X_{k_m}}$$

$\cancel{\int [dx(t)]}$

$$\boxed{\prod_{i=1}^{N} dx_i = \prod_m \frac{dX_m}{\sqrt{\Delta t}} \cancel{\det} A \to 1}$$

~~Для периодических граничных условий~~

Для функций, расклад. в ряд Фурье

III

$$\left\{ \begin{aligned} I_{period.} &= \int \left(\prod_{i=1}^{N} \frac{dx_i}{\sqrt{2\pi i \Delta t}} \right) e^{iS} = \\ &= \int \left(\prod_{m=1}^{N} \frac{d\tilde{X}_m}{\sqrt{2\pi i}} \right) e^{iS(\tilde{X}_m)} \end{aligned} \right.$$

В Фурье-компонентах нету $\sqrt{\Delta t}$ в знаменателе.

II.

(3.4) Расчет

$$\langle 0| T(x(t_1)\, x(t_2)) |0\rangle$$

$$\langle 0| T(x(t_1)\, x(t_2)\, x(t_3)) |0\rangle$$

$$\langle 0| T(x(t_1)\, x(t_2)\, x(t_3)) |0\rangle$$

Для осциллятора используя ф-нальный интеграл

В рассуждении про коррелятор можно заменить условие ~~ограничен~~ (ограниченности) на периодические гран.условия

Сложение условия

$dX_0 \mapsto$ ограничена

Любая ф-ция, представима рядом Фурье, ограничена на оо-ти

Мы интегрируем по таким ф-циям

$$\boxed{G(t_1 \ldots t_n) = \frac{\mathcal{C} \int \prod_k dX(k_n)\; e^{iS[X(k_n)]}\, X(t_1) \ldots X(}{\mathcal{C} \int \prod_k dX(k_n)\; e^{iS[X(k_n)]}}}$$

Можно – Наоборот

$$(k_0)_{n_0}\ ,\ (\vec{k}_i)_{\vec{n}} \longmapsto (k_\mu)_n$$

$$n = (n_0, \vec{n})$$

$$\boxed{I \propto C \int \Big(\prod_{k_n} d\phi(k_n, t)\Big)\, e^{iS[\phi(k_n, t)]}}$$

$$\boxed{G(k_1 \dots k_n) = \frac{\int \Big(\prod_{k_n} d\phi(k_n)\Big)\, e^{iS[\phi(k_n)]}\, \phi \dots \phi}{\int \Big(\prod_{k_n} d\phi(k_n)\Big)\, e^{iS[\phi(k_n)]}}}$$

$$\boxed{\frac{1}{V}\sum_n \leftrightarrow \int \frac{d^4x}{(2\pi)^4}}$$

$$S = \int d^4k \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{m^2\phi^2}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{V}\sum_n \frac{1}{2}(k_n^2 - m^2)\, |\phi(k_n)|^2 =$$

$$= \frac{1}{V}\sum_{k_n^0 > 0} (m^2 - k_n^2)\left([\mathrm{Re}\,\phi(k_n)]^2 + [\mathrm{Im}\,\phi(k_n)]^2\right)$$

$$\int D\phi\, e^{iS} = C\int D\phi\, e^{\frac{i}{V}\sum_{k_n^{(0)}>0}(m^2-k_n^2)\left((\mathrm{Re}\,\phi(k_n))^2 + (\mathrm{Im}\,\phi(k_n))^2\right)}$$

$$= C \prod_{k_n^{(0)}>0}\left(\sqrt{\frac{\pi V}{-\frac{i}{V}\, m^2 - k_n^2}}\right)^2 =$$

$$= C \prod_{k_n^{(0)}>0} (m^2 - k_n^2)^{-1}$$

$$\boxed{\int D\phi\, e^{iS} = \det(m^2 + \partial^2)^{1/2}} \leftrightarrow \boxed{\text{Functional determinant}}$$

~~Квадратичная функция~~

Пропагатор Пример

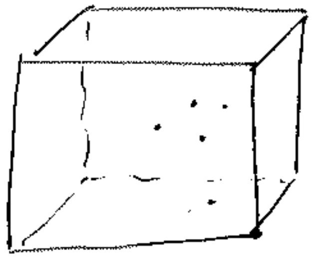
В теории поле — еще и Фурье по пр-ву

$$\boxed{S=\int d^4x\left((\partial_\mu\phi)^2/2-m^2\phi^2/2\right)}$$

Свободное действительное скалярное поле

Квадратично ⇒ Многомерный Гауссов интеграл.

(Бесконечномерный)



N_x

L

N_x

Периодические гран.условия

Любая конфигурация поля м.б. представлена в виде

$$\boxed{\Phi(x_m,t)=\sum_n e^{-i\vec{k}_n\vec{x}_m}\underbrace{\Phi(\vec{k}_n,t)}_{\phi_{k_n}(t)}\frac{1}{\sqrt{V^{(3)}}}}$$

I.

Дискретизованный ф-нальный интеграл

$\boxed{n=(n_1,n_2,n_3)}$ - Нумерует точки пр-ва

$$\boxed{(k_n)_i=\frac{2\pi n_i}{L}}$$

$$\cancel{\Phi(k_n,t)=\sum_m e^{+i\vec{k}_n\vec{x}_m}\Phi_{x_m}(t)\frac{1}{\sqrt{V^{(3)}}}}$$