

Задачи-4

Квантовая теория поля - 5 курс, 1 семестр.

Для получения зачета требуется решить 14 задач или более.

1. Показать, что ζ^a являются связями 1 рода:

$$\begin{aligned} [\zeta^a(\vec{x}, t), \zeta^b(\vec{y}, t)] &= g\delta(\vec{x} - \vec{y})f^{abc}\zeta^c(\vec{x}, t), \\ [\zeta^a(\vec{x}, t), H] &= 0. \end{aligned}$$

2. (Копии Грибова) Показать, что условия

$$A_0 = 0, \quad \partial_i A_i = 0 \quad (1)$$

не полностью фиксируют калибровочную свободу среди статических конфигураций в теории Янга-Миллса с калибровочной группой $SU(2)$.

- (а) Предъявить нетривиальную конфигурацию $A_i^\omega(\vec{x})$, которая калибровочно эквивалентна вакууму и удовлетворяет (1).
- (б) Показать, что существуют нетривиальные решения уравнения $\hat{M}^{ab}f^b = 0$.
- (с) Найти связь между калибровочным преобразованием ω из пункта (а) и нулевым вектором f^a из пункта (б).

3. Введем следующую параметризацию группы $SU(2)$:

$$\omega = n_\mu \sigma^\mu, \quad \sum_{\mu=0}^3 n_\mu^2 = 1, \quad (2)$$

где σ^μ - стандартные сигма-матрицы. Параметризация (2) позволяет представить группу $SU(2)$ как сферу \mathcal{S}^3 , вложенную в четырехмерное евклидово пространство.

- (а) Ввести меру интегрирования по группе $SU(2)$ как меру, индуцированную из объемлющего евклидова пространства.
- (б) Показать, что введенная мера совпадает с инвариантной мерой

$$d\omega = \text{tr}(\omega^{-1}d\omega \wedge \omega^{-1}d\omega \wedge \omega^{-1}d\omega)$$

с точностью до несущественного численного множителя.

4. Вычислить β -функцию в теории $SU(N_c)$ с N_f ароматами кварков. При каких N_c, N_f теория асимптотически свободна?

5. Показать, что оптическая теорема выполнена в квантовой глюодинамике. Для этого вычислить явно мнимую часть какой-нибудь амплитуды рассеяния и соответствующее полное сечение в низшем неисчезающем порядке теории возмущений. Показать, что теория неунитарна, если не принимать в расчет духовые диаграммы.
6. Проверить первое нетривиальное тождество Славнова-Тейлора в однопетлевом приближении для расходящихся частей при калибровочно-инвариантной регуляризации КХД.