Задачи-1

Квантовая теория поля - 5 курс, 1 семестр.

Для получения зачета требуется решить более 70% задач, заданных на протяжении семестра.

1. Рассморим квантовомеханическую систему с лагранжианом

$$L = f(\dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}) \; , \qquad \mathbf{q} \in \mathbb{R} \; .$$

   (a) Проквантовать, найти гамильтониан.

   (b) Выписать функциональный интеграл для пропагатора.

   (c) Верна ли формула

$$U(\mathbf{q}_f, \mathbf{q}_i;\, t_f - t_i) = \int \mathcal{D}\mathbf{q}(t)\; e^{iS[\mathbf{q}(t)]} \qquad ?$$

2. Рассмотрим одномерный квантовый осциллятор.

$$\hat{H} = \frac{1}{2}\hat{p}^2 + \frac{\omega^2}{2}\hat{q}^2 \; .$$

   (a) Записать и вычислить евклидов функциональный интеграл для величины

$$U_E(x_f, x_i;\, T) = \langle x_f | e^{-\hat{H}T} | x_i \rangle \; .$$

   (b) Рассмотрев предел $T \to \infty$ от U_E, найти основное состояние осциллятора и его энергию.

3. Вывести граничные условия Фейнмана для функционального интеграла по переменным $p(t)$, $q(t)$:

$$I_0 = \langle 0 | e^{-i\hat{H}(t_f - t_i)} | 0 \rangle = \int \mathcal{D}p(t)\, \mathcal{D}q(t) \Big|_{p_i - i\omega x_i = 0}^{p_f + i\omega x_f = 0} e^{iS[p(t), q(t)]} \; .$$

4. Посчитать методом функионального интеграла 2-х, 3-х и 4-х — точечные причинные корреляционные функции координат свободного осциллятора.