

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра физики частиц и космологии

Космологические модели с нарушением светоподобного условия энергодоминантности

Презентация к курсовой работе
студента 2 курса, 207 группы
Колеватова Романа
Научный руководитель
академик РАН, доктор физ.-мат. наук
В. А. Рубаков

Москва 2013

Альтернативный сценарий эволюции Вселенной. Нарушение NEC

В современных преобладающих теориях возникновения и эволюции Вселенной выполняется светоподобное условие энергодоминантности (null energy condition, NEC):

$$T_{\mu\nu}k^{\mu}k^{\nu} \geq 0.$$

Для идеальной жидкости это эквивалентно условию:

$$\rho + p \geq 0.$$

Однако по современным оценкам, плотность материи и давления во Вселенной связаны соотношением

$$\rho + p \approx 0.$$

Таким образом, космологические модели с нарушением NEC не противоречат экспериментальным данным.

Если допустить нарушение NEC, перед нами открывается возможность построения нестандартных космологических моделей.

Действие. Уравнение поля

- Построение космологической модели начнём с введения лагранжиана

$$L = F(Y)e^{4\pi} + G(Y)\square\pi \cdot e^{2\pi}$$

где $Y = e^{-2\pi}(\partial\pi)^2$

$$\square\pi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\pi = \frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\pi)$$

$$(\partial\pi)^2 = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\pi\nabla_\nu\pi = g^{\mu\nu}\partial_\mu\pi\partial_\nu\pi$$

- Уравнение поля получим из вариации действия δS этого поля:

$$4e^{4\pi}F - 2e^{2\pi}(\partial\pi)^2F' - 2\partial_\mu(e^{2\pi}F'\partial_\mu\pi) + 2e^{2\pi}\square\pi \cdot G + \square(e^{2\pi}G) - 2\square\pi(\partial\pi)^2 \cdot G' - 2\partial_\mu(\square\pi \cdot G' \partial_\mu\pi) = 0$$

Тензор энергии-импульса

- Получим выражение для тензора энергии-импульса поля π . Для этого вычислим вариационную производную от лагранжевой плотности функционала действия по метрическому тензору:

$$T_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g}L)}{\delta g_{\mu\nu}}.$$

- Полученный в результате вариации тензор энергии-импульса:

$$T_{\mu\nu} = 2e^{2\pi} F' \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi - g_{\mu\nu} e^{4\pi} F + 2G' \square \pi \partial_\mu \pi \partial_\nu \pi - \partial_\mu \pi \partial_\nu (e^{2\pi} G) - \partial_\nu \pi \partial_\mu (e^{2\pi} G) + g_{\mu\nu} g^{\lambda\rho} \partial_\nu \pi \partial_\mu (e^{2\pi} G).$$

Компоненты тензора энергии-импульса

- Для замыкания системы уравнений необходимо вывести уравнения Фридмана, в которые входят $\frac{\dot{a}}{a}$ и $\frac{\ddot{a}}{a}$. Известно, что в метрике Фридмана нулевая и пространственная компоненты тензора энергии-импульса для изотропного макроскопического тела равны

$$T_{00} = \rho \text{ и } T_{ij} = p a^2 \gamma_{ij}$$

- Соответствующие компоненты полученного ранее тензора энергии-импульса поля π равны

$$T_{00} = 2G' \dot{\pi}^4 + 2e^{2\pi} (F' - G) \dot{\pi}^2 + 6 \frac{\dot{a}}{a} G' \dot{\pi}^3 - e^{4\pi} F$$
$$T_{ij} = a^2 \gamma_{ij} e^{4\pi} F - 2a^2 \gamma_{ij} G' \dot{\pi}^2 \ddot{\pi} - 2a^2 \gamma_{ij} e^{2\pi} G \dot{\pi}^2$$

Уравнения Фрийдмана

- Приравнявая полученные выражения для компонент T_{00} и T_{ij} тензора энергии-импульса поля π к соответствующим компонентам тензора энергии-импульса макроскопического тела, получим формулы для плотности энергии и давления материи во Вселенной в рассматриваемой модели

$$\rho = 2G'\dot{\pi}^4 + 2e^{2\pi}(F' - G)\dot{\pi}^2 + 6\frac{\dot{a}}{a}G'\dot{\pi}^3 - e^{4\pi}F$$
$$p = e^{4\pi}F - 2G'\dot{\pi}^2\ddot{\pi} - 2e^{2\pi}G\dot{\pi}^2.$$

- Получив формулы для плотности энергии и давления, мы нашли уравнения Фрийдмана:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\tilde{\pi}}{3}G_N\rho$$
$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -8\tilde{\pi}G_N p.$$

Начальные условия

- При $t \rightarrow -\infty$ пространство Вселенной в рассматриваемой модели стремится к пространству Минковского. Уравнение поля без учёта гравитации допускает решение в виде (исходя из размерных соображений):

$$e^\pi = \frac{1}{H_*(t_0 - t)},$$

где $H_*^2 \equiv Y_M = Y$ – решение уравнения поля в пространстве Минковского. Подставляя это выражение в уравнение движения, получим уравнение, из которого найдём H^* :

$$F - 2Y_M F' + 2Y_M(G - Y_M G') = 0$$

- Из формулы для e^π легко получить начальные условия, взяв за t произвольное время, являющееся точкой отсчёта ($t_0 = \text{const}$ определяет временной сдвиг):

$$\pi = -\ln(H_*(t_0 - t))$$

$$\dot{\pi} = \frac{1}{t_0 - t}.$$

Численное компьютерное решение

Система дифференциальных уравнений была решена с помощью написанной компьютерной программы в пакете "MATLAB". Перед использованием уравнений в программе, были проведены некоторые математические преобразования:

- Обезразмеривание системы путём перехода к новым безразмерным координатам:

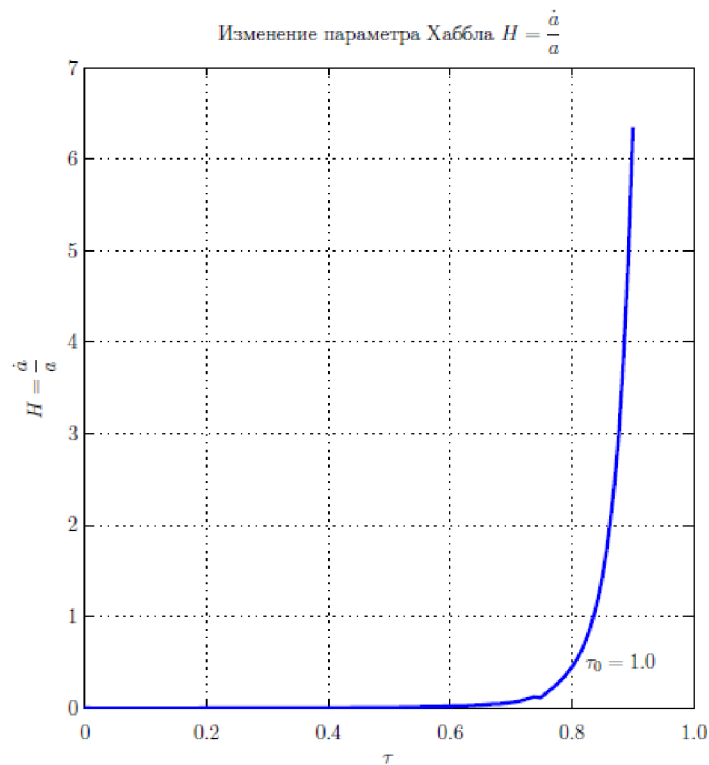
$$d^4 x \rightarrow \frac{1}{H_*^4} d^4 \tilde{x}.$$

В частности, к безразмерному времени τ . В результате обезразмеривания в уравнениях Фридмана появился параметр $\mu^2 = \frac{M^4}{M_{Pl}^2 H_*^2}$, пропорциональный гравитационной постоянной.

- Приведение системы к задаче типа Коши с помощью замены переменных в уравнении движения:

$$\begin{cases} \dot{\pi} = p \\ \dot{p} = \ddot{\pi} \end{cases}$$

Эволюция Вселенной. Параметр Хаббла



В результате численного решения системы были получены графики зависимостей $H(\tau)$, $\pi(\tau)$, $e^\pi(\tau)$.

Представленное на графике решение отвечает функциям

$$F(Y) = \frac{1}{6}Y^2 - \frac{1}{2}Y$$

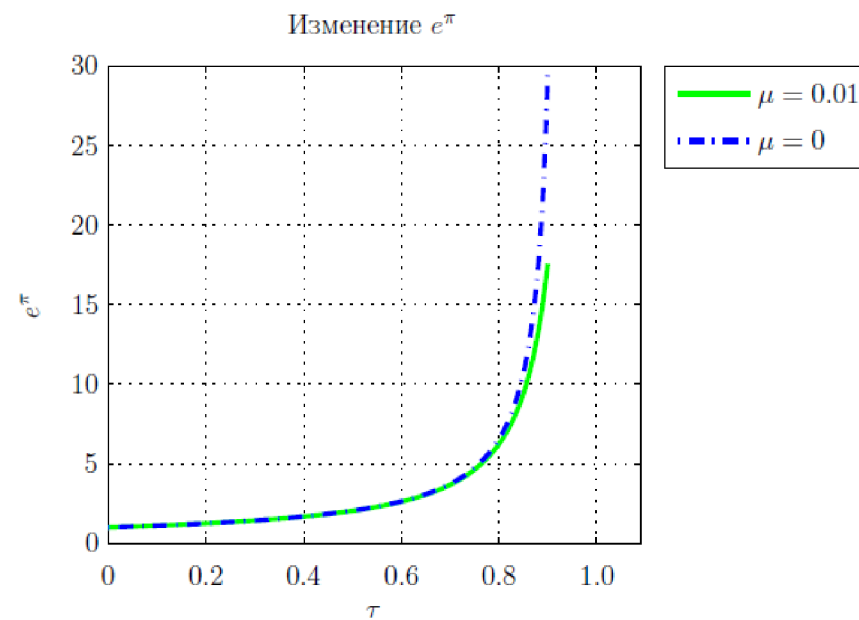
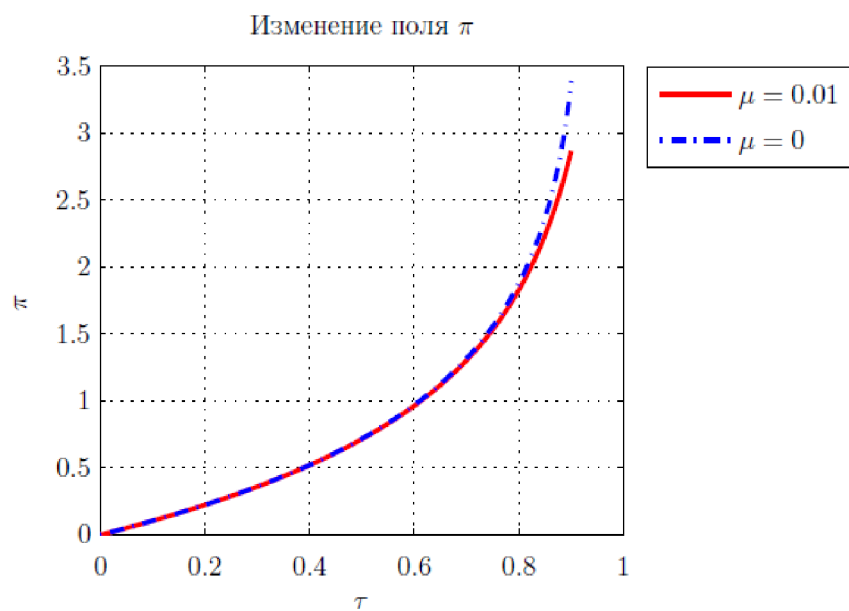
$$G(Y) = \frac{1}{3}Y,$$

для которых $H_* = 1$.

Входные параметры программы:

- $\mu = 0.01$;
- $\tau = 1$;
- $\tau \in [0; 0.9]$.

Эволюция Вселенной. Поле π и e^π



Заключение

В курсовой работе был рассмотрен лагранжиан скалярного пространственно-однородного поля, отвечающий модели Вселенной с нарушением NEC. Из лагранжиана были найдены:

1. Уравнение поля.
2. Тензор энергии-импульса.
3. Формула для плотности энергии материи.
4. Формула для давления материи.
5. Уравнения Фридмана.

Было получено графическое решение системы уравнений. Графики наглядно демонстрируют сильное нарушение NEC ($\dot{H} \gg H$) при временах $t \rightarrow t_0$.

Спасибо за внимание!

