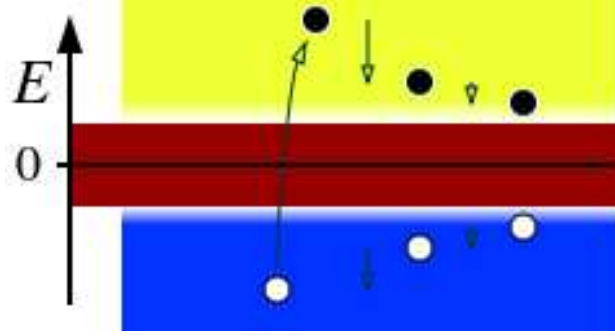


К.ф.-м.н. Д.Г. Левков
Индукцированный заряд в море Дирака
(Тел. служебный: 499-783-9291, E-mail:levkov@ms2.inr.ac.ru)



Аннотация

Рассмотрим $(1+1)$ -мерные безмассовые фермионы с электрическим зарядом $e = +1$ в ящике с периодическими граничными условиями. Фермионы взаимодействуют с электромагнитным потенциалом

$$A_0 = -Zf(x), \quad A_1 = 0,$$

где $f(x) \geq 0$ — узкая функция, интеграл от которой равен 1 (гладкий аналог δ -функции).

1. Найти собственные значения и собственные функции гамильтониана Дирака. Можно ли отличить модели с $Z = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, проводя эксперименты по рассеянию фермионов?
2. Предположим, что в некотором эксперименте значение Z увеличивается адиабатически от $Z = 0$ до $Z = 2\pi$. Сохраняется ли при этом электрический заряд?
3. Вакуумом модели с $Z = 2\pi n$ будем называть состояние, в котором заполнены все фермионные уровни с отрицательной энергией. Вычислить плотность заряда вакуума:

$$\rho(x) = \langle \hat{\psi}^+(x) \hat{\psi}(x) \rangle, \quad (1)$$

где $\hat{\psi}(x)$ — вторичноквантованный фермионный оператор. Чему равен полный заряд вакуума?

Указание. Вообще говоря, величина (1) равна бесконечности из-за присутствия бесконечного числа уровней в море Дирака. В качестве регуляризации можно использовать раздвижку точек операторов $\hat{\psi}^+$ и $\hat{\psi}$:

$$\rho(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\langle \hat{\psi}^+(x - \epsilon) \hat{\psi}(x + \epsilon) \rangle_{Z=2\pi m} - \langle \hat{\psi}^+(x - \epsilon) \hat{\psi}(x + \epsilon) \rangle_{Z=0} \right],$$

где мы учли, что при $Z = 0$ вакуум обладает нулевой плотностью заряда.

Литература

О двумерных фермионах и море Дирака можно узнать в книге
В.А. Рубаков, Классические калибровочные поля, т.3, разделы 1 и 2.