

# Гамильтонова механика систем со связями

Максим Валентинович Либанов

Тел. служебный: 499-135-21-69

e-mail ml@ms2.inr.ac.ru

## Аннотация

Одной из наиболее развитых и непротиворечивых формулировок квантовой теории является метод канонического квантования. Этот метод основан на построении квантовой теории по её классическому варианту путём замены каждой физической величины оператором, действующим в некотором гильбертовом пространстве. Отправной точкой в таком подходе является построение гамильтонова формализма для описания соответствующей классической системы. В стандартном курсе теоретической механики при построении гамильтонова формализма обычно молчаливо подразумевается, что скорости могут быть выражены через обобщённые координаты и импульсы. Однако существуют системы, для которых этого сделать непосредственно не удаётся. Такие системы называются системами со связями, или особенными системами. К ним относятся большинство теоретико-полевых моделей, что делает изучение такого рода систем особенно актуальным. Ниже предлагается две задачи, которые позволяют разобраться с построением гамильтонова формализма для особенных систем.

1. *Прототип спинорного поля.* Рассмотрим систему, описываемую функцией Лагранжа

$$L = \alpha \chi \dot{\phi} - (1 - \alpha) \dot{\chi} \phi - V(\chi, \phi),$$

где  $\alpha$  – константа. Считая, что координаты  $\chi$  и  $\phi$  антикоммутируют, т.е.  $\chi\phi = -\phi\chi$ , построить гамильтонов формализм.

2. *Прототип электромагнитного поля.* Построить гамильтонов формализм для системы с функцией Лагранжа

$$L = \frac{1}{2}(\dot{\chi} - \phi)^2 - V(\chi, \phi).$$

а) Рассмотреть случай  $V(\chi, \phi) = 0$ .

б) Рассмотреть случай  $V(\chi, \phi) \neq 0$ , приводящий к нетривиальной динамике.

## Литература

[1] П.А.М. Дирак *К созданию квантовой теории поля.*, Москва «Наука» 1990.

[2] П.А.М. Дирак *Принципы квантовой механики.*, Москва «Наука» 1979.

[3] П.А.М. Дирак *Лекции по квантовой механике.*, Ижевск 1998.

[4] Д.М. Гитман, И.В. Тютин *Каноническое квантование полей со связями.*, Москва «Наука» 1986.