

Гравитационное линзирование

Выполнил: ст. гр. 202 Н.М.Хабаров

Руководитель: Член-корр. РАН, Д.С.Горбунов

Москва
2024

Получить радиальные профили следующих физических величин в кластере галактик:

- 1) Температура
- 2) Давление электронов
- 3) Концентрация электронов
- 4) Плотность темной материи
- 5) Гравитационный потенциал
- 6) Потенциал отклонения

- 1) Выбор кластера галактик (Abell 85 ($z=0.055$))
- 2) Профиль параметра комптонизации из наблюдений Planck и ACT
- 3) Профиль температуры и $\int n_e^2 dV$ из наблюдений XMM-Newton
- 4) Аппроксимация независимых наблюдений с помощью профиля gNFW
- 5) Уточнение параметров профиля gNFW
- 6) Определение профиля гравитационного потенциала и потенциала отклонения с полученными параметрами

Вывод уравнения гравитационной линзы (основные моменты)

$$G^{\alpha\beta} := R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\alpha\beta} \quad (1)$$

$$T^{\alpha\beta} = (\rho c^2 + p)U^\alpha U^\beta - pg^{\alpha\beta} \quad (2)$$

$$g_{\alpha\beta} = (1 - \frac{1}{2}h)\eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \quad (3)$$

$$(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})h^{\alpha\beta} = \frac{16\pi G}{c^4}T^{\alpha\beta} \quad (4)$$

$$h^{\alpha\beta}(t, \vec{x}) = \frac{-4G}{c^4} \int \frac{T^{\alpha\beta}(t - \frac{|\vec{y}|}{c}, \vec{x} + \vec{y})}{|\vec{y}|} d^3y \quad (5)$$

Вывод уравнения гравитационной линзы (продолжение)

$$U(t, \vec{x}) := -G \int \frac{\rho(t - \frac{|\vec{y}|}{c}, \vec{x} + \vec{y})}{|\vec{y}|} d^3y; \quad (6)$$

$$\vec{V}(t, \vec{x}) = -G \int \frac{(\rho\vec{v})(t - \frac{|\vec{y}|}{c}, \vec{x} + \vec{y})}{|\vec{y}|} d^3y \quad (7)$$

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = (1 + \frac{2U}{c^2})c^2 dt^2 - 8cdt \frac{\vec{V}d\vec{x}}{c^3} - (1 - \frac{2U}{c^2})d\vec{x}^2 \quad (8)$$

$$U(t, \vec{x}) := -G \int \frac{\rho(t, \vec{x} + \vec{y})}{|\vec{y}|} d^3y; \quad (9)$$

$$\vec{V}(t, \vec{x}) = -G \int \frac{(\rho\vec{v})(t, \vec{x} + \vec{y})}{|\vec{y}|} d^3y \quad (10)$$

Вывод уравнения гравитационной линзы (продолжение)

$$ds^2 = e^{2U}(dt - \omega_i dx^i)^2 - e^{-2U} dl^2 \quad (11)$$

Эффективный показатель преломления

$$n = e^{-2U} + \frac{\omega_i dx^i}{dl} \quad (12)$$

$$n = 1 - \frac{2U}{c^2} + \frac{4}{c^3} (\vec{V}\vec{e}) \quad (13)$$

$$\frac{d\vec{e}}{dl} = -\frac{2}{c^2} \nabla_{\perp} U + \frac{4}{c^3} [\vec{e}, (\nabla, \vec{V})] \quad (14)$$

$$\vec{\alpha} = \int \frac{2}{c^2} \nabla_{\perp} U dl - \int \frac{4}{c^3} [\vec{e}, (\nabla, \vec{V})] dl \quad (15)$$

Вывод уравнения гравитационной линзы (продолжение)

$$\vec{\hat{\alpha}} = \frac{4GM}{c^2} \frac{\vec{\xi}}{|\vec{\xi}|^2} \quad (16)$$

$$\vec{\hat{\alpha}}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int_{R^2} \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d^2 \xi' \quad (17)$$

$$t = c^{-1} \int (1 - \frac{2U}{c^2}) dl = c^{-1} l - 2c^{-3} \int U dl \quad (18)$$

$$-\frac{2}{c^3} \int U dl = -\frac{4G}{c^3} \int d^2 \xi' \Sigma(\vec{\xi}') (\ln \frac{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|}{D'}) + const \quad (19)$$

$$c\Delta t = \hat{\phi}(\vec{\xi}, \vec{\eta}) + const \quad (20)$$

Уравнение гравитационной линзы. Время запаздывания

$$\hat{\phi}(\vec{\xi}, \vec{\eta}) = \frac{D_d D_s}{2D_{ds}} \left(\frac{\vec{\xi}}{D_d} - \frac{\vec{\eta}}{D_s} \right)^2 - \hat{\psi}(\vec{\xi}) \quad (21)$$

$$\hat{\psi}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int d^2\xi' \Sigma(\vec{\xi}') \left(\ln \frac{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|}{\xi_0} \right) \quad (22)$$

$$\psi(\theta) = \frac{2D_{ds}}{D_d D_s c^2} \int \Phi(D_d \vec{\theta}, z) dz \quad (23)$$

$$\vec{\eta} = \frac{D_s}{D_d} \vec{\xi} - D_{ds} \vec{\alpha}(\vec{\xi}) \quad (24)$$

$$\nabla_{\vec{\xi}} \hat{\phi}(\vec{\xi}, \vec{\eta}) = 0 \quad (25)$$

$$c(t_1 - t_2) = \hat{\phi}(\vec{\xi}_1, \vec{\eta}) - \hat{\phi}(\vec{\xi}_2, \vec{\eta}) \quad (26)$$

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{R_s}\right)^\gamma \left(1 + \left(\frac{r}{R_s}\right)^\alpha\right)^{\frac{(\beta-\gamma)}{(\alpha)}}} \quad (27)$$

$$\nabla P = -\rho \nabla \Phi \quad (28)$$

$$\rho \sim r^\Gamma \quad (29)$$

профиль gNFW для наблюдаемых величин

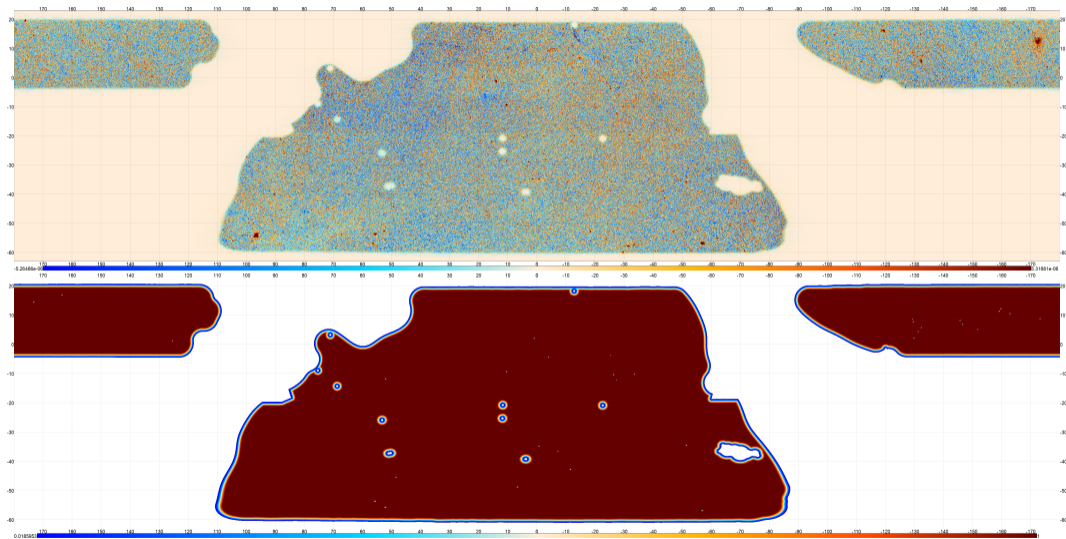
$$P_e(r) = \frac{P_0}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^{\gamma_p} \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^{\alpha_p}\right)^{\frac{\beta_p - \gamma_p}{\alpha_p}}} \quad (30)$$

$$T(r) = \frac{T_0}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^{\gamma_p \left(1 - \frac{1}{\Gamma}\right)} \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^{\alpha_p}\right)^{\frac{\beta_p - \gamma_p}{\alpha_p} \left(1 - \frac{1}{\Gamma}\right)}} \quad (31)$$

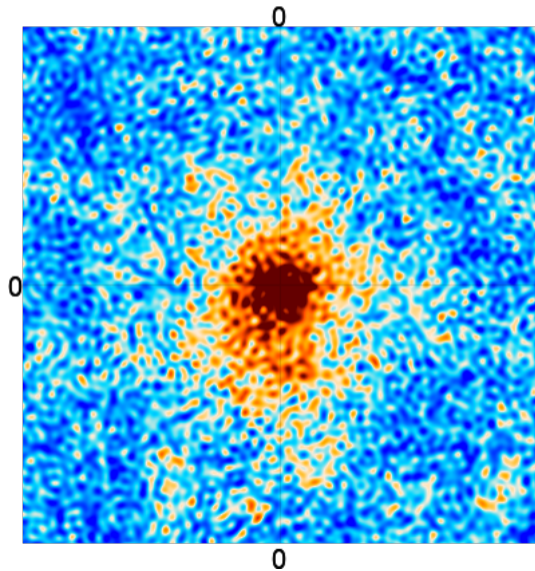
$$\left(\int n_e^2 dV\right)(r) = \int \frac{4\pi r^2 dr}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^{\frac{2\gamma_p}{\Gamma}} \left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^{\alpha_p}\right)^{\frac{2(\beta_p - \gamma_p)}{\alpha_p \Gamma}}} \quad (32)$$

$$y(r) = 2 \frac{P_0 \sigma_T}{m_e c^2} \int_r^\infty \frac{R dR}{\left(\frac{R}{r_s}\right)^{\gamma_p} \left(1 + \left(\frac{R}{r_s}\right)^{\alpha_p}\right)^{\frac{\beta_p - \gamma_p}{\alpha_p}} \sqrt{R^2 - r^2}} \quad (33)$$

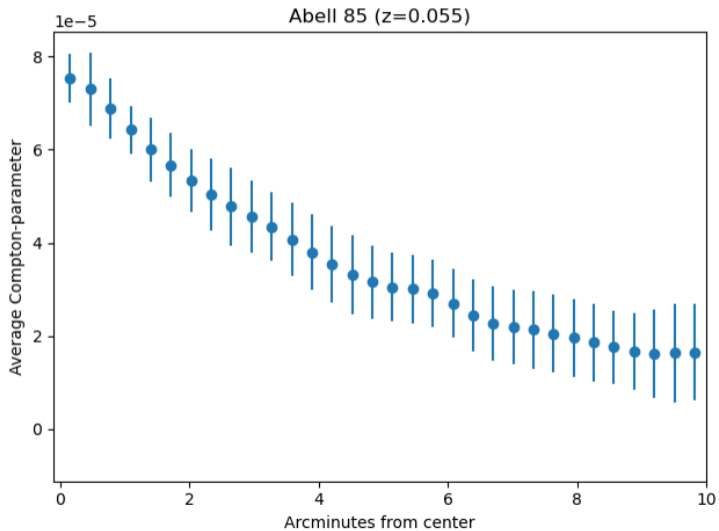
Карта параметра комптонизации



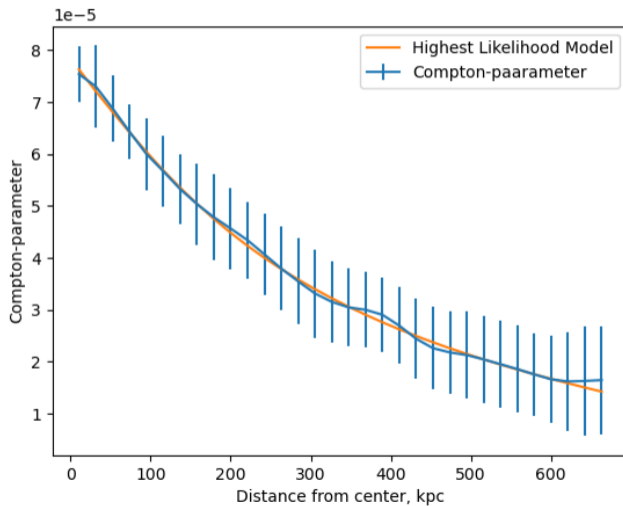
Abell 85



Радиальный профиль параметра комптонизации



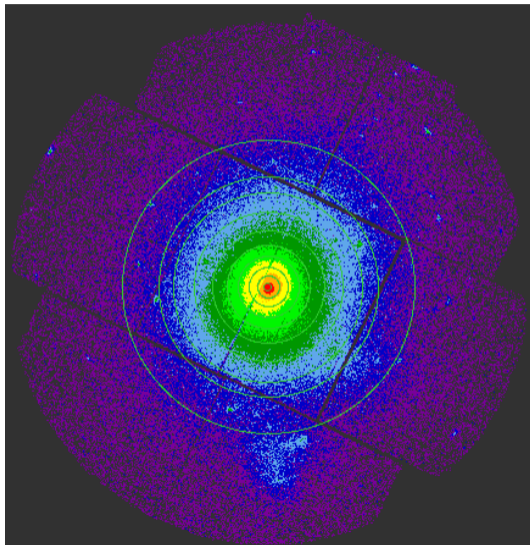
Применение профиля gNFW для параметра комптонизации



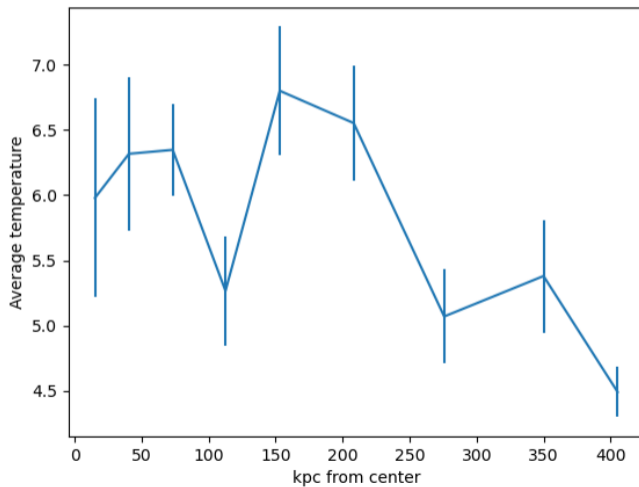
Параметры gNFW, полученные методом МСМС для $y(r)$

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\beta[\sigma]$	$\gamma[\sigma]$
$567.34^{+265.33}_{-243.18}$	$1.56^{+1.27}_{-0.54}$	$3.06^{+1.70}_{-1.12}$	$0.40^{+0.21}_{-0.20}$

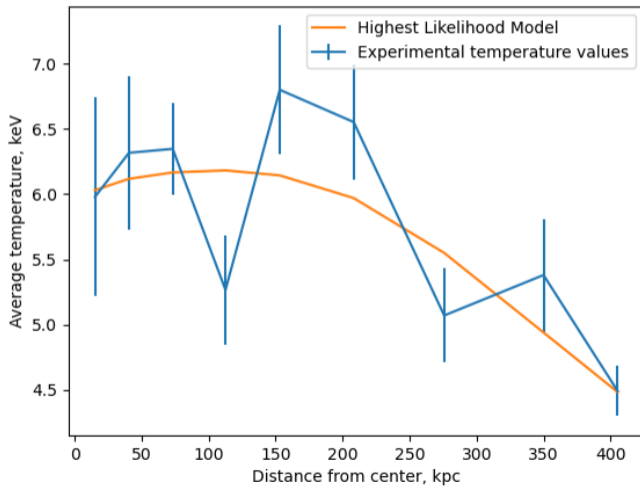
Разбиение кластера Abell 85 на кольца



Радиальный профиль температуры



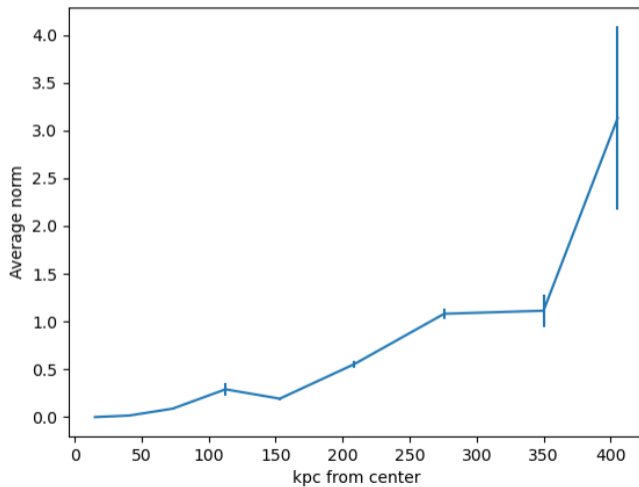
Применение профиля gNFW для температуры



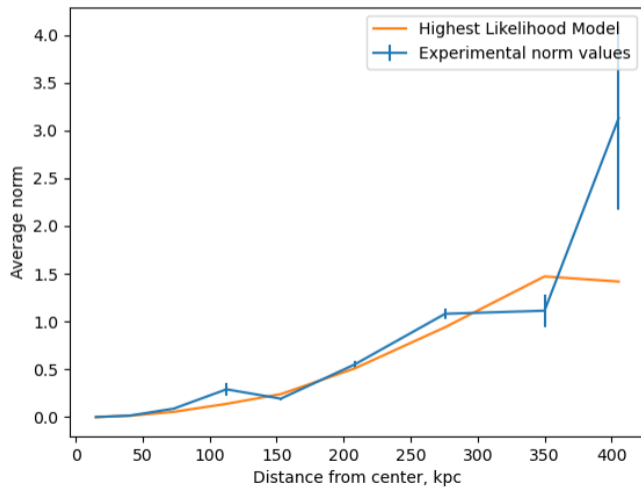
Параметры gNFW, полученные методом МСМС для $T(r)$

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\gamma(1 - \frac{1}{\Gamma})[\sigma]$	$\frac{(\beta-\gamma)}{\alpha}(1 - \frac{1}{\Gamma})[\sigma]$
$810.54^{+186.96}_{-248.81}$	$2.48^{+0.92}_{-1.02}$	$-0.03^{+0.06}_{-0.08}$	$2.13^{+1.61}_{-1.10}$

Радиальный профиль нормы



Применение профиля gNFW для нормы



Параметры gNFW, полученные методом МСМС для $\int(n_e^2 dV)(r)$

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\frac{2\gamma}{\Gamma}[\sigma]$	$\frac{2(\beta-\gamma)}{\alpha\Gamma}[\sigma]$
$532.51^{+115.59}_{-187.79}$	$1.29^{+2.07}_{-0.89}$	$0.44^{+0.08}_{-0.12}$	$0.58^{+1.03}_{-0.75}$

Параметры gNFW, полученные методом МСМС для различных наблюдаемых

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\beta[\sigma]$	$\gamma[\sigma]$
$567.34^{+265.33}_{-243.18}$	$1.56^{+1.27}_{-0.54}$	$3.06^{+1.70}_{-1.12}$	$0.40^{+0.21}_{-0.20}$

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\gamma(1 - \frac{1}{\Gamma})[\sigma]$	$\frac{(\beta-\gamma)}{\alpha}(1 - \frac{1}{\Gamma})[\sigma]$
$810.54^{+186.96}_{-248.81}$	$2.48^{+0.92}_{-1.02}$	$-0.03^{+0.06}_{-0.08}$	$2.13^{+1.61}_{-1.10}$

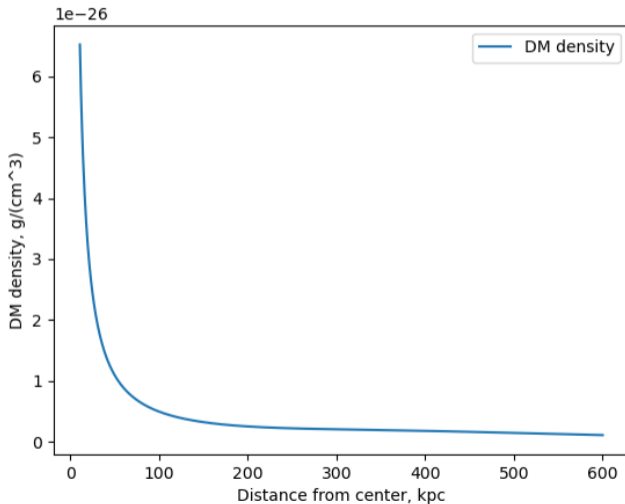
$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\frac{2\gamma}{\Gamma}[\sigma]$	$\frac{2(\beta-\gamma)}{\alpha\Gamma}[\sigma]$
$532.51^{+115.59}_{-187.79}$	$1.29^{+2.07}_{-0.89}$	$0.44^{+0.08}_{-0.12}$	$0.58^{+1.03}_{-0.75}$

$\gamma[\sigma]$	$\beta[\sigma]$
$0.19^{+0.10}_{-0.24}$	$6.022^{+9.5392}_{-4.6923}$

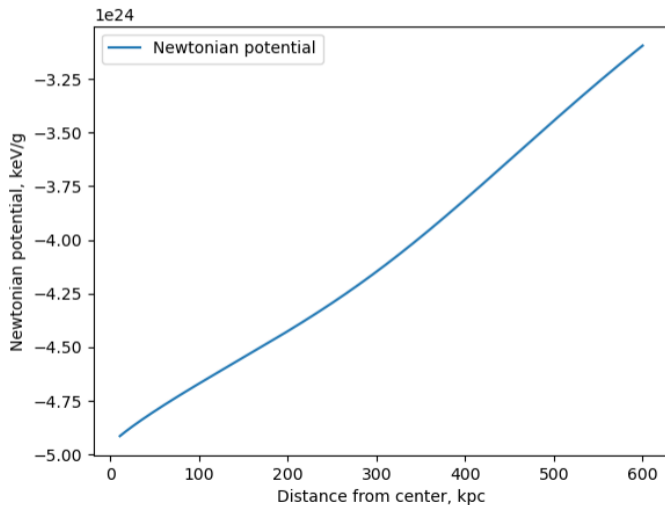
Уточненные значения параметров gNFW, полученные методом MCMC

$R_s[\sigma]$	$\alpha[\sigma]$	$\beta[\sigma]$	$\gamma[\sigma]$
$482.23^{+130.39}_{-142.05}$	$3.91^{+2.10}_{-1.50}$	$3.63^{+2.49}_{-1.21}$	$0.30^{+0.04}_{-0.06}$

Радиальный профиль плотности темной материи



Радиальный профиль гравитационного потенциала



Радиальный профиль потенциала отклонения

